УДК 519.2

Е.В. Астафьева, А.Ф. Терпугов

МОДЕЛЬ РЕКЛАМНОЙ КОМПАНИИ, КОГДА ОБЪЕМ ПРОДАЖ ЗАВИСИТ ОТ ВЛИЯНИЯ РЕКЛАМЫ

Исследуется и оптимизируется математическая модель рекламной компании фирмы, производящей однородный товар, когда объем продаж товара в единицу времени зависит от влияния рекламы в этот момент времени.

Задача рекламы, как и всех маркетинговых инвестиций, состоит в увеличении прибыли компании посредством роста объема продаж или повышения цен. Таким образом, реклама является «двигателем торговли». В работах автора [1, 2] и в данной публикации рассмотрены некоторые модели влияния рекламы на деятельность фирмы и планирование рекламных компаний.

МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ РЕКЛАМЫ

Пусть $R(t)$ есть величина, определяющая влияние рекламы в момент времени *t*, а $\alpha(t)$ – величина расходов на рекламу в единицу времени в момент времени *t*. В отличие от предыдущих работ, мы рассмотрим следующее уравнение, определяющее зависимость $R(t)$ от расходов $\alpha(t)$:

$$\left(\kappa_1 \frac{dR}{dt}\right)^{\gamma} \operatorname{sgn}\left(\frac{dR}{dt}\right) + R(t) = \kappa_0 \alpha(t), \qquad (1)$$

где параметр $\gamma > 1$. Величину $R(t)$ будем считать безразмерной; тогда величина κ_1 имеет размерность времени, а величина κ_0 имеет размерность сек/руб.

В дальнейшем выгодно перейти к безразмерному времени $\tau = t/\kappa_1$ и записывать уравнение (1) в виде

$$\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} \operatorname{sgn}\left(\frac{dR}{d\tau}\right) + R(\tau) = \kappa_0 \alpha(\tau), \qquad (2)$$

что мы и будем делать. Тогда коэффициент κ_0 имеет размерность 1/руб. Заметим еще, что при выполнении условия $dR/d\tau > 0$ уравнение (2) приобретает вид

$$\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} + R(\tau) = \kappa_0 \alpha(\tau). \qquad (3)$$

Отсюда находится явное выражение для $\alpha(\tau)$ через $R(\tau)$:

$$\alpha(\tau) = \frac{1}{\kappa_0}\left[\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} + R(\tau)\right]. \qquad (4)$$

Постановка задачи на оптимизацию

Рассмотрим случай, когда стоимость затрат на производство единицы товара равна *c*, а продается он по розничной цене *p*. Пусть $q(R(\tau))$ есть объем продаж в единицу времени, зависящий от влияния рекламы в этот момент времени. Тогда, обозначая через $\Pi(\tau)$ доход от продажи товара, полученный к моменту времени τ, можем записать

$$\frac{d\Pi}{d\tau} = (p-c)q(R(\tau)) - \frac{1}{\kappa_0}\left[\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} + R(\tau)\right],$$

так что

$$\kappa_0 \Pi(T) = \int_0^T \left[\kappa_0 (p-c) q(R(\tau)) - \left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} - R(\tau)\right] d\tau, \qquad (5)$$

и естественное желание максимизировать прибыль к моменту времени *T* приводит к задаче

$$\int_0^T \left[\kappa_0 (p-c) q(R(\tau)) - \left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} - R(\tau)\right] d\tau \Rightarrow \max_{R(\tau)}. \qquad (6)$$

В дальнейшем будем использовать обозначение $\kappa_0(p-c) = a$. Заметим, что это безразмерная величина.

Стационарная траектория

Среди всех траекторий функции $R(\tau)$ особую роль играет одна, которую мы будем называть стационарной. Она получается из следующих соображений.

Пусть $R(\tau) = R_0 = \text{const}$. Тогда $dR/d\tau = 0$, и подынтегральное выражение в (6) принимает вид $aq(R_0) - R_0$. Желание добиться максимума приводит к требованию $aq(R_0) - R_0 \Rightarrow \max\limits_{R_0}$, что, в свою очередь, дает уравнение для R_0:

$$aq'(R_0) = 1. \qquad (7)$$

Решение этого уравнения существует, если выполнено условие $aq'(0) > 1$.

Решение задачи оптимизации

Для решения уравнения (6) применим методы вариационного исчисления. В данном случае функционал имеет вид

$$F(\tau, R, R') = aq(R(\tau)) - \left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} - R(\tau), \qquad (8)$$

и он явно от τ не зависит.

В этом случае уравнение Эйлера имеет первый интеграл

$$F - R'F_{R'} = C,$$

который в рассматриваемом случае принимает вид

$$aq(R(\tau)) - R(\tau) + (\gamma-1)(R'(\tau))^{\gamma} = C,$$

или, в явном виде,

$$(\gamma-1)\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} = C - aq(R(\tau)) + R(\tau). \qquad (9)$$

Рассмотрим вопрос к константе *C*. В нашем случае мы имеем задачу со свободным правым концом и поэтому при $T = \tau$ должно выполняться условие

$F_{R'} = 0$, что приводит к требованию $R'(T) = 0$. Отсюда получаем уравнение, определяющее C:

$$C = aq(R(T)) - R(T),$$

так что окончательно уравнение (9) принимает вид

$$(\gamma-1)\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} = = a\big(q(R(T)) - q(R(\tau)) - (R(T) - R(\tau)\big). \qquad (10)$$

Разделяя переменные, получим

$$\frac{dR}{[a(q(R(T)) - q(R(\tau)) - (R(T) - R(\tau))]^{1/\gamma}} = = \frac{d\tau}{(\gamma-1)^{1/\gamma}}. \qquad (11)$$

С учетом естественного начального условия $R(0) = 0$ получим решение в виде

$$\tau = (\gamma-1)^{1/\gamma} \int_0^R \frac{dz}{[a(q(R(T)) - q(z)) - (R(T) - z)]^{1/\gamma}}, \qquad (12)$$

что дает явное выражение τ через $R = R(\tau)$.

Это же уравнение определяет и неизвестную величину $R(T)$. Подставляя в (12) $\tau = T$, получим уравнение для определения $R(T)$:

$$T = (\gamma-1)^{1/\gamma} \int_0^{R(T)} \frac{dz}{[a(q(R(T)) - q(z)) - (R(T) - z)]^{1/\gamma}}. \qquad (13)$$

Рассмотрим основные свойства соотношений (12) и (13). Из (12) получаем

$$\frac{d\tau}{dR} = \frac{(\gamma-1)^{1/\gamma}}{[a(q(R(T)) - q(R)) - (R(T) - R)]^{1/\gamma}} > 0,$$

то есть τ монотонно возрастает с ростом R. Далее, так как при $\tau \to T \quad R \to R(T)$, то

$$\lim_{\tau \to T} \frac{d\tau}{dR} = +\infty.$$

Далее, находя вторую производную от τ по R, получим

$$\frac{d^2\tau}{dR^2} = \frac{(\gamma-1)^{1/\gamma}}{[a(q(R(T)) - q(R)) - (R(T) - R)]^{1+\frac{1}{\gamma}}} \frac{aq'(R) - 1}{\gamma},$$

и так как при $R < R_0 \quad aq'(R) - 1 > 0$, то и $\dfrac{d^2\tau}{dR^2} > 0$, что говорит о том, что зависимость τ от R является выпуклой вниз функцией.

Заметим, что при $z \to R(T)$ знаменатель в подынтегральном выражении (13) обращается в ноль. Поэтому необходимо исследовать сходимость интеграла (13).

Рассмотрим поведение подынтегрального выражения интеграла (13). Здесь возможны два случая:

а) $R(T) < R_0$.

В этом случае, используя разложение в ряд Тейлора около точки $z = R(T)$, получим

$$a\big(q(R(T)) - q(z)\big) - \big(R(T) - z\big) = = \big(aq'(R(T)) - 1\big)\big(R(T) - z\big) + o\big(\big(R(T) - z\big)\big), \qquad (14)$$

и так как в этом случае $\big(aq'(R(T)) - 1\big) \neq 0$, то на верхнем пределе интеграл в (13) ведет себя как

$$\int^{R(T)} \frac{dz}{\big(R(T) - z\big)^{1/\gamma}},$$

и, по признакам сходимости несобственных интегралов второго рода, он сходится. Таким образом, при $R(T) < R_0$ формула (13) дает всегда конечные значения T.

б) $R(T) = R_0$.

Так как в этом случае $aq'(R_0) - 1 = 0$, то в (14) надо разлагать с точностью до членов с $(R_0 - z)^2$. Получаем

$$a\big(q(R_0) - q(z)\big) - \big(R_0 - z\big) = = -\frac{aq''(R_0)}{2}(R_0 - z)^2 + o\Big((R_0 - z)^2\Big),$$

и поэтому на верхнем пределе интеграл в (13) ведет себя как

$$\int^{R_0} \frac{dz}{\big(R_0 - z\big)^{2/\gamma}}.$$

Он сходится при $\gamma > 2$ и расходится при $\gamma \le 2$.

Таким образом, примерный вид зависимости T от $R(T)$ имеет вид, изображенный на рис. 1. Заметим, что при $\gamma > 2$ значению $R(T) = R_0$ соответствует конечное значение

$$T_1 = (\gamma-1)^{1/\gamma} \int_0^{R_0} \frac{dz}{[a(q(R_0) - q(z)) - (R_0 - z)]^{1/\gamma}}. \qquad (15)$$

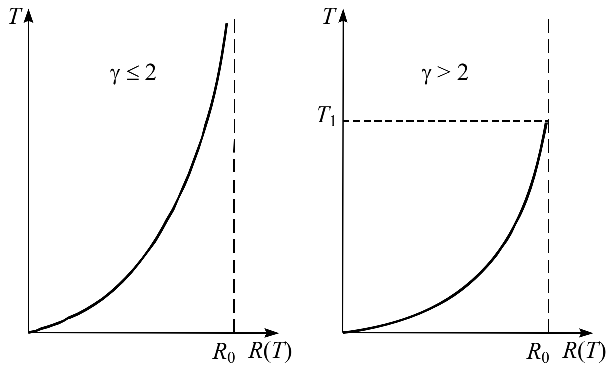

Рис. 1

Частный случай

Рассмотрим частный случай, когда

$$q(R) = q_m - (q_m - q_0)e^{-\beta R}. \qquad (16)$$

Условие эффективности рекламы имеет в данном случае вид $aq'(0) > 1$ и превращается в условие $a(q_m - q_0)\beta > 1$.

Стационарное значение R_0 определяется уравнением $a(q_m - q_0)\beta e^{-\beta R_0} = 1$, решение которого имеет вид

$$R_0 = \frac{1}{\beta}\ln\big(a(q_m - q_0)\beta\big). \qquad (17)$$

Интеграл (13) приобретает вид

$$T = (\gamma-1)^{1/\gamma} \times$$

$$\times \int\limits_0^{R(T)} \frac{dz}{\left[a(q_m - q_0)\left(e^{-\beta z} - e^{-\beta R(T)}\right) - (R(T)-z)\right]^{1/\gamma}}, \quad (18)$$

и надо строить графики зависимости T от $R(T)$ для значений $R(T)$ из области $0 < R(T) < R_0$.

Ниже приведены примеры таких графиков для случая, когда β=0,5 и комбинация $a(q_m - q_0) = 24{,}364$ (рис. 2 и 3). Это соответствует тому, что $R_0 = 5$.

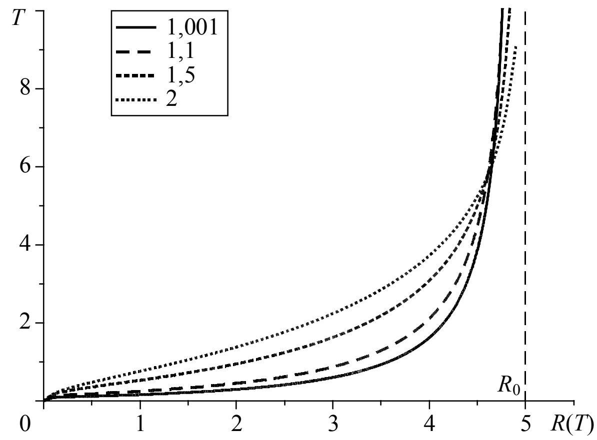

Рис. 2

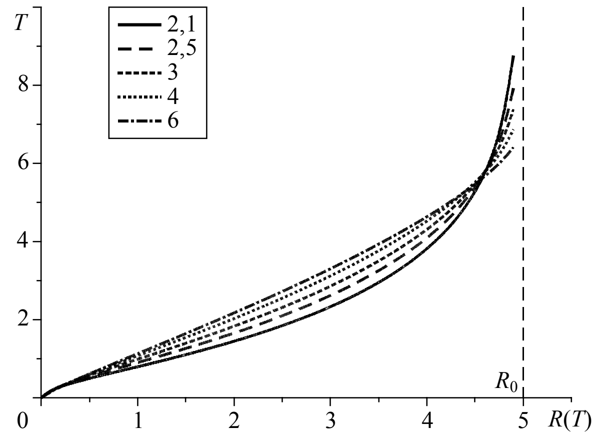

Рис. 3

Расходы на рекламу

Рассмотрим выражение (12)

$$\tau = (\gamma-1)^{1/\gamma} \int\limits_0^R \frac{dz}{\left[a\left(q(R(T)) - q(z)\right) - (R(T)-z)\right]^{1/\gamma}},$$

тогда

$$\frac{d\tau}{dR} = \frac{(\gamma-1)^{1/\gamma}}{\left[a\left(q(R(T)) - q(R)\right) - (R(T)-R)\right]^{1/\gamma}},$$

откуда

$$\frac{dR}{d\tau} = \frac{\left[a\left(q(R(T)) - q(R)\right) - (R(T)-R)\right]^{1/\gamma}}{(\gamma-1)^{1/\gamma}}.$$

Расходы имеют вид

$$\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma} + R = \frac{a\left(q(R(T)) - q(R)\right) - (R(T)-R)}{\gamma-1}.$$

График для случая, когда $\beta = 0{,}5$ и комбинация $a(q_m - q_0) = 24{,}364$, приведен на рис. 4.

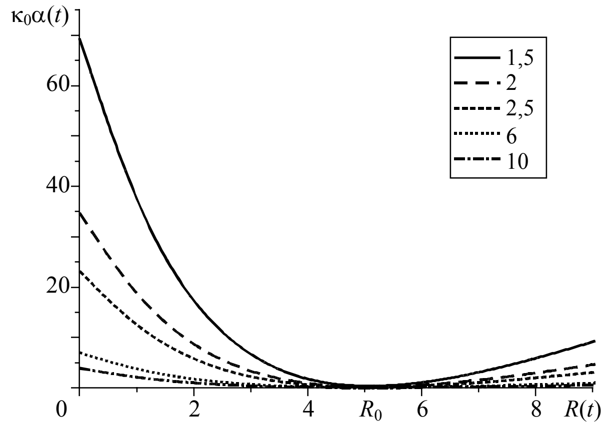

Рис. 4

Выключение рекламы

Незадолго до окончания периода деятельности T целесообразно прекратить выделение расходов на рекламу, чтобы дожить до конца этого периода «по инерции». Рассмотрим подробно этот процесс.

Пусть длительность периода деятельности T достаточно велика, так что можно считать, что устанавливается $R(t) = R_0$. Пусть в момент времени $T - T_*$ выделение расходов на рекламу прекращается. Тогда дифференциальное уравнение [2] принимает вид

$$-(R')^{\gamma} + R = 0,$$

которое надо решить при начальном условии $R(T - T_*) = 0$. Разделяя переменные

$$\frac{dR}{R^{1/\gamma}} = -d\tau$$

и интегрируя, получим

$$\int\limits_{R_0}^{R} \frac{dz}{z^{1/\gamma}} = -\int\limits_{T-T_*}^{\tau} d\tau = -(\tau - T + T_*).$$

Вычисляя внутренний интеграл, получим

$$R(\tau)^{(\gamma-1)/\gamma} - R_0^{(\gamma-1)/\gamma} = -\frac{\gamma}{\gamma-1}(\tau - T + T_*),$$

откуда окончательно

$$R(\tau) = \left[R_0^{(\gamma-1)/\gamma} - \frac{\gamma}{\gamma-1}(\tau - T + T_*)\right]^{\gamma/(\gamma-1)}. \quad (19)$$

Теперь рассуждаем следующим образом: если на участке $[T - T_*, T]$ не выключать расходы на рекламу, то мы получим доход

$$\left(aq(R_0) - \frac{1}{\kappa_0} R_0\right) T_*.$$

Если же мы прекратим выделение расходов на рекламу, то получим доход

$$\int\limits_{T-T_*}^{T} aq\left(\left[R_0^{(\gamma-1)/\gamma} - \frac{\gamma}{\gamma-1}(\tau - T + T_*)\right]^{\gamma/(\gamma-1)}\right) d\tau =$$

$$= \int\limits_0^{T_*} aq\left(\left[R_0^{(\gamma-1)/\gamma} - \frac{\gamma}{\gamma-1} z\right]^{\gamma/(\gamma-1)}\right) dz.$$

Разность этих величин будет равна

$$\int_0^{T_*} aq\left(\left[R_0^{(\gamma-1)/\gamma}-\frac{\gamma}{\gamma-1}z\right]^{\gamma/(\gamma-1)}\right)dz-\left(aq(R_0)-\frac{1}{\kappa_0}R_0\right)T_*,$$

и она достигает максимума, когда производная от этого выражения равна нулю. Это дает уравнение для определения T_*:

$$aq\left(\left[R_0^{(\gamma-1)/\gamma}-\frac{\gamma}{\gamma-1}T_*\right]^{\gamma/(\gamma-1)}\right)=aq(R_0)-\frac{1}{\kappa_0}R_0. \quad (20)$$

В рассматриваемом частном случае, когда $q(R)=q_m-(q_m-q_0)e^{-\beta R}$, явное выражение для T_* имеет вид

$$T_*=\frac{\gamma-1}{\gamma}\left[R_0^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma}}-\left(-\frac{1}{\beta}\ln\left(e^{-\beta R_0}+\frac{R_0}{a\kappa_0(q_m-q_0)}\right)\right)^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma}}\right]. (21)$$

Обозначим $a\kappa_0(q_m-q_0)=g$.

График (21) для $\beta=0{,}5$ и $R_0=5$ дан на рис. 5

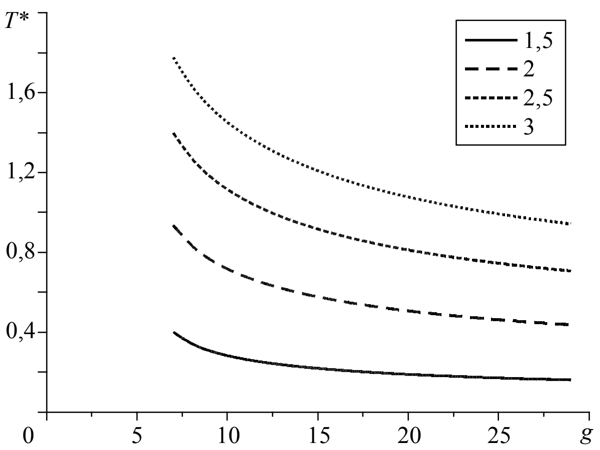

Рис. 5

СМЕЩЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СПРОС–ЦЕНА ПАРАЛЛЕЛЬНО САМОЙ СЕБЕ

Пусть зависимость спрос – цена имеет вид $p+bq=a$, или, в явном виде, $p=a-bq$. Данный вид зависимости предполагает, что кривая спрос – цена с течением времени смещается параллельно самой себе.

Тогда доход фирмы в единицу времени составит величину

$$(a-bq-c)q-D.$$

Находя максимум этой величины по объему производства q, легко получить, что этот максимум достигается при $q=\dfrac{a-c}{2b}$ и доход фирмы в единицу времени при таком объеме производства равен

$$\frac{(a-c)^2}{4b}-D.$$

Объем товара $g(\tau)$, производимый в момент времени τ, определяется как

$$g(\tau)=\frac{a(R(\tau))-c}{2b}.$$

Тогда получаем следующую систему уравнений, описывающую рассматриваемую ситуацию:

$$\begin{cases}\dfrac{d\Pi(\tau)}{d\tau}=\dfrac{(a(R)-c)^2}{4b}-\alpha(\tau),\\ \left(\dfrac{dR(\tau)}{d\tau}\right)^{\gamma}+R(\tau)=\kappa_0\alpha(\tau),\end{cases} \quad (22)$$

и нам необходимо решить задачу

$$\Pi(T)=\int_0^T\left[\frac{(a(R)-c)^2}{4b}-\frac{1}{\kappa_0}\left(R(\tau)-\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma}\right)\right]d\tau\Rightarrow\max_{R(\tau)}. \quad (23)$$

В данном случае функционал имеет вид

$$F(\tau,R,R')=\frac{(a(R(\tau)-c)^2}{4b}-\frac{1}{\kappa_0}\left(R(\tau)-\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma}\right). \quad (24)$$

В этом случае уравнение Эйлера имеет вид

$$\frac{(a(R(\tau)-c)^2}{4b}-\frac{1}{\kappa_0}\left(R(\tau)-(\gamma-1)\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma}\right)=C. \quad (25)$$

Уравнение, определяющее C:

$$C=\frac{(a(R(T))-c)^2}{4b}-\frac{1}{\kappa_0}R(T).$$

Окончательно уравнение Эйлера имеет вид

$$\frac{\gamma-1}{\kappa_0}\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma}= \quad (26)$$

$$=\frac{1}{4b}\left[(a(R(T))-c)^2-(a(R(\tau))-c)^2\right]-\frac{1}{\kappa_0}[R(T)-R(\tau)].$$

С учетом естественного начального условия $R(0)=0$ получим решение в виде

$$\tau=(\gamma-1)^{1/\gamma}\int_0^{R_\tau}\left[\frac{\kappa_0}{4b}\left((a(R(T))-c)^2-(a(R(z))-c)^2\right)-\right.$$
$$\left.-(R(T)-R(z))\right]^{-1/\gamma}dz, \quad (27)$$

что дает явное выражение τ через $R=R(\tau)$.

Подставляя $\tau=T$, получим уравнение для определения $R(T)$:

$$T=(\gamma-1)^{1/\gamma}\int_0^{R(T)}\left[\frac{\kappa_0}{4b}\left((a(R(T))-c)^2-(a(R(z))-c)^2\right)-\right.$$
$$\left.-(R(T)-R(z))\right]^{-1/\gamma}dz. \quad (28)$$

Частный случай

Рассмотрим частный случай, когда

$$q(\tau)=\frac{a_m-(a_m-a_0)e^{-\beta R(\tau)}-c}{2b}. \quad (29)$$

Стационарное значение R_0 определяется уравнением $(a_m-(a_m-a_0)e^{-\beta R_0}-c)(a_m-a)e^{-\beta R_0}\beta=2b$, решение которого имеет вид

$$R_0=\frac{1}{\beta(a_m-a_0)}\ln\frac{2\beta}{\beta(a_m-c)-\sqrt{(\beta(a_m-c))^2-8b\beta}}. \quad (30)$$

Интеграл (28) приобретает вид

$$T=(\gamma-1)^{1/\gamma}\int_0^{R(T)}\left[\frac{\kappa_0}{4b}((a_m-(a_m-a_0)e^{-\beta R(T)}-c)^2-\right.$$
$$\left.-(a_m-(a_m-a_0)e^{-\beta R(z)}-c)^2)-(R(T)-z)\right]^{-1/\gamma}dz.$$

СМЕЩЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СПРОС – ЦЕНА ПОД УГЛОМ

Объем товара $g(\tau)$, производимый в момент времени τ, определяется как

$$g(\tau)=\frac{a(R(\tau))-c}{2b(R(\tau))}.$$

Тогда получаем следующую систему уравнений, описывающую рассматриваемую ситуацию:

$$\begin{cases}\dfrac{d\Pi(\tau)}{d\tau}=\dfrac{(a(R(\tau))-c)^2}{4b(R(\tau))}-\alpha(\tau),\\ \left(\dfrac{dR(\tau)}{d\tau}\right)^{\gamma}+R(\tau)=\kappa_0\alpha(\tau),\end{cases}\tag{31}$$

и нам необходимо решить задачу

$$\Pi(T)=\int_0^T\left[\frac{(a(R(\tau))-c)^2}{4b(R(\tau))}-\frac{1}{\kappa_0}\left(R(\tau)-\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma}\right)\right]d\tau\Rightarrow\max_{R(\tau)}.\tag{32}$$

В данном случае функционал имеет вид

$$F(\tau,R,R')=\frac{(a(R(\tau)-c)^2}{4b(R(\tau))}-\frac{1}{\kappa_0}\left(R(\tau)-\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma}\right).\tag{33}$$

В этом случае уравнение Эйлера имеет вид

$$\frac{(a(R(\tau)-c)^2}{4b(R(\tau))}-\frac{1}{\kappa_0}\left(R(\tau)-(\gamma-1)\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma}\right)=C.\tag{34}$$

Уравнение, определяющее *C*:

$$C=\frac{(a(R(T))-c)^2}{4b(R(T))}-\frac{1}{\kappa_0}R(T).$$

Окончательно уравнение Эйлера имеет вид

$$\begin{gathered}\frac{\gamma-1}{\kappa_0}\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^{\gamma}=\\ =\left[\frac{(a(R(T))-c)^2}{4b(R(T))}-\frac{(a(R(\tau))-c)^2}{4b(R(\tau))}\right]-\frac{1}{\kappa_0}[R(T)-R(\tau)].\end{gathered}\tag{35}$$

С учетом естественного начального условия $R(0)=0$ получим решение в виде

$$\begin{gathered}\tau=(\gamma-1)^{1/\gamma}\times\\ \times\int_0^{R_\tau}\frac{dz}{\left[\dfrac{\kappa_0}{4}\left(\dfrac{(a(R(T))-c)^2}{b(R(T))}-\dfrac{(a(R(z))-c)^2}{b(R(z))}\right)-(R(T)-R(z))\right]^{1/\gamma}},\end{gathered}\tag{36}$$

что дает явное выражение τ через $R=R(\tau)$.

Подставляя $\tau=T$, получим уравнение для определения $R(T)$:

$$\begin{gathered}T=(\gamma-1)^{1/\gamma}\times\\ \times\int_0^{R(T)}\frac{dz}{\left[\dfrac{\kappa_0}{4}\left(\dfrac{(a(R(T))-c)^2}{b(R(T))}-\dfrac{(a(R(z))-c)^2}{b(R(z))}\right)-(R(T)-R(z))\right]^{1/\gamma}}.\end{gathered}\tag{37}$$

Частный случай

Рассмотрим частный случай, когда

$$q(\tau)=\frac{a_m-(a_m-a_0)e^{-\beta R(\tau)}-c}{4(b_m-(b_m-b_0)e^{-\beta R(\tau)})}.\tag{38}$$

Стационарное значение R_0 определяется уравнением

$$\begin{gathered}2\left(a_m-(a_m-a_0)e^{-\beta R_0}-c\right)(a_m-a_0)e^{-\beta R_0}\times\\ \times\beta\left(b_m-(b_m-b_0)e^{-\beta R_0}\right)-\\ -\left(a_m-(a_m-a_0)e^{-\beta R_0}-c\right)^2(b_m-b_0)e^{-\beta R_0}=\\ =4\left(b_m-(b_m-b_0)e^{-\beta R_0}\right)^2.\end{gathered}$$

Интеграл (37) приобретает вид

$$\begin{gathered}T=(\gamma-1)^{1/\gamma}\int_0^{R(T)}\left[\frac{\kappa_0}{4}\left(\frac{\left(a_m-(a_m-a_0)e^{-\beta R(T)}-c\right)^2}{b_m-(b_m-b_0)e^{-\beta R(T)}}-\right.\right.\\ \left.\left.-\frac{\left(a_m-(a_m-a_0)e^{-\beta R(z)}-c\right)^2}{b_m-(b_m-b_0)e^{-\beta R(z)}}\right)-(R(T)-z)\right]^{-1/\gamma}dz.\end{gathered}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Астафьева Е.В., Терпугов А.Ф.* Математическая модель влияния рекламы на деятельность фирмы // Четвертая Всерос. конф. по финансово-актуарной математике и смежным вопросам: Тез. докл. Красноярск, 2005. С. 19 – 20.
2. *Астафьева Е.В., Терпугов А.Ф.* Модель рекламной компании, когда цена продажи зависит от рекламы // Обработка данных и управление в сложных системах. Вып. 6. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. С. 13 – 20.

Статья представлена кафедрой теории вероятностей и математической статистики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию «Кибернетика» 30 мая 2005 г.