

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ
СОВРЕМЕННОЙ МЕХАНИКИ
СПЛОШНЫХ СРЕД**

**Всероссийская
молодёжная научная конференция**

Томск, 16–19 октября 2010 г.



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
2010

УДК 539.3, 533.6, 531.3
ББК 22.251, 22.253, 22.62

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ИЗДАНИЯ

«ТРУДЫ ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА»:

проф. **Г.Е. Дунаевский** – председатель коллегии, проректор ТГУ;
с.н.с. **М.Н. Баладин** – ответственный редактор издания, зам. председателя
коллегии; с.н.с. **В.З. Башкатов** – член коллегии

ЧЛЕНЫ КОЛЛЕГИИ, РУКОВОДИТЕЛИ НАУЧНЫХ РЕДАКЦИЙ
ПО НАПРАВЛЕНИЯМ:

д.т.н., проф. **А.А. Глазунов** – научная редакция «Механика, математика»; д.т.н., проф. **Э.Р. Шрагер** – научная редакция «Механика, математика»; д.т.н., проф. **А.М. Горцев** – научная редакция «Информатика и кибернетика»; д.т.н., проф. **С.П. Сушенко** – научная редакция «Информатика и кибернетика»; д.ф.-м.н., проф. **В.Г. Багров** – научная редакция «Физика»; д.ф.-м.н., проф. **А.И. Потекаев** – научная редакция «Физика»; д.б.н., проф. **Н.А. Кривова** – научная редакция «Биология»; д.б.н., проф. **С.П. Кулижский** – научная редакция «Биология»; д.г.-м.н., проф. **В.П. Парначев** – научная редакция «Науки о Земле, химия»; к.х.н., доц. **Ю.Г. Слизов** – научная редакция «Науки о Земле, химия»; д.филол.н., проф. **Т.А. Демешкина** – научная редакция «История, филология»; д.и.н., проф. **В.П. Зиновьев** – научная редакция «История, филология»; д.э.н., проф. **В.И. Канов** – научная редакция «Юридические и экономические науки»; д.ю.н., проф. **В.А. Уткин** – научная редакция «Юридические и экономические науки»; д.филос.н., проф. **Ю.В. Петров** – научная редакция «Философия, социология, психология, педагогика, искусствознание»; д.психол.н., проф. **Э.В. Галажинский** – научная редакция «Философия, социология, психология, педагогика, искусствознание»

НАУЧНАЯ РЕДАКЦИЯ ТОМА:

директор НИИ ПММ ТГУ, проф. **А.А. Глазунов**; декан ФТФ ТГУ, проф. **Э.Р. Шрагер**; академик РАН, проф. **И.Б. Богоряд**; проф., зав. кафедры ФТФ ТГУ **В.И. Биматов**; зав. отделом НИИ ПММ ТГУ **В.Г. Бутов**; проф., зав. кафедры ФТФ ТГУ **И.М. Васенин**; проф., зав. отд. механики деформируемого твердого тела НИИ ПММ ТГУ **А.В. Герасимов**; зам. директора по науке НИИПММ ТГУ **А.Н. Ищенко**; проф., зав. кафедры ФТФ ТГУ **С.Н. Кульков**; директор Молодёжного центра НУ ТГУ **В.И. Масловский**; проф., зав. кафедры ФТФ ТГУ **В.А. Скрипняк**; проф., зав. кафедры ФТФ ТГУ **Г.Р. Шрагер**; ученый секретарь СМУ ТГУ **М.Ю. Орлов**

Конференция выполнена при поддержке гранта РФФИ 10-08-06819 моб-г.

Труды Томского государственного университета. – Т. 276. – Сер. физико-математическая: Молодежная научная конференция Томского государственного университета 2010 г. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2010. – 246 с.

ISBN 978-5-7511-1956-0

Сборник содержит материалы I Всероссийской конференции молодых ученых «Актуальные проблемы современной механики сплошной среды», прошедшей 16–19 октября 2010 г. в Томском государственном университете в рамках II Фестиваля науки. Материалы сгруппированы в соответствии с работавшими на конференции секциями

Для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов.

УДК 539.3, 533.6, 531.3
ББК 22.251, 22.253, 22.62

ISBN 978-5-7511-1956-0

© Томский государственный университет, 2010

К ЧИТАТЕЛЯМ «ТРУДОВ ТГУ»

В октябре 2010 г. в рамках II Всероссийского фестиваля науки в Томском государственном университете на базе Научно-исследовательского института прикладной математики и механики и физико-технического факультета прошла I Всероссийская конференция молодых ученых «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред».

Главной целью конференции являлось привлечение и закрепление в сфере науки и инноваций молодых исследователей – будущего российской науки. По словам Нобелевского лауреата премии мира 2007 года профессора Терри Каллагана, недавно посетившего Томский государственный университет, вложение в молодых ученых является одним из самых выгодных капиталовложений в мире.

В работе конференции приняли участие молодые ученые из ведущих вузов и научных учреждений России, в том числе МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва), РГУ им. И. Канта (Калининград), РПФ Лендрим (Москва), ФГУП ННЦ ГПИИД им. А.А. Скочинского (Люберцы), ИПХФ РАН (Черноголовка), ННГУ им. Н.И. Лобачевского (Н. Новгород), ЛГТУ (Липецк), КГТУ (Казань), РФЯЦ–ВНИИЭФ (Саров), НГТУ (Новосибирск), ИТ им. С.С. Кутателадзе СО РАН (Новосибирск), КТИ ВТ СО РАН (Новосибирск), ИФПМ СО РАН (Томск), НИ ТПУ (Томск), ИПХЭТ СО РАН (Бийск), ИИФР СФУ (Красноярск), а также зарубежные ученые из Кемницевского Технического университета и Университета Эрланген-Нюрнберг (Германия).

На пленарном заседании обзорные лекции прочитали профессор В.И. Терехов (ИТ им. С.С. Кутателадзе СО РАН), д.ф.-м.н. В.Г. Трушков (НИИ ПММ ТГУ), к.ф.-м.н. Л.Л. Миньков (ТГУ). С презентацией многофункционального программного комплекса «MASTER Professional» для расчета задач физики взрыва и удара выступил заведующий лабораторией РФЯЦ–ВНИИЭФ В.В. Руденко.

Работа конференции проходила по четырем секциям. Большинство работ поддержаны различными фондами, в том числе федеральными целевыми программами и грантами Президента РФ, что, безусловно, свидетельствует о высоком уровне исследований. Лучшие доклады были награждены памятными дипломами.

Желаем участникам конференции плодотворной работы и достижения конкурентоспособных результатов в поддержку отечественной науки и промышленности и добро пожаловать в Сибирские Афины!

*А.А. Глазунов
Председатель оргкомитета конференции*

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

ВИЗУАЛЬНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФИЗИКИ ВЗРЫВА И УДАРА В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ MASTER Professional

**В.В. Башуров, С. В. Павлов, В.В. Руденко, В.М. Шабуров,
М.В. Шабуров**

Комплекс MASTER Professional предназначен для проведения расчетно-теоретического моделирования быстропротекающих нестационарных многомерных импульсных газо-, гидродинамических, упругопластических, сопровождающихся звуковыми, ударными, детонационными волнами, высокими сжатиями и удельными энергиями изучаемых сред.

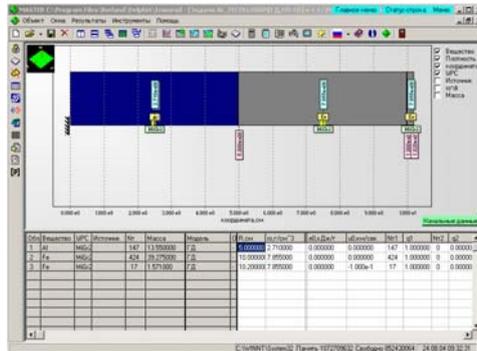
В состав комплекса включены различные численные алгоритмы, позволяющие моделировать реальные физические эксперименты с использованием численных методов как в одномерном, так и в многомерном приближении.

Отличительными особенностями комплекса являются простота, развитый дружественный пользовательский интерфейс, высокая степень автоматизации и визуализация всех этапов работы пользователя, визуализация моделируемых процессов и удобные средства управления моделированием и обработки результатов.

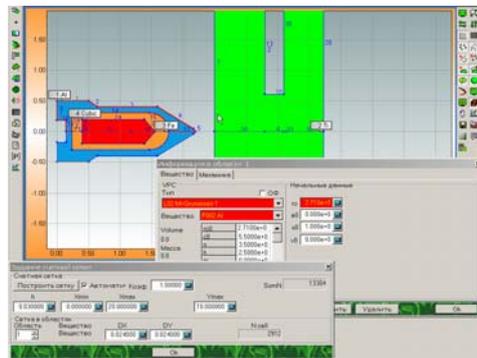
Основу архитектуры комплекса MASTER составляют:

- база данных методов численного моделирования, содержащая счетные модули для численного моделирования процессов физики сплошных сред;
- 2D и 3D визуальный графический редактор для задания геометрии задачи;
- интерфейсная система ввода начальных данных и граничных условий задач;
- система задания начальных данных сложных объектов (серий, вариаций, оптимизаций и др.);
- система управления расчетами объектов;
- система визуализации данных на всех этапах жизненного цикла объектов;
- мастер подготовки объектов – система задания начальных данных объектов на основе последовательности диалогов для ускоренной подготовки;
- система обработки результатов;
- база данных характеристик материалов, включающая параметры уравнений состояния, параметры упругопластических моделей и теплофизические параметры материалов;
- система помощи (Help) на русском и английском языках.

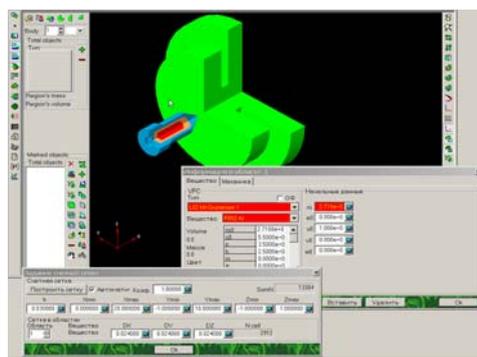
Работа пользователя происходит в уникальной интерфейсной среде, обладающей современными средствами ввода данных, в том числе 2D и 3D геометрий (рис. 1).



а)



б)



в)

Рис. 1. Визуальный ввод начальных данных одномерной (а), двумерной (б) и трехмерной (в) задач

Развитые средства управления расчетами составляют основу виртуальной лаборатории, предназначенной для численного моделирования задач различных классов. Виртуальная лаборатория создана в виде пользовательской визуальной диалоговой среды для подготовки, проведения расчетов и обработки результатов исследовательских задач (виртуальных экспериментов).

В состав лаборатория входит база данных характеристик веществ, которая используется при подготовке расчета и включает:

- библиотеку уравнений состояния;
- библиотеку упругопластических моделей (определяющих уравнений);
- библиотеку теплофизических параметров.

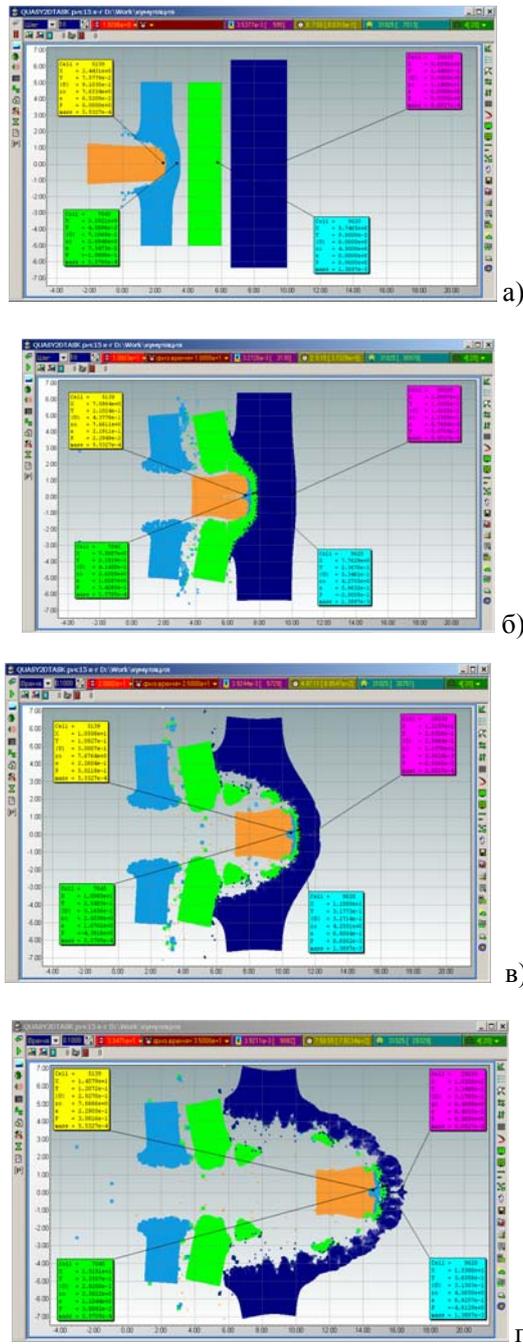


Рис. 2. Моделирование проникновения стального ударника (скорость 1 км/сек) в слоистую преграду (алюминий, титан, свинец). Осесимметричный расчет. Время 19.2 (а), 100 (б), 200 (в), 334 (г) мкс

При проектировании и расчетно-теоретической отработке ракетно-артиллерийских вооружений в комплексе MASTER решаются следующие задачи физики взрыва и удара:

- задачи проникания, бронепробития (рис. 2);

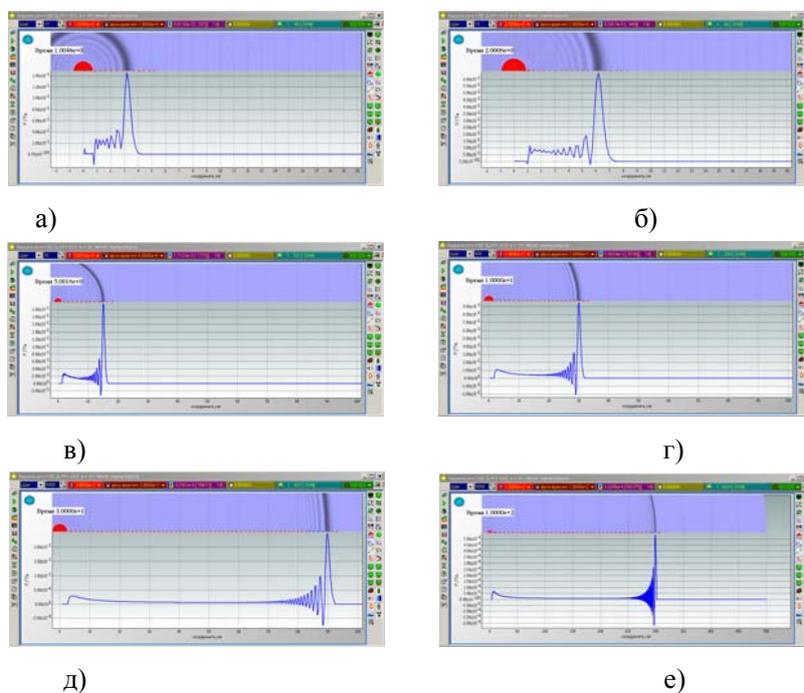


Рис. 3. Пример одномерного (сферическая симметрия) моделирования распространения ударной волны при подводном взрыве. Время 10 (а), 20 (б), 50 (в), 100 (г), 300 (д), 1000 (е) мкс

- детонационных и взрывных процессов (рис. 3.);
- кумулятивных явлений (рис. 4).

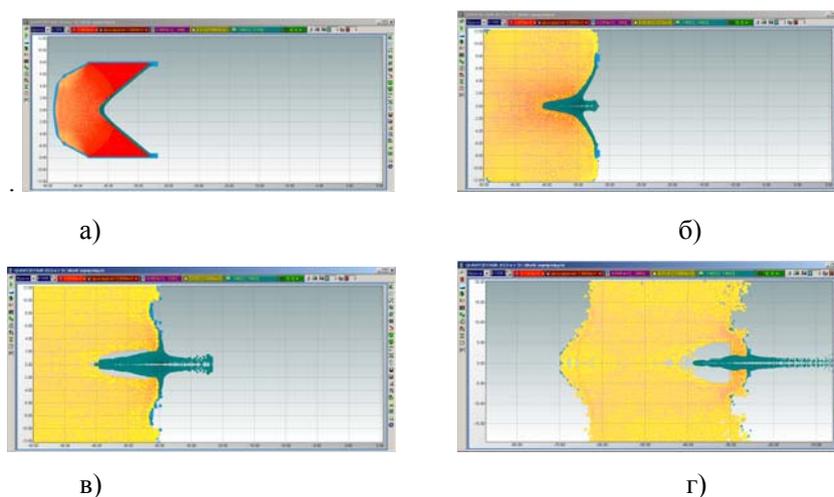


Рис. 4. Моделирование формирования кумулятивной струи в стандартном кумулятивном заряде. Двумерный осесимметричный расчет. Время 10 (а), 30 (б), 50 (в), 80 (г) мкс

Комплекс предназначен для персональных компьютеров с операционными системами Windows-NT, 2000, XP, Vista и выше со стандартной конфигурацией. Работает на многопроцессорных (многоядерных) компьютерах,

эксплуатируется в сетевом и персональном вариантах, защищен от нелегального использования программируемым электронным ключом. Комплекс зарегистрирован в Общероссийском Фонде Алгоритмов и Программ (рег. № 11845).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Tchekhounov E., Roudenko V., Chabourov M.* Tutorial and Research Package MASTER on Continuum Mechanics. Proc. Second European Conference «Physics Teaching in Engineering Education», Budapest, Hungary, 2000.

2. *Давыдов И.А., Пискунов В.Н., Мешков Е.Е., Павлов С.В., Руденко В.В., Шабуров В.М., Шабуров М.В., Башуров В.В.* Программный комплекс MASTER - интегрированная среда визуального компьютерного моделирования процессов физики сплошных сред / Сб. тезисов XVII Всероссийской конференции «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов и решение задач математической физики с приложением к многопроцессорным системам». Абрау-Дюрсо, 2008.

ВЛИЯНИЕ ИНЖЕКТИРОВАНИЯ ВОДЫ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ГИДРОЦИКЛОНА

Л.Л. Миньков, А.В. Крохина, И.Г. Дик

На основе выполненных экспериментов и численного моделирования исследуется течение суспензии в гидроциклоне с инжектором. Особое внимание уделяется выяснению механизмов воздействия инъекции на перестройку гидродинамических полей и в конечном итоге на механизмы классификации.

INFLUENCE OF WATER INJECTION ON HYDROCYCLONE PERFORMANCE

L.L. Minkov, A.V. Krokhina, J.H. Dueck

Flow-field of suspension in the hydrocyclone with water-injector is investigated on basis of carried out experiments and numerical simulation. Special attention is paid to the clarification of mechanisms of injection influence on the reorganization of hydrodynamic field and finally on classification mechanisms.

Одним из методов улучшения классификационных характеристик гидроциклона является дополнительная инъекция воды в нижней конической части гидроциклона в месте скопления нежелательно присутствующих мелких частиц перед выводом их из аппарата. Эта методика была впервые применена для обесшламливания горной руды [1]. В работе [2] было показано, что выход мелкого продукта с частицами меньше 10 мкм в нижний продукт обычного гидроциклона уменьшается с 48 до 11.5% после инжестирования водой. В дальнейшем система инжестирования водой была применена в бумажной промышленности для увеличения выхода древесного волокна в верхний продукт гидроциклона [3]. Об улучшении классификации мелких частиц угля с использованием устройства водной инъекции сообщалось в работе [4]. Также улучшение классификации наблюдалось в 100 мм модельном гидроциклоне [5], оснащенном устройством инжестирования воды при обработке кварцевого песка. Метод инъекции эффективно применялся для удаления золы, образующую глинообразный материал, из мелкого угля [6].

В работе [7] была сделана попытка оценки характеристик классификации при обработке свинцово-оловянной руды. Было показано, что превышение расхода инжестированной воды над расходом воды через нижний слив ведет к резкому увеличению зерна разделения и, по-видимому, равенство этих расходов является оптимальным. Исследование влияния положения инжесторного устройства в гидроциклоне проводилось в [8].

Несмотря на то, что метод инжестирования известен достаточно давно, систематические исследования влияния параметров инъекции на характеристики классификация суспензии отсутствуют.

В предлагаемой работе на основе выполненных экспериментов и численного моделирования исследуется гидромеханика в гидроциклоне с инжектором и

объясняются механизмы воздействия радиально и тангенциально направленной инъекции на процесс классификации твердых частиц.

Эксперименты. Эксперименты и расчеты проводились с гидроциклоном, схема которого дана на рис. 1, а. Участок L_3 на рисунке соответствует участку со встроенным инжекторным устройством. На рис. 1, б, в схематично показаны способы радиальной и тангенциальной подачи инжектированной воды в аппарат.

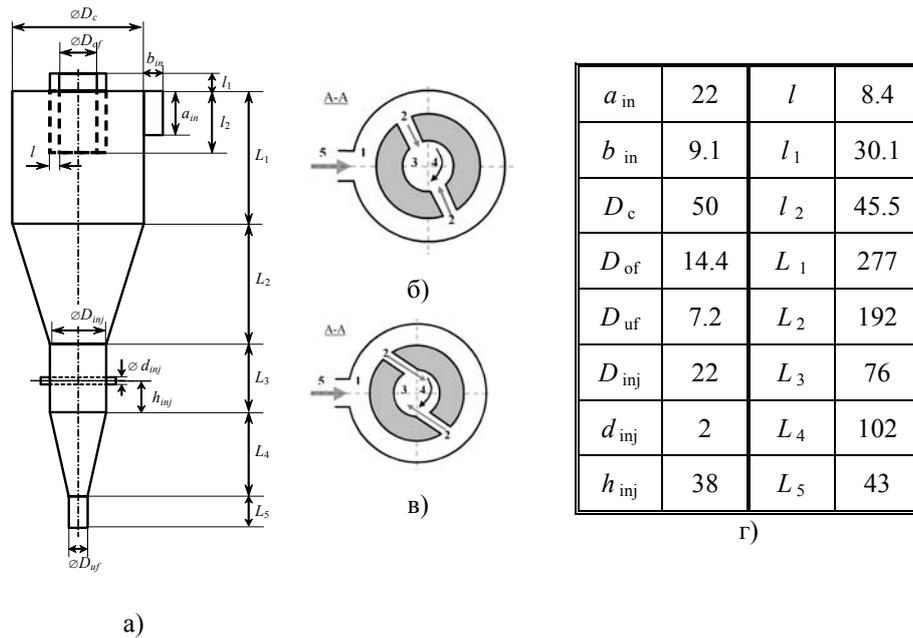


Рис. 1. Гидроциклон с инжектором:

а – схема гидроциклона; б, в – центральное поперечное сечение инжектора (б) – радиальный способ инъекции; в – тангенциальный способ инъекции; г – размеры в мм (l – распределительное кольцо; 2 – инжекционные входы; 3 – внутренняя полость гидроциклона в сечении инжектора; 4 – направление вращения основного потока; 5 – подвод инжектируемой воды)

Расходные характеристики воды в гидроциклоне без встроенного инжектора являются базовыми для понимания гидродинамики в гидроциклоне и верификации численных расчетов. Были проведены измерения расходов воды через выводные отверстия гидроциклона для разных значений давления на входе в аппарат. Увеличение входного давления приводит к увеличению потоков воды в выходных отверстиях в разных пропорциях, что отражено в следующих эмпирических формулах:

$$Q_F^0 = 53.36p^{0.49}, \quad Q_{OF}^0 = 44.59p^{0.52}, \quad Q_{UF}^0 = 8.76p^{0.34}.$$

Измерения показывают увеличение расхода воды приблизительно пропорционально квадратному корню от давления, что согласуется с эмпирическими уравнениями многих авторов [9], при этом зависимость отношения потоков воды через верхнее и нижнее выводные отверстия от давления может быть да-

$$\text{на как } S^0 = \frac{Q_{OF}^0}{Q_{UF}^0} = 5.09p^{0.18}.$$

Результаты измерений, полученные для инжекционного потока до 6 л/мин, можно аппроксимировать формулами, приведенными в табл. 1.

Таблица 1

Тангенциальная инжекция	Радиальная инжекция
$Q_{OF} = Q_{OF}^0 \left[1 + 1.37 \left(\frac{Q_{inj}}{Q_F} \right)^{1.07} \right]$	$Q_{OF} = Q_{OF}^0 \left[1 + \left(\frac{Q_{inj}}{Q_F} \right)^{1.14} \right]$
$Q_{UF} = Q_{UF}^0 \left[1 + 0.89 \left(\frac{Q_{inj}}{Q_F} \right) - 14.85 \left(\frac{Q_{inj}}{Q_F} \right)^2 \right]$	$Q_{UF} = Q_{OF}^0 \left[1 + 4.7 \left(\frac{Q_{inj}}{Q_F} \right)^{1.26} \right]$
$\frac{S - S^0}{S^0} = 22.1 \left(\frac{Q_{inj}}{Q_F} \right)^2$	$\frac{S - S^0}{S^0} = -1.49 \left(\frac{Q_{inj}}{Q_F} \right)$

Отчетливо видна диаметрально разная реакция вида инжекции (радиальной или тангенциальной) на распределение потоков воды через верхнее и нижнее выходные отверстия.

В частности, поток воды через нижний слив в случае радиальной инжекции всегда тем больше, чем больше поток инжектированной воды. При тангенциальной инжекции, если $\left(\frac{Q_{inj}}{Q_F} \right) \geq 0.03$, поток через нижний слив падает по мере усиления инжекции.

Заметим, что инжекция также несколько уменьшает входящий в аппарат поток воды. В случае тангенциальной инжекции это уменьшение можно вычислить по эмпирическому уравнению $\frac{Q_F^{inj}}{Q_F^0} = 1 - 0.12 \frac{Q_{inj}}{Q_F}$, а в случае радиальной

инжекции – $\frac{Q_F^{inj}}{Q_F^0} = 1 - 0.08 \frac{Q_{inj}}{Q_F}$.

Дальнейшие эксперименты проводились по исследованию влияния инжекции на классификационные характеристики гидроциклона, работающего с суспензией, приготовленной из воды и полевого шпата, размер частиц которого не превышал 40 мкм. Концентрация твердого вещества в исследуемой суспензии была 50 г/л.

На рис. 2 показано изменение функции разделения $T(d_j) = \frac{Q_{UF,j}^{inj}}{Q_{F,j}^{inj}}$ в зависимости от инжектирующего потока для тангенциальной и радиальной инжекции при давлении на входе в гидроциклон, равном 0.1 МПа. Увеличение инжектирующего потока ведет к снижению функции разделения более сильно при тангенциальной инжекции, нежели при радиальной.

В области размеров частиц меньше 5 мкм происходит их взаимодействие с более крупными частицами, что приводит к тому, что мелкие частицы, увлекаясь крупными, оседают значительно быстрее, чем это предсказывается форму-

лой Стокса. Это объясняет так называемый «Fish-hook» эффект, т.е. рост функции сепарации при уменьшении размера частиц.

Функцию разделения и процесс классификации характеризуют следующие параметры:

- диаметр частиц d_{50} , поступающих на 50% в нижний слив (зерно разделения);
- минимальное значение функции разделения T_{\min} ;
- значение функции разделения для самых малых фракций $T(0)$;
- глубина «Fish-hook» эффекта, определяемая как $F = T(0) - T_{\min}$.

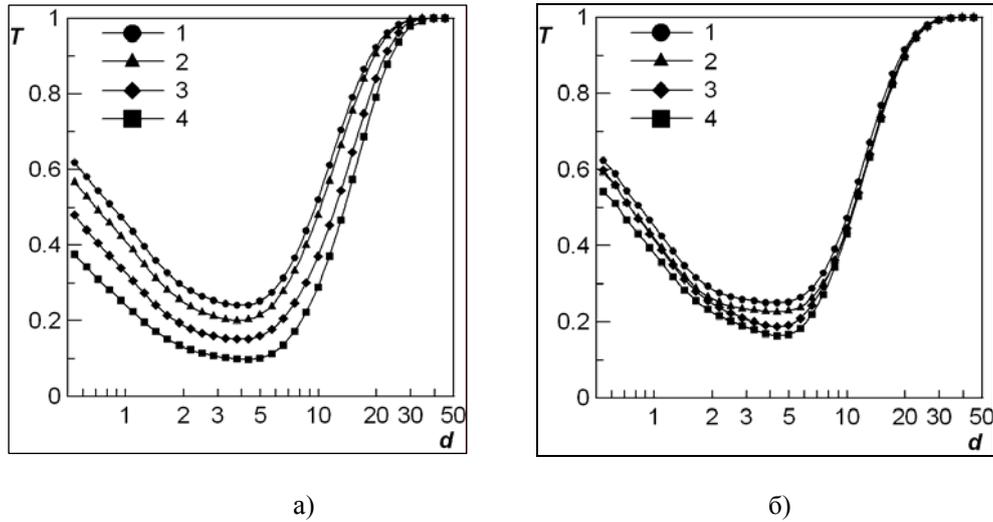


Рис. 2. Функция разделения при различных инъекционных потоках ($Q_{\text{вх}} = 54$ л/мин; $p = 1$ бар): а – тангенциальная инъекция; б – радиальная инъекция ($I - Q_{\text{inj}} = 0$ л/мин; 2 – $Q_{\text{inj}} = 2$ л/мин; 3 – $Q_{\text{inj}} = 4$ л/мин; 4 – $Q_{\text{inj}} = 6$ л/мин; d , мкм)

Таблица 2

Влияние инъекции на зерно разделения и характеристики функции разделения

Тангенциальная инъекция	Радиальная инъекция
$\frac{d_{50}^{\text{inj}}}{d_{50}^0} = 1 + 0.911 \frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} + 27.09 \left(\frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} \right)^2$	$\frac{d_{50}^{\text{inj}}}{d_{50}^0} = 1 + 0.706 \frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} + 4.055 \left(\frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} \right)^2$
$\frac{T_{\min}^{\text{inj}}}{T_{\min}^0} = \exp \left(-6.77 \frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} \right)$	$\frac{T_{\min}^{\text{inj}}}{T_{\min}^0} = \exp \left(-2.58 \frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} \right)$
$T^{\text{inj}}(0) = T^0(0) \exp \left(-4.26 \frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} \right)$	$T^{\text{inj}}(0) = T^0(0) \exp \left(-1.46 \frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} \right)$
$\frac{F^{\text{inj}}}{F^0} = \exp \left(-1.46 \frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} \right)$	$\frac{F^{\text{inj}}}{F^0} = \exp \left(-0.45 \frac{Q_{\text{inj}}}{Q_{\text{F,S}}} \right)$

На основе проведенных экспериментов были построены аппроксимационные зависимости (с точностью до 5%) для d_{50}^{inj} , T_{min}^{inj} , $T(0)$ и F^{inj} от расхода инжектирующей воды, которые приведены в табл. 2.

Как видно из формул и рис. 2, диаметр зерна разделения растет с увеличением расхода инъекции. И этот рост при тангенциальном способе впрыска сильнее, чем при радиальном. В то же время значения T_{min} , $T(0)$ и F^{inj} падают сильнее с ростом инъекции при тангенциальном способе, нежели при радиальном.

Таким образом, следует, что наиболее эффективное снижение доли мелких частиц в нижнем сливе имеет место при тангенциальном способе впрыска в гидроциклон инжектируемых струй воды.

Численное моделирование. Для понимания причин и путей влияния инъекции на гидродинамику течения воды внутри гидроциклона привлекалось численное моделирование, осуществленное с помощью пакета Fluent 6.3.26 [10].

Моделирование выполнялось в двумерном осесимметричном приближении для закрученных несжимаемых вязких турбулентных течений, которые описываются уравнением неразрывности и системой уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу, с привлечением модели рейнольдсовых напряжений (RSM).

Для численного решения определяющей системы уравнений проводилась дискретизация области на 41252 четырехугольные ячейки с использованием предпроцессора Gambit 2.3.16.

Решение системы уравнений количества движения и системы уравнений напряжений Рейнольдса выполнялось с помощью противоточной схемы второго порядка точности с привлечением алгоритма PRESTO для расчета давления на гранях ячеек. Согласование между полем давления и полем скорости реализовано на основе алгоритма PISO.

Нижеприведенные расчеты получены при давлении в питающем патрубке, равном 0.2 МПа, что обеспечивает расход основного потока через впускной канал 60 л/мин.

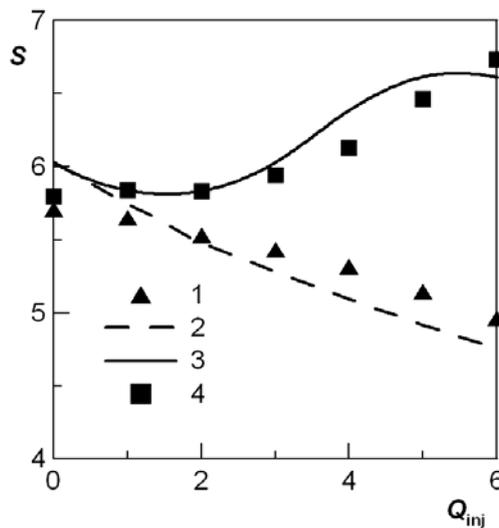


Рис. 3. Зависимость сплит-параметра инъекционного потока. 1, 4 – эксперимент; 2, 3 – численное моделирование (1, 2 – радиальная инъекция; 3, 4 – тангенциальная инъекция; Q_{inj} , л/мин)

Расчеты потоков через оба отводных канала показывают качественное согласие с экспериментальными измерениями, и локальное количественное расхождение составляет не более 5%. На рис. 3 приведена зависимость сплит-параметра от расхода инжектирующей жидкости при разных способах инжектирования. Для радиального способа инжектирования численное моделирование позволяет предсказать монотонное снижение S с ростом Q_{inj} , полученное в эксперименте. Небольшое качественное расхождение в поведении кривых для тангенциального способа инжектирования лежит в пределах указанной выше погрешности.

Небольшие расходы инжектирующей жидкости ($Q_{inj} < 2$ л/мин) слабо влияют на поле течения (рис. 4, б, е). При больших расходах способ инжектирования существенно влияет на картину течения в инжекторе. Радиальный способ инжектирования (рис. 4, в, з) ведет к увеличению скорости течения как в приосевой зоне – в сторону верхнего слива, так и в пристенной области – в сторону нижнего слива.

В случае тангенциального инжектирования (рис. 4, ж, з) происходит перестройка течения. В приосевой зоне жидкость направлена в сторону нижнего слива (рис. 4, з), а в пристенной зоне направление течения жидкости зависит от того, где расположен участок – над или под местом инжекции.

Расчеты показывают, что радиальное инжектирование приводит к росту расхода жидкости через нижний слив на величину, примерно равную половине расхода инжектирующей жидкости, в то время как тангенциальное инжектирование может даже уменьшать расход через нижний слив. В этом случае происходит оттеснение основного потока в гидроциклоне от нижнего слива или, иначе, его запираение, вызванное дополнительной подкруткой в инжекторе. Эти особенности течения хорошо отражаются в формулах табл. 1.

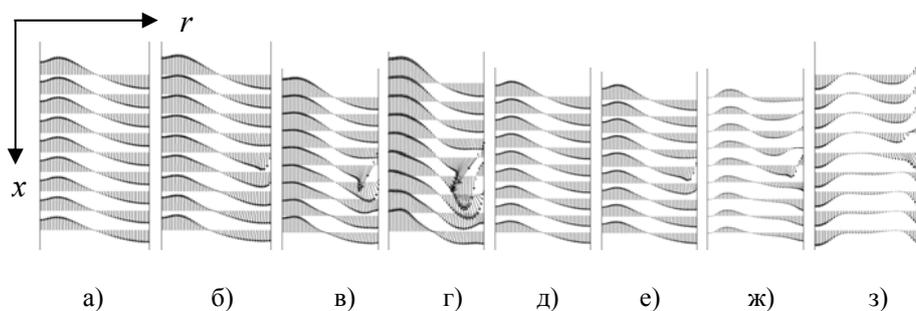


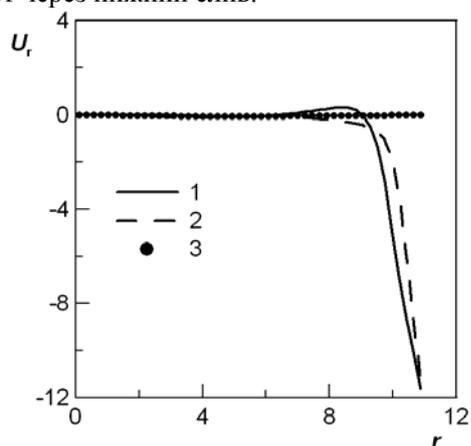
Рис. 4. Поле скоростей в инжекторе:
 а, б, в, г – радиальная инжекция; д, е, ж, з – тангенциальная инжекция
 (а, д – $Q_{inj}=0$ л/мин; б, е – $Q_{inj}=2$ л/мин; в, ж – $Q_{inj}=4$ л/мин; г, з – $Q_{inj}=6$ л/мин)

Сравнивая картины течения без инжекции и с радиальной инжекцией, можно заключить, что влияние инжектируемой струи распространяется лишь в небольшой окрестности места инжекции. Инжектируемая жидкость, несколько оттесняя основной поток от стенки, выводится через нижний слив. Радиальная инжекция приводит к тому, что пристенные слои в большей степени направляются вниз (рис. 4, в, з). В целом же картина течения сохраняется.

При одинаковом расходе инжектирующей жидкости тангенциальный подвод гораздо сильнее деформирует основной поток в аппарате, чем радиальный,

и над местом инъекции возникает заметный вихрь, направляющий пристенные слои жидкости в сторону входного патрубка. Отчетливо видно, что тангенциальная инъекция действует в значительной степени как запирающий слой, препятствующий основному потоку движения к нижнему выводному отверстию (рис. 4, з). При этом жидкость от инжектора не покидает гидроциклон через верхний слив, а полностью вытекает через нижний слив.

Рис. 5. Зависимость радиальной компоненты скорости в сечении инжектора:
1 – тангенциальная инъекция; 2 – радиальная инъекция;
3 – без инъекции;
 $Q_{inj} = 6 \text{ л/мин}$



Обычно влияние инъекции на функцию разделения связывают с изменением радиальной компоненты скорости в области инъекции. На рис. 5 показано, что при обоих способах инъекции радиальная компонента меняется по сравнению со случаем безынекционного режима примерно одинаково, независимо от способа инъекции. Влияние инъекции сказывается в слое у стенки, толщина которого для $Q_{inj} = 6 \text{ л/мин}$ составляет порядка четверти радиуса поперечного сечения аппарата в области инжектора.

Таким образом, не различие в радиальной компоненте скорости является причиной большей эффективности тангенциальной инъекции по сравнению с радиальной.

Далее были проведены расчеты распределения концентрации частиц монодисперсного состава с использованием модели взаимопроникающих континуумов и эйлерова описания взаимодействия фаз [10].

Объемная доля частиц на входе в гидроциклон задавалась равной 0.01. Рассматривались 2 состава: суспензии с частицами размером 1 мкм и размером 10 мкм. Расход инжектируемой жидкости составлял 6 л/мин при давлении на входе 0.1 МПа.

В табл. 3 приведены значения выводимых через нижнее отверстие долей частиц одного из размеров по отношению к их потоку на входе в аппарат.

Из таблицы можно видеть, что тангенциальное инжектирование уменьшает (по сравнению со случаем отсутствия инъекции) долю мелких частиц, выводимых через нижнее отверстие в 1,81 раза, а крупных – в 1,1 раза. Радиальная инъекция уменьшает сепарационную функцию в 1,08 раза, а крупных – в 1,01 раза.

Таким образом, вытеснение мелких частиц из нижнего слива в верхний горло эффективнее происходит при тангенциальной инъекции.

Таблица 3

Значение выводимой через нижнее отверстие доли частиц

$d, \text{ мкм}$	Без инъекции		Тангенциальная инъекция		Радиальная инъекция	
	1	10	1	10	1	10
T(d)	0,185	0,824	0,102	0,749	0,171	0,815

На рис. 6 показаны поля объемной доли мелких частиц (1 мкм) в области инжектора. Место инъекции обозначено стрелкой. При течении без инъекции все частицы практически равномерно «размазаны» по всей области с объемной долей 0,01, за исключением пристенной области, где объемная доля более чем на 15% выше начальной, и приосевой, где доля частиц на 15% меньше начальной.

Тангенциальная инъекция существенно меняет картину. В области вихря и в пристеночной области в сторону нижнего слива от места инъекции образуется зона, свободная от частиц. Над вихрем объемная доля частиц больше на 15% начальной. На оси по-прежнему объемная доля частиц ниже начальной, равной 0,01. Видно, что в конической части, расположенной вниз по течению от инжектора, существует максимум объемной доли частиц в направлении радиуса (от оси к стенке), т.е. профили будут немонотонны.

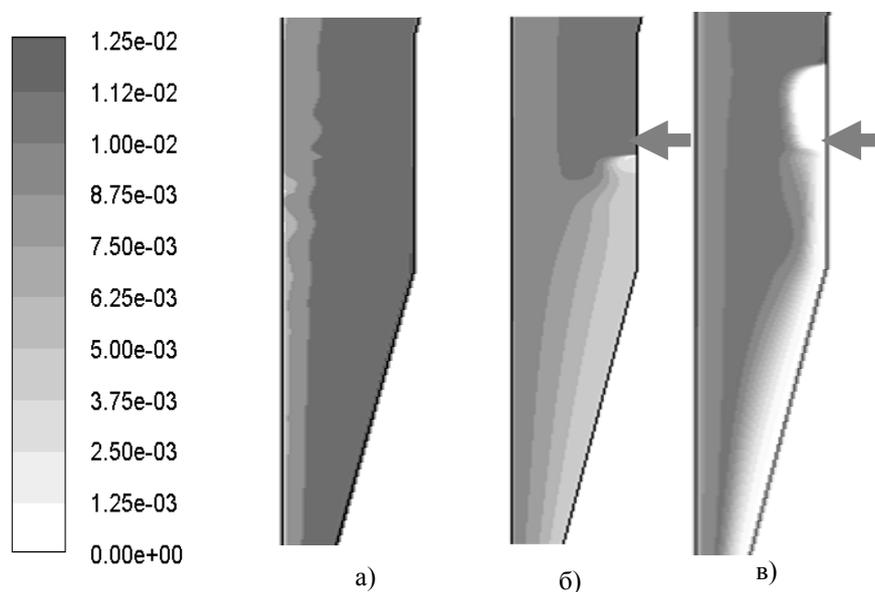


Рис. 6. Поле концентрации 1 мкм частиц (линейная шкала):
a – без инъекции; *б* – радиальная инъекция; *в* – тангенциальная инъекция

Таким образом, мелкие частицы, находящиеся в осевой области потока, увлекаются восходящим потоком и выводятся через верхнее сливное отверстие. Это обстоятельство также объясняет изменение концентраций в нижнем и верхнем сливных отверстиях с увеличением расхода инъекции. В этом лежит причина эффективности классификации, наблюдаемой при использовании тангенциальной инъекции.

Радиальная инъекция не создает в пристеночной области зоны, свободной от частиц, хотя концентрация частиц у стенки заметно снижается по сравнению с концентрацией подаваемой суспензии. При этом в конической части объемная доля частиц монотонно падает от оси к стенке.

На рис. 7 представлены объемные доли крупных частиц диаметром 10 мкм. В отсутствие инъекции все крупные частицы расположены вблизи стенки гидроциклона.

Радиальное инжектирование несколько оттесняет частицы к оси в области, расположенной несколько ниже места инжектирования.

Тангенциальное инжектирование вызывает запирающий эффект не только для жидкости, но и для крупных частиц, собирая их над вихрем. Здесь объемная доля частиц достигает максимального значения. В конической части частицы располагаются у стенки, а в цилиндрической (инжекторе) оттесняются к оси.

При радиальном методе инъекции улучшение классифицирующего эффекта частиц суспензии заключается в воздействии силы, поперечно направленной к движению основного потока в виде струй инжектированной воды. При этом мелкие фракции вытесняются из пристенного слоя в центр аппарата, но в то же время, поскольку тангенциальная скорость основного потока в области инжектора замедляется, небольшая доля мелких частиц вытекает в нижний слив, загрязняя нижний продукт. Вследствие этого изменение классифицирующего эффекта при радиальной инъекции из-за наложения двух описанных факторов является не столь эффективным, как при тангенциальной инъекции.

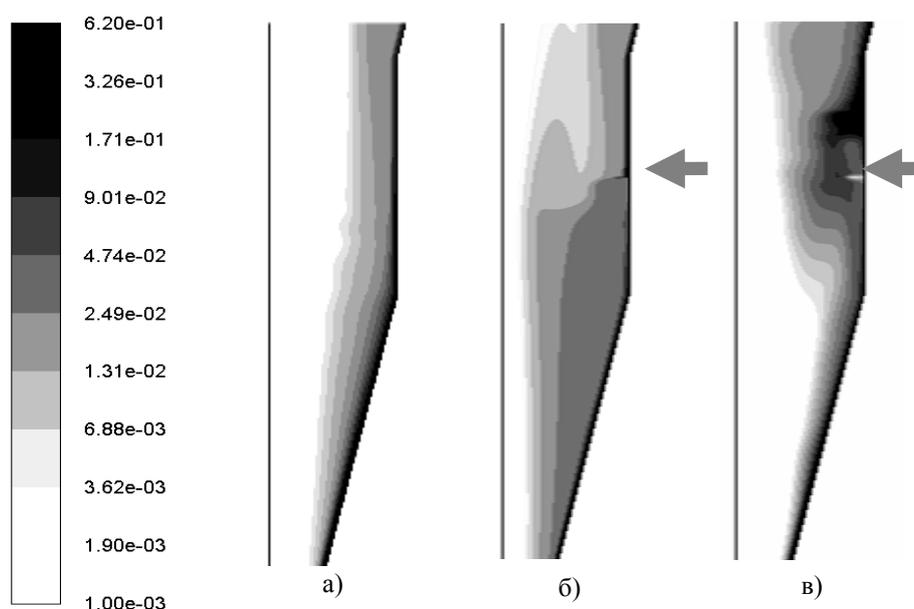


Рис. 7. Поле концентрации 10 мкм частиц (логарифмическая шкала)
a – без инъекции; *б* – радиальная инъекция; *в* – тангенциальная инъекция

Выводы. Дополнительная инъекция воды в гидроциклон имеет значительное влияние на характеристики сепарационной функции аппарата. Способ организации инъекции (тангенциальный или радиальный) по-разному сказывается на качестве классификации. В частности, при тангенциальной инъекции увеличение расхода инжектируемой воды ведет к увеличению зерна разделения, к снижению минимального значения функции сепарации, а также к снижению немонотонности кривой сепарации. При радиальной инъекции характеристики функции сепарации изменяются слабее.

На основании анализа измерений предложены объяснения механизмов влияния тангенциальной и радиальной инжекции на характеристики классификации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dahlstrom D.A.* Fundamentals and applications of the liquid cyclone // Chemical Engineering Progress Symposium Series / American Institute of Chemical Engineers. 1954. Vol. 15, № 50. P. 41.
2. *Kelsall D.F., Homes J.A.* Improvement in classification efficiency in hydraulic cyclones by water injection // Proceedings of the 5th Mineral Processing Congress, Paper vol. 9, Institute of Mining and Metallurgy. 1960. P. 159–170.
3. *Bradley D.* The Hydrocyclone. London: Pergamon Press, 1965.
4. *Firth B., Edwards D., Clarkson C., O'Brien M.* The impact of classification on coal preparation performance // Proceedings of the 7th Australian Coal Preparation Conference, Paper E2. Australian Coal Preparation Society, 1995. P. 250–276.
5. *Patil D.D., Rao T.C.* Classification evaluation of water injected hydrocyclone // Minerals Engineering. 1999. Vol. 12, № 12. P. 1527–1532.
6. *Honaker R.Q., Ozsever A.V., Singh N., Parekh B.K.* Apex water injection for improved hydrocyclone classification efficiency // Minerals Engineering. 2001. Vol. 14, № 11. P. 1445–1458.
7. *Udaya Bhaskar K., Govindarajan B., Barnwal J.P. et al.* Classification studies of lead–zinc ore fines using water-injection cyclone // International Journal of Mineral Processing. 2005. Vol. 77, № 2. P. 80–94.
8. *Farghaly M.G., Golyk V., Ibrahim G.A. et al.* Controlled wash water injection to the hydrocyclone underflow // Minerals Engineering. 2010. Vol. 23, № 4. P. 321–325.
9. *Терновский И.Г., Кутенов А.М.* Гидроциклонирование. М.: Наука, 1994.
10. FLUENT 6.3 User's Guide. © Fluent Inc. 2006-09-20.

ОБЗОР СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА В ОТРЫВНЫХ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКАХ

В.И. Терехов, М.А. Пахомов

Разработана математическая модель для описания процессов переноса в отрывных газокпельных дозвуковых потоках. Представлены результаты численного расчета течения и тепло- и массопереноса газокпельного потока после внезапного расширения трубы с использованием эйлерова подхода. Добавление дисперсной фазы в турбулентный газовый поток приводит к незначительному увеличению длины рециркуляционной зоны. Показано значительное увеличение теплообмена при добавлении испаряющихся капель в отрывное течение.

THE STATE-OF-THE-ART OF FLOW AND HEAT AND MASS TRANSFER IN SEPARATED TWO-PHASE FLOWS

V.I. Terekhov, M.A. Pakhomov

A mathematical model for predictions of transport processes in a gas-droplets subsonic separated flows was developed. The results of investigation of flow and heat and mass transfer of a after a pipe abrupt expansion using the Eulerian approach are given. The addition of dispersed phase to a turbulent gas flow leads to an insignificant increase in the length of recirculation zone. It is demonstrated that the intensity of heat transfer significantly increases upon addition of evaporating droplets into separated flow.

Введение. Отрыв потока входит в число важнейших проблем вязких течений, имеющих большое значение не только для науки, но и для практических приложений. Течение за обратным плоским уступом или после внезапного расширения трубы является одним из часто встречающихся случаев отрывного потока при обтекании острых кромок тел. Процесс отрыва сопровождается значительными изменениями скорости и давления в зоне рециркуляции. Течение и теплообмен вниз от сечения отсоединения потока зависят от предыстории и геометрии поверхности в районе точки отрыва. Внезапное расширение потока в трубах или каналах обычно используется в качестве стабилизатора пламени в камерах сгорания для интенсификации теплообменных процессов и многих других технических устройствах. Исследованию однофазных отрывных потоков посвящено большое количество работ. При этом заметим, что течение и теплообмен после внезапного расширения трубы имеют некоторые особенности по сравнению с потоком за обратным плоским уступом [1–9].

В данной работе предпринимается попытка достижения двух целей. Во-первых, ставится цель дать обзор состояния современных исследований двухфазных течений при наличии и отсутствии теплообмена между стенкой и двухфазным потоком, включая ряд новых данных, полученных авторами. Во-вторых, сформулировать ряд задач, требующих дальнейшего более подробного изучения.

В работе представлены результаты исследований для двух типов гетерогенного течения: потока воздуха с твердыми частицами и газокпельного тече-

ния. Основными геометрическими объектами, исследованными в данной работе, являются: течение дозвукового двухфазного потока за плоским обратным уступом и за внезапным расширением трубы.

Использование в качестве дисперсной фазы испаряющихся капель жидкости может привести к значительной интенсификации теплообмена за точкой отрыва потока. Важным направлением в использовании двухфазных отрывных потоков является стабилизация горения испаряющихся частиц топлива с помощью создания рециркуляционных зон. Понимание сложных и многообразных процессов движения, дисперсии испаряющихся капель и их взаимодействия с турбулентными вихрями в отрывных течениях позволит более эффективно использовать двухфазные потоки в современном энергетическом оборудовании.

Двухфазные отрывные течения. Исследованию двухфазных течений при отрыве потока после внезапного расширения трубы посвящены работы [10–18, 30], а за плоским обратным уступом – [19–31]. Отметим, что среди имеющегося большого количества экспериментальных работ [10, 13, 15, 19–21, 24, 29] только [15, 20, 29] посвящены изучению двухфазных потоков с испаряющимися каплями. В остальных работах проведены исследования по двухфазным отрывным потокам с твердыми частицами при отсутствии теплообмена. Использование в качестве дисперсной фазы испаряющихся капель жидкости может привести к значительной интенсификации теплообмена [20, 29]. Понимание сложных и многообразных процессов движения, дисперсии испаряющихся капель и их взаимодействия с турбулентными вихрями в рециркуляционных течениях позволит более эффективно использовать двухфазные газок капельные потоки в современном энергетическом оборудовании.

В серии работ [16–18] рассмотрена задача о развитии двухфазного газок капельного отрывного турбулентного потока при наличии теплообмена со стенками канала. Для описания динамики течения и тепломассопереноса в газовой и дисперсной фазах использовался эйлеров подход, адаптированный для учета особенностей переменного размера капель за счет их испарения. Для моделирования турбулентности газа применялась линейная $k-\varepsilon$ модель [32], модифицированная на случай присутствия дисперсной фазы уравнения для ТКЭ со скоростями ее диссипации. Преимуществом данной модели по сравнению с большим количеством аналогичных линейных моделей турбулентности является включение микромасштаба Тэйлора в демпфирующие функции (что приводит к отказу от использования скорости трения) и учет диффузии давления в обоих уравнениях. Авторами [32] были проведены удачные тестовые расчеты трения и теплообмена за обратным уступом. Расчет двух компонент пульсаций скорости дисперсной фазы осуществляется с использованием модели переноса рейнольдсовых напряжений [11]. Пульсации температуры и турбулентного потока теплоты капель определяются из соответствующих дифференциальных уравнений [11]. Заметим, что первоначально модель [11] была записана для течений с твердыми частицами, но нами она была адаптирована с учетом испарения капель.

Объемная концентрация дисперсной фазы мала ($\Phi_1 = M_{L1} \rho / \rho_L < 10^{-4}$), частицы полагались достаточно мелкие ($d_1 < 100$ мкм), поэтому, по данным [11], можно пренебречь эффектами их столкновений друг с другом. Здесь M_{L1} – массовая концентрация капель; ρ и ρ_L – плотность газа и капель.

Авторами показана применимость эйлерова подхода для описания динамики и тепломассопереноса в газок капельных течениях за обратным уступом и по-

сле внезапного расширения трубы при наличии испарения дисперсной фазы. Исследовано влияние изменения основных параметров двухфазного потока, таких как концентрация капель, их начальный размер, скорость газокapельного течения и плотность теплового потока на стенке трубы. Добавление испаряющихся капель в турбулентный поток приводит к незначительному сдвигу точки присоединения вниз по течению. Мелкие капли ($d_1 \leq 50$ мкм) хорошо вовлекаются в рециркуляционное течение и присутствуют по всему сечению трубы. Крупные частицы ($d_1 \approx 100$ мкм) проходят через сдвиговый слой и практически не попадают в отрывную область. Наблюдается значительное увеличение интенсивности теплообмена при добавлении испаряющихся капель в отрывное течение (более чем в 1,5 раза по сравнению с однофазным потоком). Теплообмен при добавлении капель резко возрастает за счет использования скрытой теплоты фазовых переходов при испарении капель в пристенной зоне трубы. Для мелкодисперсного потока увеличение теплообмена происходит на всем участке за отрывом двухфазного потока, а для крупных частиц – в основном за точкой присоединения.

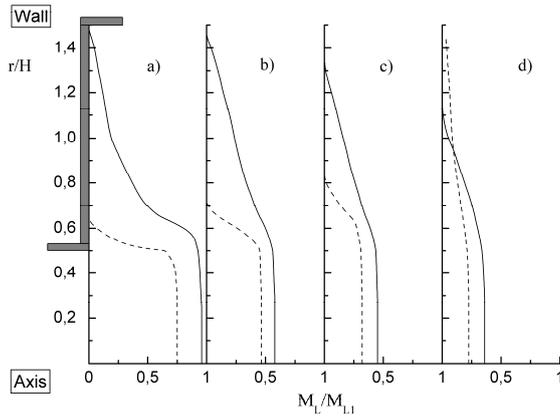


Рис. 1. Профили массовой концентрации капель по длине трубы для капель минимального начального размера ($d_1=10$ мкм – непрерывные линии) и максимального ($d_1=100$ мкм – пунктир). $H=20$ мм, $Re=13300$, $M_{L1}=0.05$ ($a - x/H=2$; $b - 6$; $c - 10$; $d - 15$)

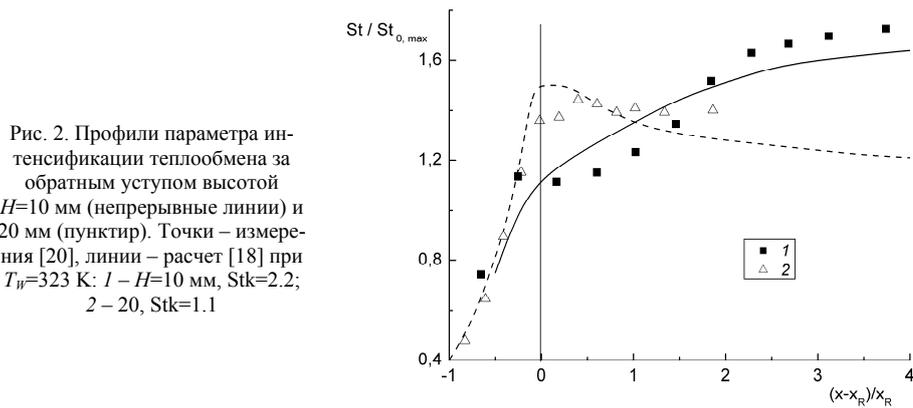


Рис. 2. Профили параметра интенсификации теплообмена за обратным уступом высотой $H=10$ мм (непрерывные линии) и 20 мм (пунктир). Точки – измерения [20], линии – расчет [18] при $T_W=323$ К: 1 – $H=10$ мм, $Stk=2.2$; 2 – 20 , $Stk=1.1$

Профили массовой концентрации дисперсной фазы представлены на рис. 1. Вниз от сечения отрыва наблюдается резкое изменение структуры течения. Небольшие малоинерционные капли ($d_1=10$ мкм, $Stk=0.2$) хорошо вовлекаются в отрывное течение и присутствуют по всему поперечному сечению трубы. Чис-

ло Стокса дисперсной фазы в осредненном движении Stk является основным критерием, по которому судят о вовлечении дисперсной фазы в циркуляционное движение газа. При $Stk < 1$ частицы хорошо вовлекаются в отрывное движение газовой фазы, а при $Stk > 1$ дисперсная фаза не участвует в рециркуляционном движении. Пристенная часть трубы ($r/H > 1.25$) оказывается практически свободной от частиц за счет интенсивного процесса их испарения.

Так как в литературе отсутствуют данные по теплообмену газочапельного потока после внезапного расширения трубы, то при проведении сопоставлений использовались данные измерений за обратным уступом [20] (рис. 2). Здесь $St_{0,max}$ – максимальное число Стентона для однофазного режима обтекания плоского уступа при прочих равных условиях.

Анализ данных, приведенных на рис. 2, показывает, что теплообмен при газочапельном течении повышается более чем в 1.5 раза в зоне восстановления потока по сравнению с однофазным течением. В основном интенсификация теплообмена наблюдается за точкой присоединения потока. Отметим, что для случая $H=10$ мм величина $St/St_{0,max}$ выше в области восстановления течения, чем в случае со ступенькой высотой 20 мм. В отрывной области теплообмен в случае уступа высотой $H=20$ мм ($Stk=1.1$) выше, чем в случае уступа $H=10$ мм ($Stk=2.2$) за счет того, что при меньшем числе Стокса капли лучше вовлекаются в рециркуляционное течение. Максимум теплоотдачи находится далеко за точкой присоединения, что можно объяснить тем, что частицы плохо вовлекаются в отрывное течение при больших числах Стокса. Видно, что максимум теплообмена примерно совпадает с точкой присоединения. Добавление мелкодисперсных капель в небольшом количестве обычно подавляет турбулентность газовой фазы, поэтому интенсификация теплообмена при использовании газочапельных течений обусловлена в основном влиянием скрытой теплоты фазового перехода при испарении капель в пристенной зоне.

Заключение. При моделировании двухфазных отрывных потоков эйлерово-лагранжево [13, 14, 22, 23, 25, 26] и эйлерово [11, 12, 16–18, 27, 30, 31] описания используются примерно одинаково. Для газовой фазы применяются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса [11–14, 16–18, 22, 23, 27, 30, 31] или значительно реже LES метод [25, 26, 28]. Для расчета турбулентных характеристик газа чаще всего привлекается «стандартная» $k-\epsilon$ модель турбулентности, возможности которой ограничены даже при расчете однофазных отрывных течений [33, 34].

Анализ проведенных работ показал, что данные исследования выполнены в достаточно узком диапазоне изменения основных термогазодинамических параметров, таких как размер капель и их концентрация. Практически нет данных по турбулентности, структуре и теплообмену газочапельного течения после внезапного расширения трубы. Отметим, что, несмотря на большое количество работ по исследованию динамики двухфазных отрывных течений, к настоящему времени не разработано единой математической модели двухфазного отрывного потока с учетом испарения капель. Имеющиеся экспериментальные данные по динамике двухфазных рециркуляционных потоков зачастую противоречат друг другу.

В этих исследованиях показано, что малоинерционные частицы вовлекаются в циркуляционное движение и могут накапливаться в нем. Крупные частицы проходят в основном через область сдвигового течения и практически не попадают в отрывную зону.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ (проект № 09-08-00197) и Фонда Президента РФ для молодых кандидатов наук (грант № МК-504.2010.8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. Отрывные течения: В 3 т. М.: Мир, 1972. Т.1. 300 с.; 1973. Т. 2. 280 с.; 1973. Т. 3. 324 с.
2. Чжен П. Управление отрывом потока. М.: Мир, 1979. 552 с.
3. Итон Дж., Джонстон Дж. Обзор исследований дозвуковых присоединяющихся течений // РТнК. 1981. Т. 19, № 10. С. 7–19.
4. Алемасов В.Е., Глебов Г.А., Козлов А.П. Термоанемометрические методы исследования отрывных течений. Казань: Изд-во Казан. ф-ла АН СССР, 1989. 178 с.
5. Simpson R.L. Separation from two-dimensional sharp-edged bluff bodies and reattachment // Ann. Review Fluid Mech. 1989. Vol. 21. P. 221–233.
6. Гад-эль-Хак М., Буинелл Д. Управление отрывом пограничного слоя // Современное машиностроение. Сер. А. 1991. № 7. С. 2–35.
7. Simpson R.L. Aspects of turbulent boundary-layer separation // Progress Aerospace Sci. 1996. Vol. 32. P. 457–521.
8. Поляков А.Ф., Комаров П.Л. Исследование характеристик турбулентности и теплообмена за обратным уступом в щелевом канале: Препринт Объединенного института высоких температур РАН. 1996. № 2–396. 70 с.
9. Ota T. A survey of heat transfer in separated and reattached flows // Appl. Mech. Rev. 2000. Vol. 53. P. 219–235.
10. Hardalupas Y., Taylor A.M.K.P., Whitelaw J.H. Particle dispersion in a vertical round sudden-expansion flow // Phil. Trans. Royal Soc. London. Part A. 1992. Vol. 341. P. 411–442.
11. Зайчик Л.И., Козелев М.В., Периуков В.А. Расчет турбулентных газодисперсных течений в канале с зонами рециркуляции // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 4. С. 65–75.
12. Zaichik L.I., Pershukov V.A., Kozelev M.V., Vinberg A.A. Modeling of dynamics, heat transfer, and combustion in two-phase turbulent flow: 1. Isothermal flow // Int. J. Exp. Thermal Fluid Sci. 1997. Vol. 15. P. 291–310.
13. Founti M., Klipfel A. Experimental and computational investigations of nearly dense two-phase sudden expansion flows // Int. J. Exp. Thermal Fluid Sci. 1998. Vol. 17. P. 27–36.
14. Zhang H.Q., Chan C.K., Lau K.S. Numerical simulation of sudden-expansion particle-laden flows using an improved stochastic separated flow model // Int. J. Numerical Heat Transfer A. 2001. Vol. 40. P. 89–102.
15. Sommerfeld M., Qiu H.-H. Experimental studies of spray evaporation in turbulent flows // Int. J. Heat Fluid Flow. 1998. Vol. 19, № 1. P. 10–22.
16. Терехов В.И., Пахомов М.А. Моделирование турбулентного газодисперсного потока после внезапного расширения в трубе // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 4. С. 419–430.
17. Терехов В.И., Пахомов М.А. Моделирование турбулентного двухфазного потока после внезапного расширения трубы при наличии испарения капель // ТВТ. 2009. Т. 47, № 3. С. 423–430.
18. Terekhov V.I., Pakhomov M.A. Predictions of turbulent flow and heat transfer in gas-droplets flow downstream of a sudden pipe expansion // Int. J. Heat Mass Transfer. 2009. Vol. 52. P. 4711–4721.
19. Ruck B., Makiola B. Particle dispersion in a single-sided backward-facing step flow // Int. J. Multiphase Flow. 1988. Vol. 14, № 6. P. 787–800.
20. Hishida K., Nagayasu T., Maeda M. Augmentation of convective heat transfer by an effective utilization of droplet inertia // Int. J. Heat Mass Transfer. 1995. Vol. 38. P. 1773–1785.
21. Fessler J.R., Eaton J.K. Turbulence modification by particles in a backward-facing step flow // J. Fluid Mech. 1999. Vol. 314. P. 97–117.
22. Chan C.K., Zhang H.Q., Lau K.S. An improved stochastic separated flow model for turbulent two-phase flow // J. Comput. Mech. 2000/ Vol. 24, № 5. P. 491–502.
23. Chan C.K., Zhang H.Q., Lau K.S. Numerical simulation of gas-particle flows behind a backward-facing step using an improved stochastic separated flow model // J. Comput. Mech. 2001 Vol. 27, № 5. P. 412–417.
24. McAndrew D., Coppen S., Rogers C.B. Measurements of fluid turbulence along the path of a particle in a backward-facing step flow // Int. J. Multiphase Flow. 2001. Vol. 27. P. 1517–1532.
25. Yua K.F., Lau K.S., Chan C.K. Numerical simulation of gas-particle flow in a single-side backward-facing step flow // J. Comp. Appl. Mathematics. 2004. Vol. 163. P. 319–331.
26. Wang B., Zhang H.Q., Wang X.L. Large eddy simulation of particle response to turbulence along its trajectory in a backward-facing step turbulent flow // Int. J. Heat Mass Transfer. 2006. Vol. 49. P. 415–420.
27. Mohanarangam K., Tu J.Y. Two-fluid model for particle-turbulence interaction in a backward-facing step // AIChE J. 2007. Vol. 53. P. 2254–2264.
28. Zhang H.Q., Wang B., Chan C.K., Wang X.L. Large eddy Simulation of a dilute particle-laden turbulent flow over a backward-facing step // Scie. in China. Ser. E – Technological Sci. 2008. Vol. 51. P. 1957–1970.

29. *Miyafuji Y., Senaha I., Oyakawa K., Hiwada M.* Enhancement of heat transfer at downstream of a backward-facing step by mist flow // Proc. 2nd Int. Conf. on Jets, Wakes and Separated Flows ICJWSF-2008, Sept. 16-19, 2008. Berlin, Germany, CD-disc. 7 p.

30. *Mohanaragam K., Tu J.Y.* Numerical study of particle turbulence interaction in liquid-particle flows // AIChE J. 2009. Vol. 55. P. 1298–1302.

31. *Benavides A., van Wachem B.* Eulerian/Eulerian prediction of dilute turbulent gas-particle flow in a backward-facing step // Int. J. Heat Fluid Flow. 2009. Vol. 30. P. 452–461.

32. *Hwang C.B., Lin C.A.* Improved Low-Reynolds-Number $k-\tilde{\epsilon}$ Model Based on Direct Simulation Data // AIAA J. 1998. Vol. 36. P. 38–43.

33. *Thangam S., Speziale C.G.* Turbulent flow past a backward-facing step: a critical evaluation of two-equation models // AIAA J. 1992. Vol. 30. P. 1314–1320.

34. *Зайков Л.А., Стрелец М.Х., Шур М.И.* Сравнение возможностей дифференциальных моделей турбулентности с одним и двумя уравнениями при расчете течений с отрывом и присоединением. Течение в канале с обратным уступом // ТВГ. 1996. Т. 34, № 5. С. 724–736.

СЕКЦИЯ I
СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ
ПРИ ИНТЕНСИВНЫХ
ПРОЦЕССАХ

ГОРЕНИЕ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ СМЕШАННЫХ ОКИСЛИТЕЛЕЙ НА/ПХА И НА/НМХ*

В.А. Архипов, А.В. Пестерев, Л.А. Савельева

Показана перспективность исследования ВЭМ на смешанном окислителе. Определено эффективное соотношение НА/ПХА и НА/НМХ.

BURNING OF HIGH-ENERGY MATERIALS ON THE BASIS OF THE MIXED OXIDIZERS AN/AP AND AN/HMX

V.A. Arkhipov, A.V. Pesterev, L.A. Savel'eva

It was shown the perspective of research of HEMs on the basis of mixed oxidizers. It was determined effective correlation of the oxidizers AN/AP and AN/HMX.

В последнее время интенсивно исследуются высокоэнергетические материалы (ВЭМ), содержащие в качестве окислителя нитрат аммония (НА) и характеризующиеся низким воздействием на экологию, низкой стоимостью. Однако ВЭМ на основе чистого НА не способны к самостоятельному горению или горят неустойчиво при низких давлениях [1]. Повышение эффективности горения ВЭМ на основе НА является актуальной задачей. Решением проблемы может быть частичная замена НА на перхлорат аммония (ПХА) или октоген (НМХ).

Целью настоящей работы является поиск оптимального соотношения НА/ПХА, НА/НМХ по энергетическим характеристикам, продуктам распада и скорости горения.

Таблица 1

Компонентный состав исследуемых композиций с ПХА

№ системы	НА	ПХА	СКДМ-80	АСД-6	Alex	ПХА в окислителе, масс. %
1.1	71,8	–	13,2	15	–	0
1.2	71,8	–	13,2	–	15	
1.3	68,1	3,6	13,3	15	–	5
1.4	68,1	3,6	13,3	–	15	
1.5	64,4	7,1	13,5	15	–	10
1.6	64,4	7,1	13,5	–	15	
1.7	60,7	10,7	13,6	15	–	15
1.8	60,7	10,7	13,6	–	15	
1.9	–	69,2	15,8	15	–	100
1.10	–	69,2	15,8	–	15	
Дисперсность, мкм	160–315	160–315	–	2–5	0,1	–

* Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 10-03-90724 – моб_ст). Работа выполнена в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы при поддержке государственного контракта П474 от 04.08.2009 г. «Создание и переработка высокоэнергетических наполненных полимерных композиций».

В работе исследовались ВЭМ на основе смешанного окислителя, инертного горюче-связующего СКДМ-80 (каучук, пластифицированный трансформаторным маслом) и порошка алюминия различной дисперсности (микронный АСД-6 и ультрадисперсный Alex) в количестве 15 мас.%. Компонентный состав исследуемых систем и дисперсность компонентов представлены в табл. 1 и 2. Все рассматриваемые системы характеризуются коэффициентом избытка окислителя $\alpha=0.5$.

Таблица 2

Компонентный состав исследуемых композиций с НМХ

№ системы	НА	НМХ	СКДМ-80	АСД-6	Alex	НМХ в окислителе, мас. %
2.1	71,8	–	13,2	15	–	0
2.2	71,8	–	13,2	–	15	
2.3	65,5	7,3	12,2	15	–	10
2.4	65,5	7,3	12,2	–	15	
2.5	58,8	14,7	11,5	15	–	20
2.6	58,8	14,7	11,5	–	15	
2.7	52,5	22,5	10,0	15	–	30
2.8	52,5	22,5	10,0	–	15	
Дисперсность, мкм	160–315	160–315	–	2–5	0,1	–

В работе проведены термодинамические расчеты характеристик рассматриваемых ВЭМ при давлениях в камере сгорания 2, 4, 6 МПа и 0,1 МПа на срезе сопла. В расчете использовалась программа «Астра-4» [2]. Значения $T_{ад}$ и $I_{удп}$ приведены в табл. 3 и 5.

Таблица 3

Термодинамические характеристики ВЭМ с ПХА в диапазоне давлений 2–6 МПа

№ системы	2 МПа		4 МПа		6 МПа	
	$T_{ад}$, К	$I_{удп}$, с	$T_{ад}$, К	$I_{удп}$, с	$T_{ад}$, К	$I_{удп}$, с
1.1, 1.2	2437	238,5	2445	250,8	2451	257,4
1.3, 1.4	2470	239,5	2479	251,9	2484	258,5
1.5, 1.6	2497	240,3	2505	252,7	2511	259,3
1.7, 1.8	2532	241,3	2542	253,7	2548	260,3
1.9, 1.10	3024	255,2	3060	268,7	3079	275,6

Таблица 4

Состав продуктов сгорания ВЭМ, содержащих ПХА при давлении 4 МПа

Продукты сгорания, моль/кг	№ системы				
	1.1, 1.2	1.3, 1.4	1.5, 1.6	1.7, 1.8	1.9, 1.10
H	$4,8 \cdot 10^{-5}$	$6,3 \cdot 10^{-5}$	$7,7 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}	$5,4 \cdot 10^{-3}$
H ₂	18,60	18,44	18,40	18,20	15,80
H ₂ O	7,88	7,65	7,30	7,10	3,24
N ₂	8,45	8,21	7,92	7,67	2,90
CO	7,36	7,56	7,79	7,97	10,76
CO ₂	1,66	1,60	1,54	1,49	0,61
Al ₂ O ₃	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78
HCl	–	0,31	0,60	0,91	5,89

Результаты расчетов показали, что по мере увеличения содержания ПХА до 15 % в окислителе адиабатическая температура горения повышается на 100 °С. Пустотный удельный импульс возрастает на ~3 с. Повышение давления практически не влияет на адиабатическую температуру горения. При переходе с давления 2 на 4 МПа удельный импульс возрастает на ~5 %, при повышении давления до 6 МПа – на ~3 %.

В табл. 4 приведены расчетные данные по составу основных газообразных продуктов сгорания ВЭМ с ПХА при давлении в камере сгорания 4 МПа. Получено, что с увеличением содержания ПХА в окислителе уменьшается содержание молекулярного водорода и воды. Содержание активных продуктов (Н, СО) увеличивается с повышением содержания ПХА, т.е. возможен катализ рассматриваемых систем.

Содержание НСl увеличивается пропорционально количеству вводимого ПХА. Следует отметить, что при максимальном введении ПХА в окислитель (15 мас. %) содержание НСl снижается в ~6,5 раза по сравнению с газообразными продуктами ВЭМ на исходном ПХА.

Результаты термодинамических расчетов характеристик ВЭМ, содержащих НМХ, приведены в табл. 5. С увеличением содержания НМХ в окислителе до 30 мас. % $T_{ад}$ возрастает на ~350 °С при всех рассматриваемых давлениях. С ростом давления температура продуктов практически не изменяется. На величину $I_{удп}$ существенное влияние оказывает повышение давления с 2 до 4 МПа.

Следует отметить существенный рост $T_{ад}$ и $I_{удп}$ с повышением содержания НМХ от 20 до 30 мас. % в окислителе. Выявленная закономерность позволяет заранее оценить оптимальное содержание октогена в ВЭМ в зависимости от поставленной задачи.

Таблица 5

Термодинамические характеристики ВЭМ с НМХ в диапазоне давлений 2–6 МПа

№ системы	2 МПа		4 МПа		6 МПа	
	$T_{ад}$, К	$I_{удп}$, с	$T_{ад}$, К	$I_{удп}$, с	$T_{ад}$, К	$I_{удп}$, с
2.1, 2.2	2437	238,5	2445	250,8	2451	257,4
2.3, 2.4	2545	242,2	2555	254,7	2562	261,3
2.5, 2.6	2631	245,2	2643	257,8	2650	264,5
2.7, 2.8	2778	249,7	2795	262,6	2805	269,3

Таблица 6

Состав продуктов сгорания ВЭМ, содержащих НМХ при давлении 4 МПа

Продукты сгорания, моль/кг	№ системы			
	2.1, 2.2	2.3, 2.4	2.5, 2.6	2.7, 2.8
Н	$5 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}	$2 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-4}$
H ₂	18,54	17,93	17,68	16,44
H ₂ O	7,90	7,28	6,40	6,16
N ₂	8,47	8,79	8,99	9,41
СО	7,34	7,90	8,60	8,84
СО ₂	1,66	1,50	1,34	1,21
Al ₂ O ₃	2,78	2,78	2,78	2,78

В табл. 6 представлены расчетные значения продуктов сгорания ВЭМ с НМХ при давлении в камере сгорания 4 МПа. С повышением количества НМХ в окислителе содержание конечных продуктов реакций (СО₂, Н₂O) понижается, а содержание активных (Н, СО) увеличивается, т.е. возможен катализ рассматриваемых систем.

Эксперименты по определению скорости горения проводились на открытом воздухе. Сжигались образцы цилиндрической формы, высотой 25–30 мм, диаметром 10–12 мм. В качестве бронирования боковой поверхности применяли двойной слой линолеума. В табл. 7 и 8 представлены скорости горения исследуемых ВЭМ.

Таблица 7

Скорость горения ВЭМ с ПХА

№ системы	Состав окислителя, мас. %		Al	U, мм/с	K, U _{Alex} /U _{АСД}
	НА	ПХА			
1.1	100	–	АСД-6	Не горит	–
1.2	100	–	Alex	Не горит	–
1.3	95	5	АСД-6	Не горит	–
1.4	95	5	Alex	0,28±0,02	–
1.5	90	10	АСД-6	0,23±0,02	2,5
1.6	90	10	Alex	0,57±0,03	
1.7	85	15	АСД-6	0,35±0,04	2,0
1.8	85	15	Alex	0,69±0,02	
1.9	–	100	АСД-6	0,60±0,10	1,8
1.10	–	100	Alex	1,08±0,14	

Таблица 8

Скорость горения ВЭМ с НМХ

№ системы	Состав окислителя, мас. %		Al	U, мм/с	K, U _{Alex} /U _{АСД}
	НА	НМХ			
2.1	100	–	АСД-6	Не горит	–
2.2	100	–	Alex	Не горит	–
2.3	90	10	АСД-6	0,26±0,03	2,7
2.4	90	10	Alex	0,69±0,04	
2.5	80	20	АСД-6	0,38±0,02	1,8
2.6	80	20	Alex	0,70±0,04	
2.7	70	30	АСД-6	0,18±0,01	3,6
2.8	70	30	Alex	0,65±0,02	

ВЭМ на исходном НА не поддерживают горение. Введение 5 мас. % ПХА в окислитель приводит к устойчивому горению системы (1.4), содержащей в качестве металлического горючего ультрадисперсный алюминий. Однако система (1.3), содержащая микронный алюминий, не горит. Дальнейшее повышение содержания ПХА в ВЭМ, максимально до 15 мас. % в окислителе, приводит к устойчивому горению систем при использовании алюминия различной дисперсности. Замена АСД-6 на Alex повышает скорость горения в 1,8–2,5 раза при прочих равных условиях. Повышенная эффективность ультрадисперсного алюминия при горении, по-видимому, объясняется образованием AlN при взаимодействии алюминия с продуктами распада. Для микронного алюминия такое взаимодействие не характерно, и образуются только следы AlN [3, 4]. Эффективность замены АСД-6 на Alex снижается по мере увеличения содержания ПХА в окислителе.

Экспериментальные данные показали, что для ВЭМ, содержащих НМХ, максимальная скорость горения характерна для систем, содержащих 20 мас. % НМХ в окислителе. Замена микронного алюминия на ультрадисперсный приводит к росту скорости горения ВЭМ при прочих равных условиях. Скорость горения ВЭМ, содержащих Alex, практически не зависит от количества НМХ в окислителе.

Выше было найдено минимальное содержание ПХА и НМХ в ВЭМ в количестве 10 мас. % в окислителе, при котором реализуется устойчивое горение. В табл. 9 представлено сравнение термодинамических характеристик и скорости горения означенных систем. Термодинамические характеристики рассчитывались при давлении 4 МПа в камере сгорания и 0,1 МПа на срезе сопла.

Таблица 9

Сравнение характеристик систем 1.5, 1.6 и 2.3, 2.4

Характеристика	ПХА	НМХ
$T_{ад}$, К	2505	2555
$I_{удп}$, с	252,7	254,7
HCl, моль/кг	0,60	–
H, моль/кг	$7,7 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}
H ₂ , моль/кг	18,40	17,93
H ₂ O, моль/кг	7,30	7,28
N ₂ , моль/кг	7,92	8,79
CO, моль/кг	7,79	7,90
CO ₂ , моль/кг	1,54	1,50
Al ₂ O ₃ , моль/кг	2,78	2,78
$U_{АСД}$, мм/с	0,23±0,02	0,26±0,03
$U_{Алех}$, мм/с	0,57±0,03	0,69±0,04

При сопоставимых адиабатических температурах горения пустотный удельный импульс октогенсодержащих систем на 2 с выше, чем перхлоратсодержащих. По активным продуктам сгорания также предпочтительнее ВЭМ с НМХ, при этом полностью отсутствуют соединения хлора. Скорость горения систем, содержащих микронный алюминий, одинакова, тогда как скорость горения ВЭМ с Алех выше для систем, содержащих НМХ.

Таким образом, в работе экспериментально определено минимальное количество окислителя (ПХА, НМХ), необходимое для устойчивого горения рассматриваемых ВЭМ. Установлено, что в качестве смешанного окислителя целесообразно использовать смесь НА/НМХ вместо НА/ПХА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Архипов В.А., Попок В.Н., Попок Н.И., Савельева Л.А. Горение металлизированных топливных композиций на основе нитрата аммония // Сборник материалов междунар. науч. конф. «Проблемы баллистики – 2006»: Пятая междунар. школа-семинар «Внутрикамерные процессы, горение и газовая динамика дисперсных систем» (СПб., 19–23 июня 2006 г.). СПб., 2006. Т. 1. С. 10–13.
2. Трусов Б.Г. Астра-4. Моделирование химических и фазовых равновесий при высоких температурах: [Электронный ресурс]. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1991. 1 электрон. опт. диск (CD ROM).
3. Ильин А.П. Горение алюминия и бора в сверхтонком состоянии. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. 154 с.
4. Громов А.А. Закономерности нитрообразования при горении нанопорошков алюминия в воздухе и азот-кислородных газовых смесях // Изв. вузов. Физика. 2006. № 6. С. 52–56.

ПОВЕДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ УГЛЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Д.И. Борисенко, О.И. Ерёмкин

Исследуется поведение поверхности угля при интенсивном нагреве. Получены видеозаписи реакции поверхности образцов некоторых углей под воздействием лазерного излучения

THE BEHAVIOUR TO SURFACES OF COAL UNDER INFLUENCE OF THE LAZER RADIATION

D.I. Borisenko, O.I. Eryomkin

Is Researched behaviour to surfaces of coal under intensive heating. They Are Received video recording to reactions to surfaces sample some углей under influence of the lazer radiation.

Актуальность. Большая часть современных знаний по горению угля на макромасштабах базируется на экспериментах, проведенных почти сто лет назад [1]. Однако возможности экспериментального оборудования (средств воздействия и регистрации), применявшегося тогда, сильно уступают современным, вследствие чего некоторые эффекты, имеющие место при горении угля, не были замечены.

Описание эксперимента. Схема измерений представлена на рис. 1.

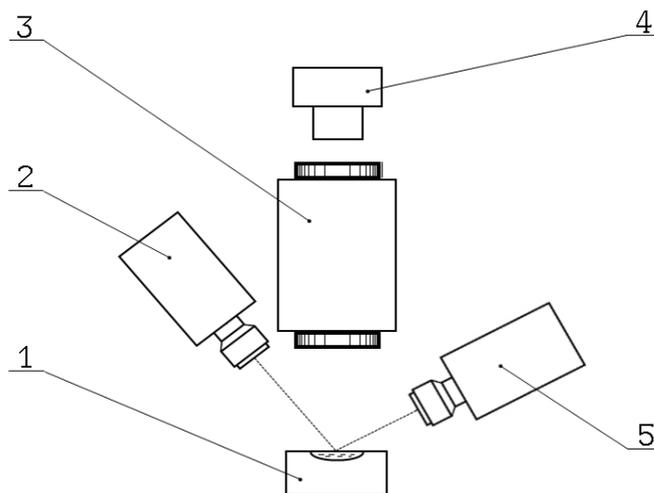
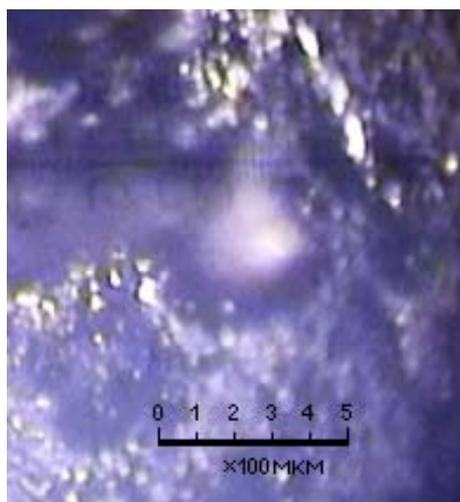


Рис. 1. Принципиальная схема экспериментальной установки:
1 – образец угля; 2 – твердотельный лазер; 3 – длиннофокусный микроскоп;
4 – цифровая видеокамера; 5 – тепловизор

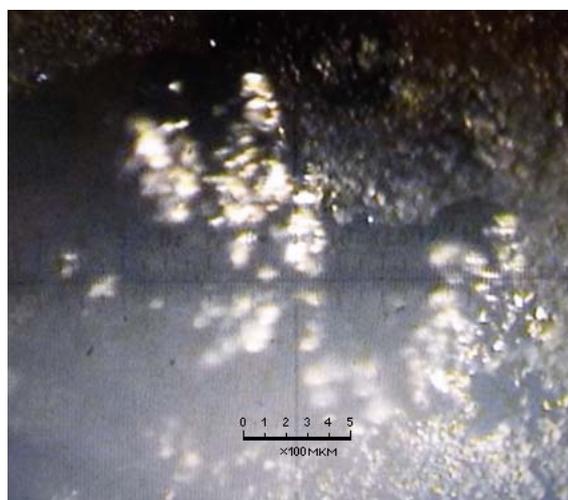
На поверхность образца угля (1), находящегося в воздухе под атмосферным давлением, падал луч твердотельного лазера на YAG:Nd^{3+} (2) с длиной волны $\lambda=1,06$ мкм, работающего в импульсно-периодическом режиме с частотой сле-

дования импульсов $f=15$ Гц и длительностью импульсов $\tau=0,5$ мс, характерный размер зоны взаимодействия поверхности образца угля и лазерного излучения составлял 5 мм. Эта зона контролировалась тепловизором (5) и через длиннофокусный микроскоп (3) регистрировалась цифровой видеокамерой (4) с разрешением 14 мегапикселей.

Экспериментальные результаты и их обсуждение. В процессе проведения экспериментов на образцах некоторых марок углей наблюдались возникновение и рост сфероидальных образований (рис. 2).



а)



б)

Рис. 2. Типичная картина роста пузырьков на поверхности минусинского длиннопламенного угля:
а – одиночный пузырёк; б – конгломерат пузырьков

Поскольку температура плавления графита под воздействием лазерного излучения при атмосферном давлении не ниже 3800 К [2], а по некоторым данным [3], колеблется в пределах 4530 – 5080 К и максимальная температура в зоне взаимодействия лазерного излучения с поверхностью образца угля в на-

ших экспериментах не превышала 3000 К, то сфероидальные образования, чётко видные на рис. 2, не могут быть чисто углеродными каплями. В то же время поскольку уголь является многокомпонентной средой [4], логично предположить, что эти сфероидальные образования – не что иное, как пузырьки кипящих составляющих угля.

Поведение расплава на поверхности угля, в частности эволюция пузырька, по-видимому, определяется из баланса двух процессов: нагрева лазерным излучением и остывания в процессе роста. С одной стороны, легкокипящие компоненты поверхностного слоя образца угля под действием лазерного излучения нагреваются и, вскипая, образуют паровой пузырёк, а с другой – пузырёк по мере роста в атмосфере над расплавом охлаждается за счет как увеличения теплоотдающей поверхности, так и большего отражения лазерного излучения и застывает. При этом заметными будут только такие пузырьки, которые будут развиваться в направлении подвода тепла, т.е. по лазерному лучу, где поверхностное натяжение минимально, в противном случае им просто не хватит энергии и они застынут, не успев принять визуально заметных размеров.

Случаи роста пузырьков не строго навстречу падающему лазерному лучу объясняются, на наш взгляд, следующим образом. Из-за неоднородности угля и пространственной неравномерности распределения его компонентов вероятно попадание лазерного луча на зону, в которой находятся несколько компонент с различными летучестями. В этом случае первым начнёт образовывать пузырёк наиболее летучий компонент, которому для формирования заметного пузырька требуется меньше энергии, чем менее летучему, находящемуся в этой же зоне. Поэтому растущий пузырёк следующего по летучести компонента оттеснит в сторону от греющего лазерного луча предыдущий, более летучий пузырёк, который будет развиваться на энергии, запасённой во время роста в направлении греющего луча.

Поскольку различные компоненты распределены в угле неравномерно и их концентрации в различных зонах поверхности образца стохастические, то и описанное явление имеет вероятностный характер.

Вывод. Впервые проведены уникальные эксперименты по исследованию реакции поверхности образцов различных углей на воздействие лазерным излучением. Получены видеозаписи роста сфероидальных образований на рабочей поверхности образцов в реальном времени. Выдвинуты предположения о механизме формирования этих образований. Для детального понимания физики имеющих место процессов необходимы дальнейшие исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дурилин П.Н.* Составъ и испытаніе каменныхъ углей Россіи. Химическія изслѣдованія и испытанія въ топкахъ паровыхъ котловъ. М.: Типографія М. Александровой, 1916. 150 с.
2. *Асиновский Э.И., Кириллин А.В., Константиновский А.В.* Экспериментальное исследование термических свойств углерода при высоких температурах и умеренных давлениях // *Успехи физических наук.* 2002. Т. 172. С. 931–944.
3. <http://ruscarbon.narod.ru/Doc/Kor.htm>
4. *Мильнер Г.Б.* Петрография осадочных пород. Т. 1: Методы исследования осадочных пород: Пер. с англ. М.: Недра, 1968. 500 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О РАЗМЕРАХ ЛИЦЕВОЙ ОТКОЛЬНОЙ ВОРОНКИ В ПРОЧНОМ БЕТОНЕ ПРИ УДАРНО-ВОЛНОВОМ НАГРУЖЕНИИ

А.В. Вейс, А.М. Близнюк

Описывается постановка экспериментов, в которых определены размеры откольных воронок при подрыве на поверхности прочного бетона накладных зарядов ВВ, имеющих одинаковую форму, но различную массу. Представляются данные о зависимости размера откольных воронок от нагружающего воздействия.

EXPERIMENTAL DATA ABOUT SIZES OF FRONT CHIPPED CONE ON THE SURFACE OF STRONG CONCRETE UNDER SHOCK WAVE STRESSING

A.V. Veis, A.M. Bliznyuk

It's described setting of experiments, in where, is defined sizes of front chipped cones on the surface of strong concrete in shock waves of explosive charge, which is identical shape, but various weight. It's represented data about relation sizes of chipped cones and loading stress.

Одной из малоизученных проблем механики является описание разрушения при ударно-волновом нагружении материалов, таких как бетоны, имеющих сложную и неоднородную структуру. Особый интерес вызывают поверхностные отколы, так как они присутствуют при любом виде ударно-волнового воздействия (удар снаряда, космического тела, различного вида взрывы и т.д.), т.е. знание о механизме и основных зависимостях (параметрах), описывающих их образование, позволит оценить физические параметры нагружающего тела и затраты энергии на образование откола, что, в свою очередь, будет способствовать проектированию более совершенных средств разрушения и пробития преград, средств защиты от ударно-волнового нагружения, созданию новых методов и способов исследования свойств материалов, а также получению знаний о космосе (по следам от кратеров и микрократеров).

В данной работе приведены результаты экспериментального исследования откола при нагружении бетонной преграды ударно-волновым импульсом, полученным от подрыва накладного заряда ВВ.

Постановка экспериментов. Заряд ВВ представлял собой накладной заряд ВВ, который имел форму цилиндра (рис. 1), причем высота заряда при заданном его диаметре выбрана с учетом получения максимального импульса, действующего на преграду, из соотношения $h_{ВВ}=(9 \cdot d_{ВВ})/4$ [1, с. 18]. Заряд ВВ устанавливался на торец по центру преграды. Тип ВВ – ПВВ-7.

Преграда представляла собой бетонный куб (рис. 2) с гранью 1000 мм с прочностью на сжатие $R_{СЖ} \approx 40$ МПа и плотностью $\rho_0 \approx 2400$ кг/м³. Марка бетона М400. Размер включений из гранитного щебня 5÷20 мм. Размер блока выбран из условия обеспечения полубесконечности среды (для откола) при воздействии накладного заряда ВВ.

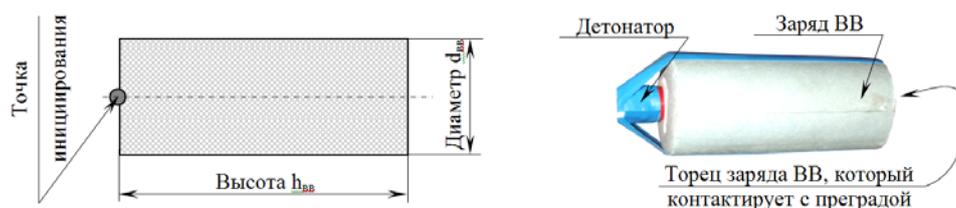


Рис. 1. Вид накладного заряда ВВ



Рис. 2. Вид бетонной преграды

Результаты экспериментов. Результаты экспериментов представлены в таблице и на рис. 3.

Параметры объектов в опытах и результаты экспериментов

№ п/п	№ опыта	Параметры нагружающего устройства (накладного заряда ВВ)			Параметры преграды		Размеры откольной воронки	
		Масса $m_{вв}^*$, Г	Диаметр $d_{вв}$, мм	Высота $h_{вв}$, мм	Плотность ρ_0 , кг/м ³	Прочность $R_{СЖ}$, МПа	Глубина $h_{отк}$, мм	Диаметр откола $d_{отк}$, мм
1	8.1	32	20	45	2400	40,5	15	90
2	8.3	109	30	67,5	2400	40,5	27	120
3	8.5	258	40	90	2400	41,0	40	200
4	8.9	14	15	34	2400	47,1	11	53
5	8.10	871	60	135	2400	42,8	65	305
6	8.11	109	30	67,5	2400	41,0	28	135
7	8.12	504	50	112,5	2400	40,5	50	245

*) Масса ВВ приведена в тротиловом эквиваленте (т.э.).

На рис. 3 приведены фотографии откольных воронок с опытов № 8.9; 8.5 и 8.10 соответственно с наименьшей, средней и наибольшей массами зарядов ВВ. Как видно, на приведенных фотографиях нет «катастрофических» разрушений, обусловленных малостью преграды (невыполнением условия полубесконечно-

сти среды), только присутствуют тонкие радиальные трещины, которые не влияют на образование откола. Соответственно, соблюдена «чистота» эксперимента.

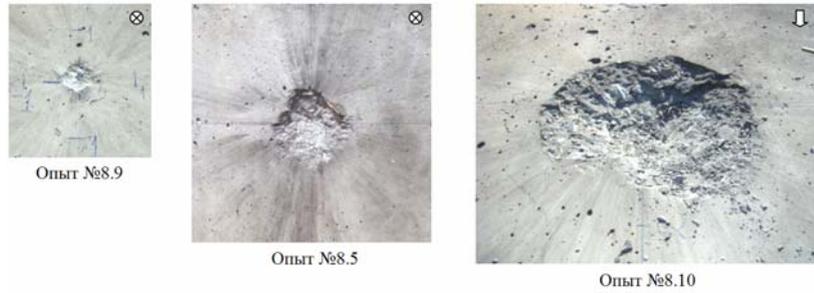


Рис. 3. Вид бетонной преграды после опытов № 8.9; 8.5 и 8.10

Анализ результатов экспериментов. Полученные результаты представлены на рис. 4 и 5 в виде диаграмм, где по оси абсцисс отложен диаметр заряда ВВ – $d_{ВВ}$, а по оси ординат – глубина откола $h_{отк}$ и диаметр откола $d_{отк}$ соответственно.

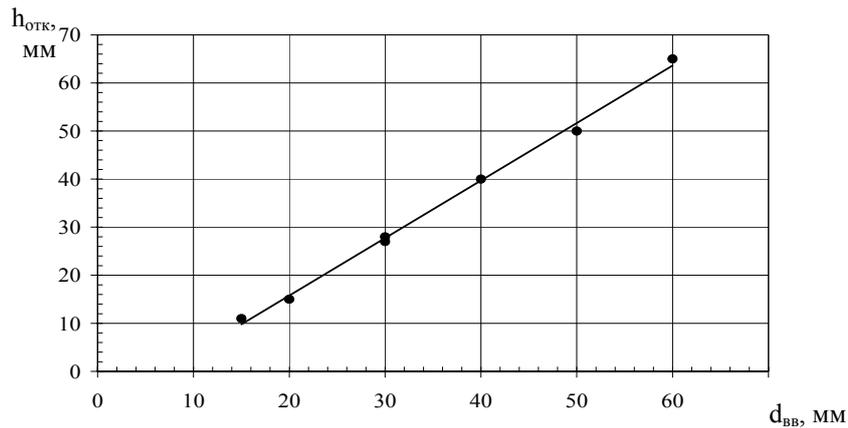


Рис. 4. Диаграмма глубины откола $h_{отк}$ от диаметра заряда ВВ – $d_{ВВ}$

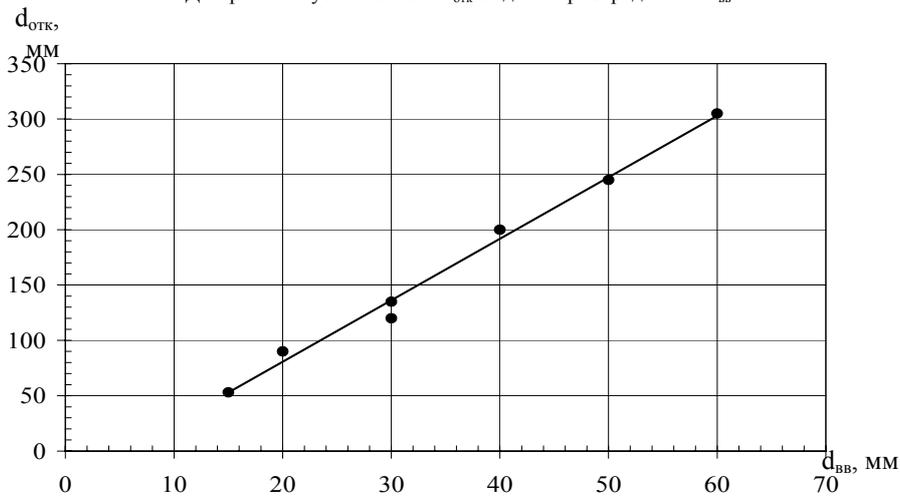


Рис. 5. Диаграмма диаметра откола $d_{отк}$ от диаметра заряда ВВ $d_{ВВ}$

Как видно из рис. 4 и 5, данные хорошо описываются линейными функциями (1) и (2) в диапазоне изменения диаметра накладного заряда $d_{\text{ВВ}}$ от 15 до 60 мм:

$$h_{\text{отк}} = -8,17 + 1,197 * d_{\text{ВВ}} \quad (\sigma = 1,1 \text{ мм}), \quad (1)$$

$$d_{\text{отк}} = -30,53 + 5,558 * d_{\text{ВВ}} \quad (\sigma = 8,5 \text{ мм}). \quad (2)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Физика взрыва. 3-е изд. / Под ред. Л.П. Орленко. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. Т. 2

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРНЫХ ФАКТОРОВ НА ПРОЧНОСТЬ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

Г.В. Гаркушин, С.В. Разоренов, Г.И. Канель, Л. Мейер

В рамках данной работы проведены ударно-волновые испытания алюминиевых сплавов 6063Т6 и Д16Т с различной начальной внутренней структурой, что позволило оценить влияние структурных факторов на сопротивление высокоскоростному деформированию и разрушению материалов. Размер зерна исследуемых материалов варьировался путем интенсивной пластической деформации.

INFLUENCE OF STRUCTURAL FACTORS ON FRACTURE PROPERTIES OF ALUMINUM ALLOYS UNDER SHOCK WAVE LOADING

G.V. Garkushin, S.V. Razorenov, G.I. Kanel, L. Meyer

In this work, the shock-wave tests on commercial aluminum alloys 6063T6 and D16T samples with different initial inner structure have been conducted to estimate the influence of structural factors on resistance to high strain deformation and spall fracture. Sizes of grain investigated materials are varied by means of intensive plastic of deformation.

В последние годы интенсивно разрабатываются и исследуются поликристаллические материалы с субмикронным размером зерна (менее 1 мкм) [1]. Интерес исследователей и практиков к этим материалам обусловлен их уникальными физико-механическими свойствами, существенно отличающимися от соответствующих свойств крупнозернистых поликристаллов. В частности, подобные поликристаллы с ультрамелким зерном обладают более высокими упругопластическими и прочностными характеристиками. Перспективными методами создания объемных субмикрокристаллических материалов являются методы интенсивной пластической деформации: равноканальное угловое прессование, кручение под высоким давлением, всестороннее прессование. Сформированная такими методами субмикрокристаллическая структура металлов, помимо малого размера зерна, характеризуется наличием большого количества микродефектов (дислокации, дисклинации, двойники, микропоры, границы зерен). Такая дефектная структура в сочетании с малым размером зерна может внести коррективы в развитие высокоскоростной деформации субмикрокристаллических материалов по сравнению с крупнозернистыми поликристаллами. Перспектива использования субмикрокристаллических материалов с такой внутренней структурой в качестве конструкционных материалов определяет важность изучения закономерностей их деформационного поведения в условиях ударного нагружения.

Относительные вклады внутренней структуры в сопротивление деформированию могут быть выявлены экспериментально путем варьирования структуры материала и скорости деформирования. Механизмы и определяющие факторы разрушения поликристаллов с размером зерна менее 1 мкм при стати-

ческом растяжении (сжатии) достаточно хорошо изучены [1], тогда как процессы квазистатического и особенно динамического сжатия и разрушения в таких материалах практически не исследованы. Ударно-волновые эксперименты дают уникальную информацию для установления фундаментальных физических механизмов высокоскоростной пластической деформации, которая развивается в строго контролируемых условиях нагружения [2]. Данные, полученные в динамических экспериментах, позволяют выявить основные механизмы и кинетические закономерности зарождения, роста и взаимодействия различного рода дефектов, зародышей новой фазы и других явлений, связанных со структурой материала. Поэтому исследование влияния внутренней структуры, полученной в результате термической обработки, интенсивной пластической деформации на высокоскоростное деформирование и разрушение металлов и сплавов при динамическом нагружении является актуальным. Дополнительные возможности исследования вкладов различных структурных уровней в процессе деформирования и разрушения появляются при варьировании температуры испытания. В рамках данной работы проведены ударно-волновые испытания алюминиевого сплава Д16Т в интервале температур от 20 до 470 °С [3]. В работе исследовались образцы сплава Д16Т в неотожженном (исходном) и отожженном состоянии.

В результате проделанной работы показано, что изменение внутренней структуры образцов алюминиевых конструкционных сплавов Д16Т и 6063Т6 при термической обработке (отжиг, закалка), интенсивной пластической деформации оказывает влияние на их упругопластические и прочностные характеристики при высокоскоростном деформировании, а именно [4, 5]: отжиг исходного сплава Д16Т снижает динамическую прочность на ~30% и уменьшает динамический предел упругости в ~4 раза; интенсивная пластическая деформация при повышенных температурах образцов сплава Д16Т приводит к уменьшению его динамического предела упругости в ~2.5 раза и незначительному увеличению откольной прочности по сравнению с исходными образцами; интенсивная пластическая деформация при нормальной температуре путем равноканального углового прессования алюминиевого сплава 6063Т6 приводит к увеличению откольной прочности на ~10%, а предел упругости образцов после 8-х проходов РКУП увеличивается с 0.3 до 0.5 ГПа. При этом количество проходов РКУП практически не влияет на прочностные характеристики сплава при высокоскоростном деформировании. Показано, что динамическая прочность сплава Д16Т в неотожженном состоянии значительно уменьшается с нагревом, в то время как прочность отожженного сплава практически не зависит от исходной температуры образцов. Динамический предел упругости отожженного сплава увеличивается с ростом температуры в 3–4 раза, что подтверждает возрастание вклада фоновонного трения в механизм торможения дислокаций при высокоскоростном деформировании алюминия и его сплавов с низким пределом текучести.

Авторы благодарны О.А. Кашину и И.В. Раточке из ИФПМ СО РАН за полученные образцы сплава Д16Т путем многократного всестороннего прессования и проведенный металлографический анализ. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекта № 06-02-17057-а) и Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2012 годы» (Государственный контракт Федерального агентства по науке и инновациям № 02.513.11.3135).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Валиев Р.З., Александров И.В.* Наноструктурные материалы, полученные интенсивной пластической деформацией. М.: Логос. 2000. 272 с.
2. *Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортков В.Е.* Ударно-волновые явления в конденсированных средах. М.: Янус-К, 1996. 408 с.
3. *Гаркушин Г.В., Разоренов С.В., Канель Г.И.* Субмикросекундная прочность алюминиевого сплава Д16Т при нормальной и повышенных температурах // ФТТ. 2008. Т. 50, № 5. С. 805–811.
4. *Гаркушин Г.В., Разоренов С.В., Канель Г.И.* Влияние структурных факторов на субмикросекундную прочность алюминиевого сплава Д16Т // ЖТФ. 2008. Т. 78, № 11. С. 53–59.
5. *Гаркушин Г.В., Канель Г.И., Разоренов С.В. и др.* Субмикросекундная прочность ультрамелкозернистых металлов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2010. № 4.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СНАРЯДОВ
С МАССИВНЫМИ ПРЕГРАДАМИ****В.А. Глазырин, В.А. Горельский**

Рассматривается ударное взаимодействие с преградами снарядов-стержней большого удлинения. Оценивается глубина внедрения снаряда.

**RESEARCH OF SHOCK INTERACTION OF THE SHELLS WITH
MASSIVE BARRIERS****V.A.Glazyrin., V.A.Gorelsky**

It is considered shock interactions with barriers of shells-cores of the big lengthening. Depth of introduction of a shell is estimated.

В работе представлены результаты математического моделирования в трехмерной постановке высокоскоростного взаимодействия с преградами нутряющих снарядов-стержней большого удлинения. Современные ОПС имеют корпуса значительного удлинения, и влияние угла нутации на их проникающую способность необходимо уметь прогнозировать, особенно в связи с развитием новых высокоэффективных средств динамической защиты, которые дестабилизируют снаряд.

Было проведено математическое моделирование процесса взаимодействия снаряда-стержня с преградой в трёхмерной постановке. В расчетах ударного взаимодействия использована физико-математическая модель материала, которая является сжимаемой упругопластической средой, поведение которой при динамических нагрузках характеризуется уравнением состояния, модулем сдвига, динамическим пределом текучести. Модель разрушения материала характеризуется константами кинетической модели разрушения, описывающей развитие и эволюцию микрповреждений, которые непрерывно изменяют свойства материала и вызывают релаксацию напряжений.

Для исследования трехмерной задачи высокоскоростного взаимодействия стальных цилиндрических ударников со стальными преградами в диапазоне скоростей удара до 2000 м/с используется метод конечных элементов, который эффективно проявил себя в последние 20 лет при решении широкого круга динамических задач удара и взрыва[1–3].

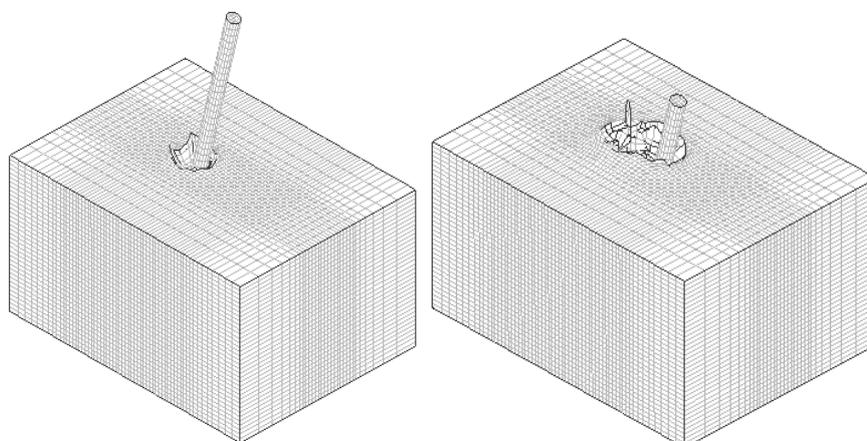


Рис. 1. Хронограммы процесса соударения: в моменты времени 10 и 30 мкс, угол нутации 15°

Для исследования особенностей разрушения и температурных эффектов при ударе нутящих снарядов численно моделировалось взаимодействие стального цилиндра калибром 5.7 мм и длиной 85 мм (15 калибров снаряда-стержня) с пластиной толщиной 60 мм. Преграда из стали имела параметры: $\rho_0 = 7750 \text{ кг/м}^3$, $\sigma_0 = 1,01 \text{ ГПа}$, $G_0 = 81,8 \text{ ГПа}$. Сталь снаряда-стержня характеризовалась следующими параметрами: $\rho_0 = 7850 \text{ кг/м}^3$, $\sigma_0 = 2,1 \text{ ГПа}$, $G_0 = 79 \text{ ГПа}$. Вычисления были выполнены для углов нутации в диапазоне до 30° . На рис. 1 и 2 представлены конфигурации тел для скорости взаимодействия 1950 м/с в различные моменты времени и для различных углов нутации.

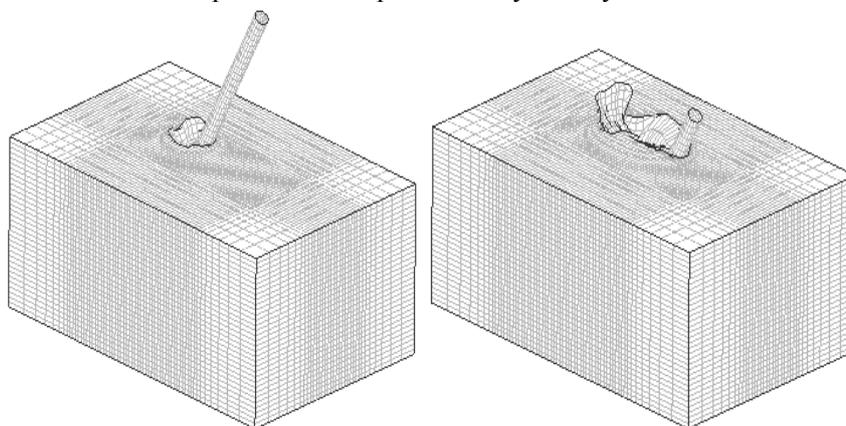


Рис. 2. Хронограммы процесса соударения: в моменты времени 10 и 30 мкс, угол нутации 30°

В этом случае вычисления показали, что процессы внедрения завершаются за 50 и 24 мкс соответственно. Чтобы исследовать особенности поведения преграды, были построены распределения изолиний температуры и удельного объема трещин в плоскости симметрии преграды. Расчеты показывают, что наибольшие разрушения наблюдаются вблизи тыльной поверхности преграды около оси удара и на лицевой поверхности преграды вблизи боковой поверхности внедряющегося снаряда-стержня. Непосредственно под снарядом рост трещин выражен слабо в связи с подавлением развития трещин внедряющимся

снарядом. Влияние нутации ярко выражено несимметричностью в развитии полей температур и повреждений. Зависимости относительной глубины проникания, определяемой контактной поверхностью между снарядом и преградой, от времени даны на рис. 3.

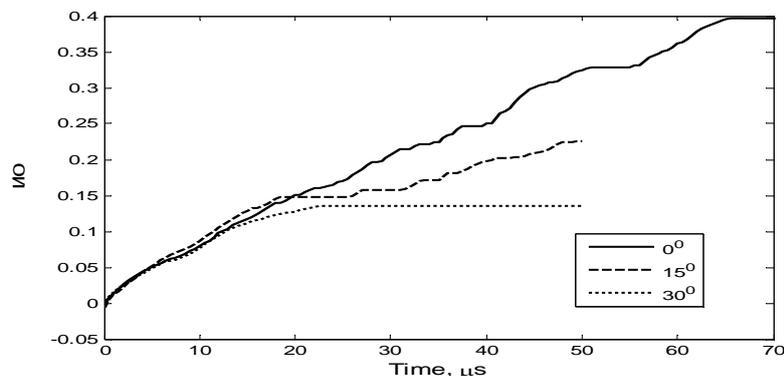


Рис. 3. Зависимости проникания от времени для различных углов нутации

Эти зависимости иллюстрируют волновой характер процесса взаимодействия. Они показывают, что влияние угла нутации значительно при скорости удара 2000 м/с. Из систематических расчетов следует, что на первой стадии процесса значения средней скорости снарядов падают при различных углах нутации примерно одинаково. Затем вызванное увеличением площади контактной поверхности дополнительное сопротивление при углах нутации 15 и 30° приводит к более быстрому падению средней скорости снарядов на второй стадии процесса при угле нутации 30°.

Результаты расчетов также выявили, что и температурные эффекты, и разрушения в снаряде и преграде ярко выражены при скоростях встречи 2000 м/с и выше. Зависимости глубин внедрения от времени показывают, что различия в характере этих кривых, вызванные нутацией, являются значительными при скорости 2000 м/с в исследованном диапазоне условий взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горельский В.А., Радченко А.В., Толкачев В.Ф., Хорев И.Е. Кинетические механизмы перфорации пластин // Проблемы прочности. 1988. № 11. С. 77–80.
2. Горельский В.А., Хорев И.Е. О применении метода конечных элементов для расчета больших деформаций и разрушения твердых тел // Тр. I Всесоюз. школы-семинара по многомерным задачам механики сплошных сред. ВИНТИ: № 4623-83. 1989. 23 с.
3. Горельский В.А., Зелепугин С.А., Толкачев В.Ф. Исследование пробития преград при несимметричном высокоскоростном ударе с учетом разрушения и тепловых эффектов // Изв. РАН. МТТ. 1994. № 5. С. 121–130.

**К РАСЧЕТУ ПРОЦЕССА ПРОБИТИЯ СЛОИСТЫХ ПРЕГРАД
УДЛИНЕННЫМ УДАРНИКОМ*****В.А. Глазырин, В.А. Горельский, М.Ю. Орлов**

Численно решена динамическая многоконтактная задача механики деформируемого твердого тела в двумерной осесимметричной постановке. Получены оригинальные научные данные о процессе пробития слоистой преграды удлинённым ударником.

**MATHEMATICAL MODELING OF PROCESS PERFORATION
ICE BY CYLINDRICAL IMPACTOR****V.A. Glazyrin, V.A. Gorelsky, M.Yu. Orlov**

Is it Numerically solved dynamic многоконтактная problem mechanical engineers deformed hard body in two-dimensional осесимметричной to production. They Are Received original scientific given about process пробития flaky barrier by lengthened firing pin.

В настоящее время слоистые конструкции нашли широкое применение в качестве защит военных и гражданских объектов и техники различного вида базирования. Отличительной особенностью любой слоистой конструкции является то, что в ней сохраняются специфические индивидуальные свойства слоев, при этом она может обладать новыми, присущими только ей свойствами. На стадиях оптимизации их конструктивно-компоновочных схем численное моделирование может выступать удобным теоретическим инструментом, позволяющим без больших материальных и временных затрат выявлять основные механизмы процессов деформирования и разрушения материалов в широком диапазоне определяющих параметров и начальных условий.

В настоящей работе при помощи математического моделирования исследуется процесс пробития слоистой преграды удлинённым ударником с целью освещения некоторых ранее не изученных аспектов.

Поведение среды описывается сложной моделью механики сплошных сред на основе упругопластических уравнений Прандтля – Рейса и энергетического критерия пластичности Мизеса. Уравнение состояния выбрано в форме Уолша, основным достоинством которого является широкая доступность фигурирующих в нем постоянных. При расчете разрушений учитывается их совместное образование по отрывному и сдвиговому механизмам на отдельные фрагменты. Это позволяет в расчетах усматривать многостадийность, а также силовую и кинетическую обусловленность такого сложнейшего и необратимого физического процесса, как разрушение. Начальные и граничные условия сформулированы в работе [1].

* Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (лот 2010-1.2.2-111-007), АВЦП РНП 2.1.2.2509, МК-2565.2009.8, РФФИ 10-08-00633а, 10-08-00398а.

Физическая постановка – нормальное взаимодействие удлинненного ударника с оживальной головной частью со слоистыми пластинами из низкоуглеродистой стали. Ударник из высокопрочной стали ШХ-15 являлся сердечником немецкой пули 6,1 Smk массой 2,55 г и высотой 16 мм. Начальная скорость ударника была равна 700 м/с. Объект исследования – трехслойная пластина из низкоуглеродистой стали с одинаковыми толщинами слоев, по 2 мм каждый. На контактной границе слоев задано условие скольжения.

Серия вычислительных экспериментов проведена для двумерного осесимметричного случая при помощи многофункционального пользовательского программного комплекса «Удар Ос.1. Ударно-волновое нагружение конструкций. Осесимметричная задача», разработанного в лаб. № 21 НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета [2].

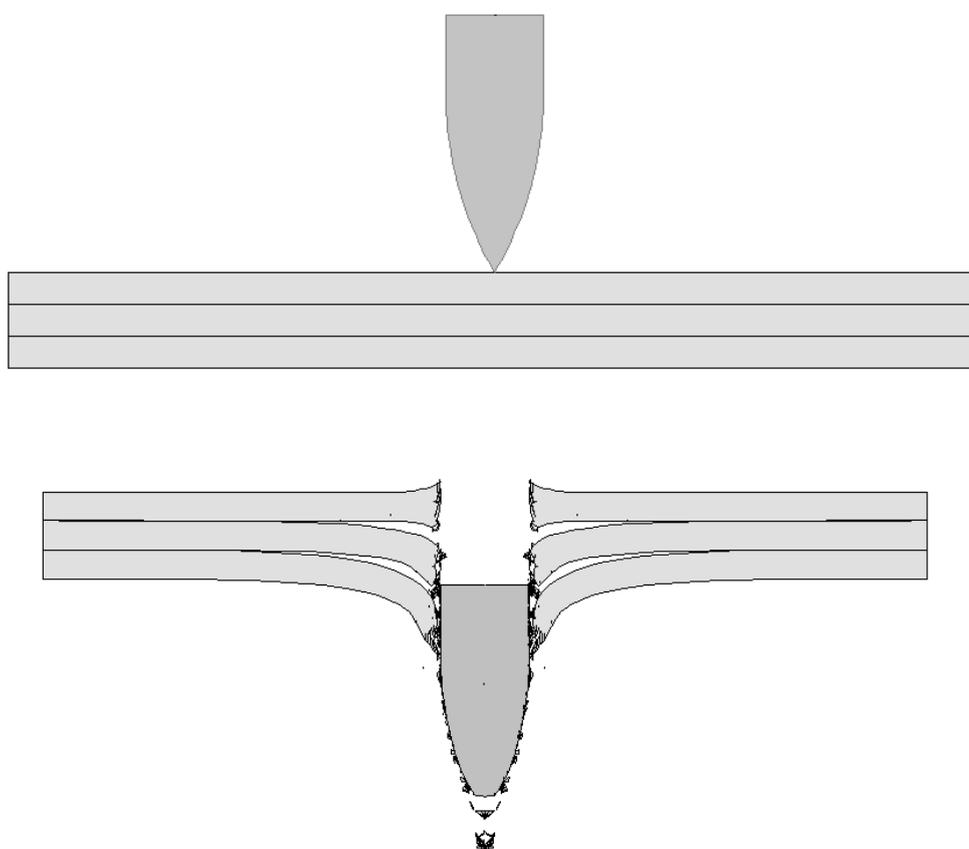


Рис. 1. Исходные и рассчитанные конфигурации тел

На рис. 1 показаны рассчитанные конфигурации «ударник – мишень» в начальный момент времени и на конечной стадии процесса пробития. Установлено, что процесс пробития происходил по механизму прокола со слабыми разрушениями носовой части ударника. Расчетным путем установлено, что первые очаги разрушения сдвигового характера появляются в материале преграды на первых микросекундах взаимодействия. Наблюдался выплеск приповерхностных слоев материала в направлении, противоположном направлению движения ударника.

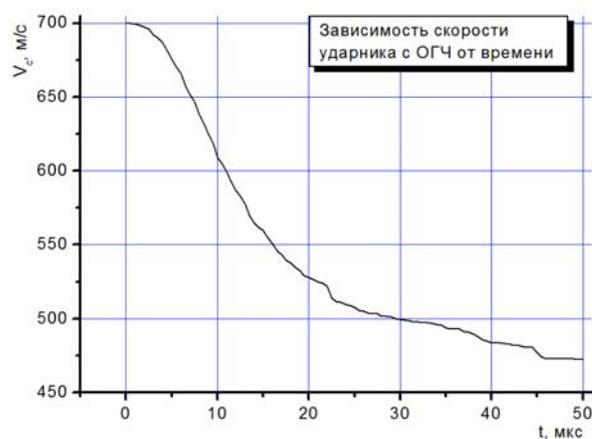


Рис. 2. Зависимость скорости ударника от времени

На рис. 2 приведена графическая зависимость скорости центра масс ударника от времени. Видно, что процесс пробития происходил не более 45 мкс. На кривой имеются участки быстрого и медленного снижения скорости, так, до 20-й мкс происходит быстрое, а после 20-й мкс – медленное снижение скорости.

На рис. 3 показана графическая зависимость силы сопротивления внедрению ударника от времени. Видно, что кривая на графике имеет локальные максимумы и минимумы, причем максимум отмечен на 9-й мкс.

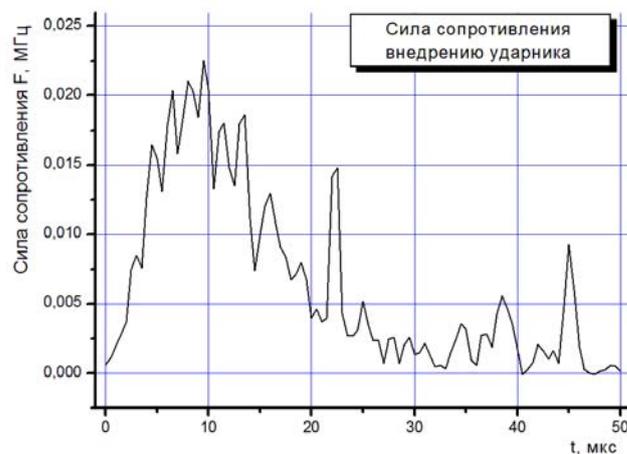
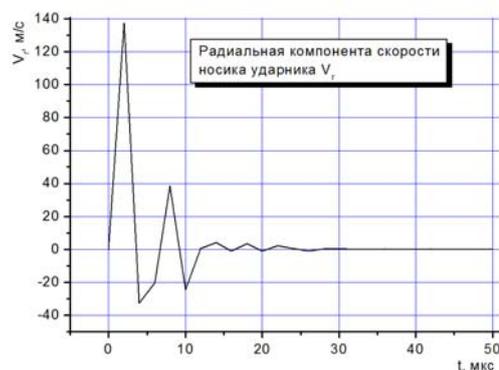
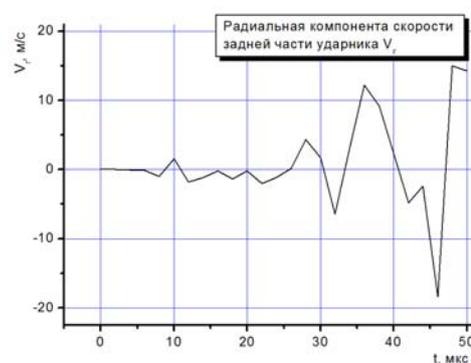


Рис. 3. График силы сопротивления внедрению ударника от времени



а)



б)

Рис. 4. Радиальная компонента скорости носика (а) и тыльной части ударника (б)

Особый интерес представляют графики зависимостей радиальной компоненты скорости носика, ударника и его тыльной части. Своего максимума скорость носика ударника достигала в первые микросекунды взаимодействия, а после 25-й мкс равнялась нулю. Скорость тыльной части ударника, наоборот, принимала максимальное значение на конечных стадиях процесса пробития, а в первые 7,5 мкс была нулевой. Диаметр пробоины был равен 7,6 мм, а запреградная скорость $V_3 = 472$ м/с.

Таким образом, получены числовые значения некоторых интегральных характеристик, анализ которых позволяет сделать вывод о том, что процесс пробития слоистой преграды проходил без аномалий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлов Ю.Н., Стуканов А.Л. Анализ процесса пробития слоистых преград удлинненными ударниками // Тр. междунар. конф. «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании», Павлодар, 2006, Т. 1. С. 319–322.
2. Орлов Ю.Н., Глазырин В.П., Орлов М.Ю. Программа для ЭВМ «Удар ОС.1. Ударно-волновое нагружение конструкций. Осесимметричная задача» / Российское агентство по патентам и товарным знакам: Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ №2010610911. М., 2010.

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛА КОРПУСА

А.В. Гуськов, К.Е. Милевский, К.М. Потапов

Приводятся результаты исследования по распределению механических свойств материала корпуса. Использовался метод измерения твердости и метод измерения прочностных характеристик корпуса осколочно-фугасного снаряда среднего калибра.

MECHANICAL PROPERTIES OF HULL MATERIAL

A.V. Guskov, K.E. Milevsky, K.M. Potapov

Results of research of distribution of mechanical properties of hull material are introduced. The method of hardness measurement and the method of measurement of mechanical properties for medium-sized mechanical properties are used.

Чтобы понять механизм неравномерного дробления корпуса снаряда при разрыве, необходимо знать свойства корпуса до разрушения.

Нужно разобраться в свойствах корпуса до разрушения, чтобы в дальнейшем спрогнозировать разрушение материала при интенсивных нагрузках, возникающих в результате взрыва заряда взрывчатого вещества. С этой целью были исследованы корпусы среднего калибра [1–5].

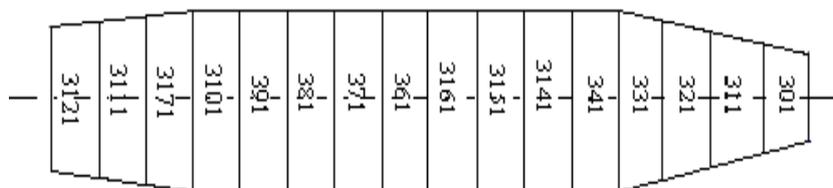


Рис. 1. Схема раскроя корпуса осколочно-фугасного снаряда

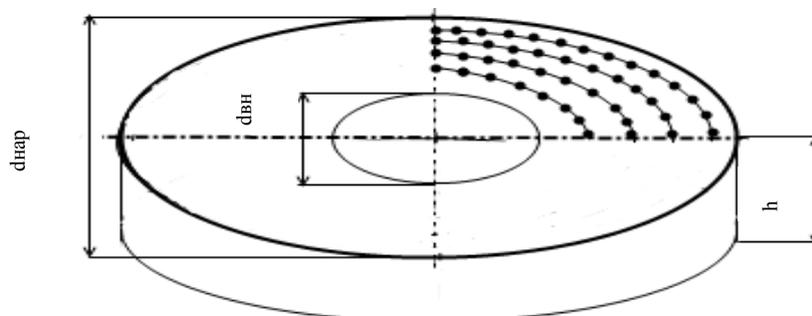


Рис. 2. Схема измерений образцов

Для проведения измерений по схеме раскроя (рис. 1) было подготовлено 16 колец. Измерение твердости проводилось прибором TP 5006, диаметр шарика – 1,588 мм, единицы измерения HRB, схема измерений представлена на рис. 2. Для измерения берём локальный сегмент, так как кольцо осесимметрично, а значит, распределение твёрдости по сечениям должно быть одинаково.

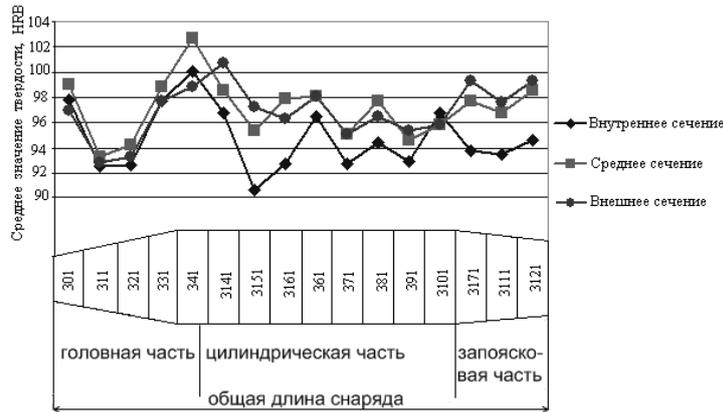


Рис. 3. График распределения твердости по различным сечениям корпуса

В результате статистической обработки измерений получены выборочные характеристики и функции распределения твердости, которые представляют собой вероятность появления того или иного значения твердости.

График распределения средних значений твердости в различных сечениях образца представлен на рис. 3.

Обработка результатов измерений позволила сделать следующие выводы:

1) среднее значение твердости по всему корпусу изменяется в пределах от 92 до 100 HRB;

2) в цилиндрической и запоясковой части твёрдость можно считать одинаковой, в отличие от головной части, в которой параметр неоднороден;

3) из графика на рис. 3 видно, что во внешнем и среднем сечениях корпуса твердость выше в среднем на 2–6 единиц HRB, чем во внутреннем.

Следующий этап работы – выяснить значения механических характеристик по длине корпуса в головной (коническо-оживальной), цилиндрической и запоясковой (коническо-стаканной) частях.

1. Для осуществления эксперимента изделия поделены на несколько частей: запоясковую, цилиндрическую и головную, как показано на рис. 4.

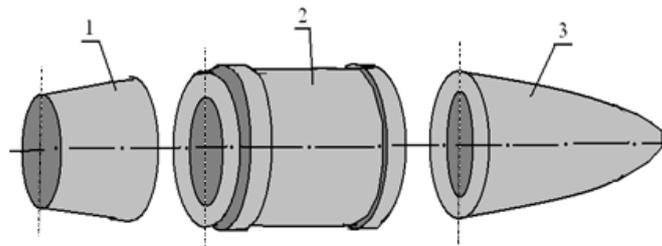


Рис. 4. Части изделия: 1 – запоясковая; 2 – цилиндрическая; 3 – головная

2. Каждая из этих частей дополнительно делится на несколько схожих по типу заготовок, из которых в экспериментальных мастерских изготовлены 2 вида образцов: плоские и цилиндрические. Из-за большой кривизны головной части из нее изготавливались плоские образцы, а из цилиндрической и запоясковой – цилиндрические образцы.

3. Затем все образцы были пронумерованы в соответствии со схемой раскроя (рис. 5).

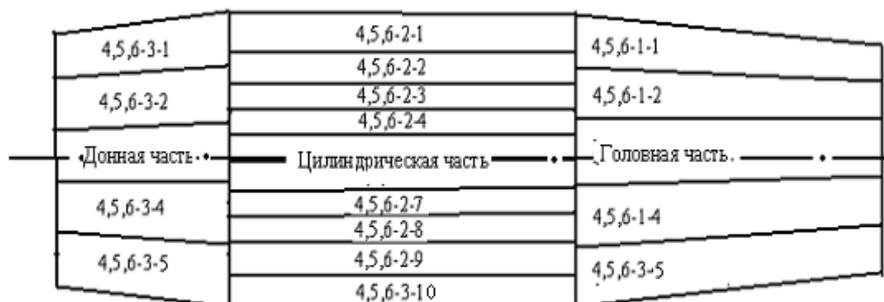


Рис. 5. Схема раскроя боеприпаса

Испытания проводились на растяжения каждой серии образцов в разрывной машине INSTRON с обработкой и сохранением результатов с помощью специальной программы BLUEHILL.

Затем по результатам испытаний были построены усредненные диаграммы растяжения для образцов из головной, конической и запоясковой частей корпуса (рис. 6).

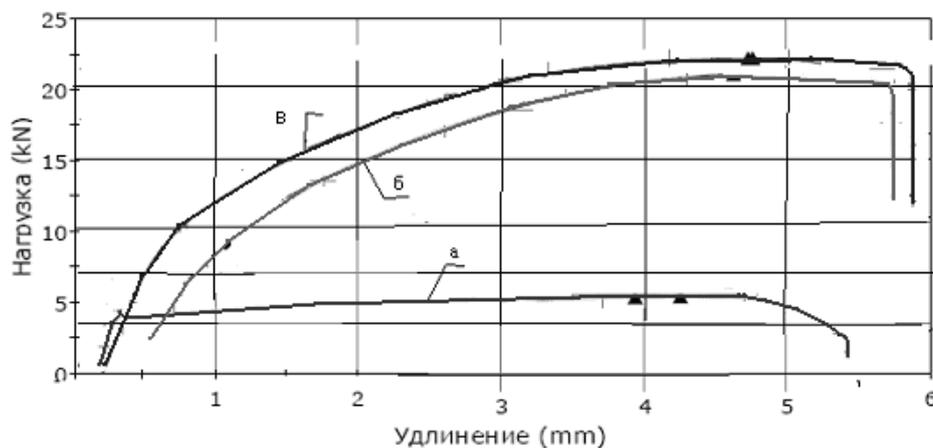


Рис. 6. Диаграмма растяжения: а – головная часть; б – цилиндрическая; в – запоясковая

После обработки диаграмм растяжения получены значения предела текучести стали, модуль Юнга и предела прочности в запоясковой, цилиндрической и головной частях. В запоясковой части наблюдается наименьшее значение предела текучести, а в головной – наибольшее. Наибольший предел прочности соответствует запоясковой части, а наименьший – головной части.

В результате исследования было установлено, что свойства материала корпуса по длине и глубине неоднородны. В корпусе условно можно выделить три слоя по толщине с различными свойствами материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Прохоров Б.А.* Боеприпасы артиллерии. М.: Машиностроение, 1973. 512 с.
2. Машиностроение: Энциклопедия / И.Л. Акаро, Р.А. Андриевский, А.Ф. Аржанов и др.; Под общ. ред. В.Ф. Мануйлова. М.: Машиностроение, 1996. Т. III-2. 736 с.
3. *Степнов М.Н.* Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справочник. М.: Машиностроение, 1985. 232 с.
4. ГОСТ 9013–80. Металлы. Методы испытаний. Измерение твердости по Роквеллу.
5. ГОСТ 1497–84. Методы испытаний на растяжение.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВОГО НАГРУЖЕНИЯ
СТАЛЬНЫХ ПРЕГРАД С ГРАДИЕНТНОЙ ПОДЛОЖКОЙ*****М.Ю. Орлов**

Получены новые научные данные о поведении стальных пластин с градиентной подложкой при нагружении плоской ударной волной. Установлено, что ресурс живучести градиентных пластин и пластин с градиентной подложкой практически одинаков.

**MODELLING SHOCK-WAVE LOADING
STEEL BARRIERS WITH GRADED THE SUBSTRATE****M.Yu. Orlov**

New scientific data about behavior of steel plates with graded a substrate is obtained at loading a flat shock wave. It is established that the survivability resource graded plates and plates with graded a substrate is almost identical.

Существующая номенклатура конструкционных материалов, как показывает практика, не отвечает растущим требованиям ряда отраслей промышленности и техники. Развитие ракетно-космической и авиационной техники в настоящее время требует создания материалов, способных длительное время выдерживать экстремальные виды нагрузок. При помощи передовых технологий порошковой металлургии в прошлом столетии стало возможным создавать материалы с градиентом исходной пористости, плотности и прочности. Такие материалы обладают уникальной способностью трансформировать падающий ударный импульс и называются функционально-градиентными материалами (ФГМ). В настоящее время ФГМ призваны решать многие задачи, а их использование в авиа- и ракетостроении должно повлечь снижение габаритно-массовых характеристик отдельных элементов летательных аппаратов.

Используемая модель поведения среды соответствует современным физическим представлениям о деформировании и разрушении твердых тел под нагрузкой. Она является упругопластической, сжимаемой, пористой, учитывающей свойства прочности, ударно-волновые явления, а также совместное образование отрывных и сдвиговых разрушений. Уравнение состояния выбрано в форме Уолша (Walsh), основным достоинством которого является широкая доступность фигурирующих в нем постоянных.

В качестве основного инструмента научных исследований использовался численный метод Джонсона (Johnson), расчетная часть которого дополнена механизмами расщепления расчетных узлов и разрушения расчетных элементов. Оригинальность метода заключается в том, что он содержит новый способ выделения поверхностей разрывов сплошности материалов, не накладывающий

* Работа выполняется при поддержке гранта Президента РФ для молодых кандидатов наук (МК 2565.2009.8), ФЦП (2010-1.2.2-111-017), АВЦП РНП 2.1.2.2509, РФФИ 10-08-00633а, 10-08-00398а.

серьезных ограничений на решение динамических многоконтактных задач механики деформируемого твердого тела (МДТТ).

Цель работы заключается в исследовании поведения стальной пластины с градиентной подложкой при нагружении плоским ударным импульсом. Работа направлена на выявление такого расположения градиентной подложки, при котором ресурс живучести преграды будет наибольшим. Настоящая работа является логическим продолжением ранее проведенной [1], где были выявлены определяющие факторы процесса разрушения ФГМ с линейным изменением по всей толщине преграды отрывной и сдвиговой прочности. При планировании эксперимента было учтено то, что на процесс разрушения аналогичных преград плоской ударной волной изменение сдвиговой прочности практически не влияло. Поэтому серия вычислительных экспериментов состояла из 4 вариантов, объектами исследования в которых были однородные пластины, пластины из ФГМ и пластины с градиентной подложкой.

Первый вариант – это однородная стальная пластина размерами в сечении 12×60 мм. Второй вариант – пластина аналогичных размеров, но с градиентной подложкой (рис. 1), в которой отрывная прочность возрастала от поверхности нагружения до тыльной. Высота градиентной подложки равна $\frac{2}{3}$ высоты пластины, а ее расположение в пластине показано на рис. 1. Третий вариант – это полностью градиентная пластина, в которой, как и в предыдущем варианте, отрывная прочность возрастала. В четвертом варианте, как и во втором, присутствовала градиентная подложка, в которой возрастала как отрывная, так и сдвиговая прочность. Следуя более ранним работам и не нарушая общности, первый вариант обозначим $[\sigma_k^-, A_k^-]$, второй – $[2/3 \sigma_k^+, A_k^-]$, третий и четвертый – $[\sigma_k^+, A_k^-]$, $[2/3 \sigma_k^+, A_k^+]$ соответственно.

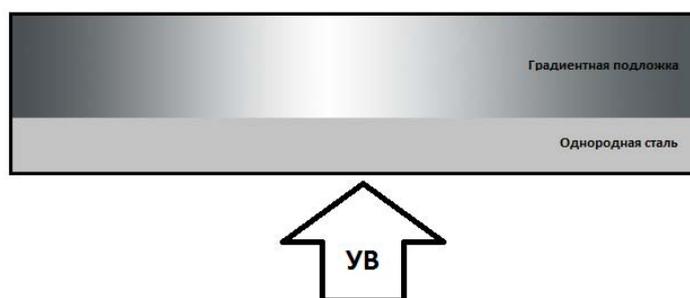


Рис. 1. К физической постановке задачи

Вначале моделировался процесс ударно-волнового нагружения однородной стальной пластины по схеме, указанной на рис.1. Амплитуда ударной волны задавалась равной 175 м/с, а время ее действия 1,2 мкс. Было установлено, что первые очаги разрушения в основном отрывного характера появляются в пластине уже на 3-й мкс и затем сливаются в магистральные трещины, которые расположены на расстоянии около 3 мм от тыльной поверхности. На рис. 2 показана рассчитанная конфигурация однородной стальной пластины в момент отделения откольной тарелочки. Анализ деформационных картин и областей разрушения градиентных пластин показал, что в процессе нагружения они качественно воспроизводят особенности однородной пластины.

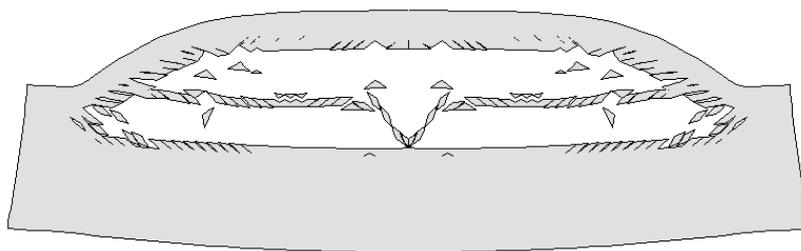


Рис. 2. Рассчитанная конфигурация однородной стальной преграды, $t = 35$ мкс

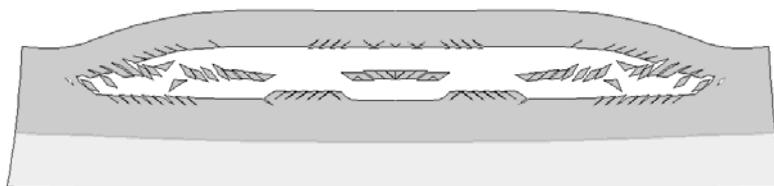


Рис. 3. Рассчитанная конфигурация $[2/3 \sigma_k^{\uparrow}, A_k^{-}]$, $t = 20$ мкс

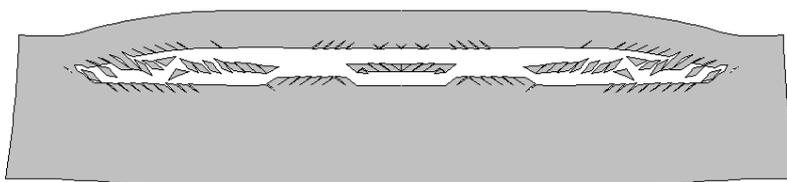


Рис. 4. Рассчитанная конфигурация $[\sigma_k^{\uparrow}, A_k^{-}]$, $t = 14$ мкс

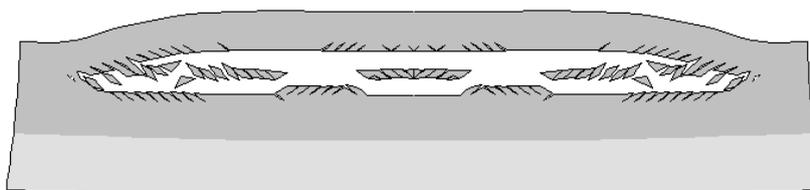


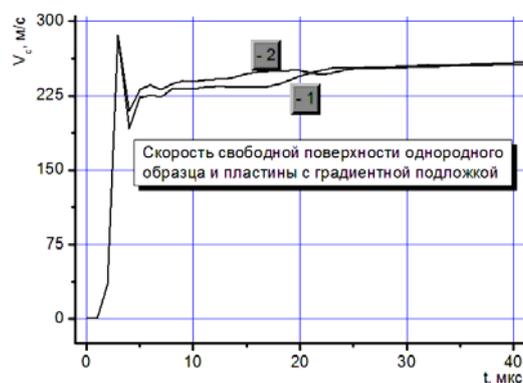
Рис. 5. Рассчитанная конфигурация $[2/3 \sigma_k^{\uparrow}, A_k^{\uparrow}]$, $t = 16$ мкс

С целью количественной оценки разрушений исследуемых пластин были построены графические зависимости скорости тыльной поверхности пластин и их поврежденности от времени. В качестве критерия поврежденности использовался параметр, впервые упомянутый в [3].

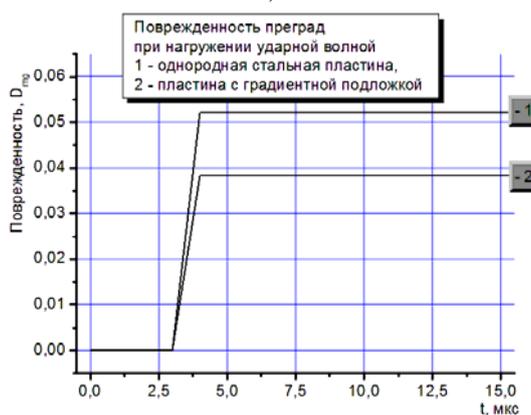
На рис. 6, а показаны профили скорости тыльной поверхности однородной пластины (кривая 1) и пластин с градиентной подложкой $[2/3 \sigma_k^{\uparrow}, A_k^{-}]$ (кривая 2).

Видно, что после выхода ударной волны на тыльную поверхность ее скорость была уже понижена действием догоняющей разгрузки с 350 до 285 м/с. Установлено, что кривые полностью совпадают на двух интервалах: с 0-й по 4 мкс и с 25-й по 40-ю мкс. Кривые скорости тыльной поверхности для последних двух вариантов совпадают с кривой 2 на рис. 6, а. Из рис. 6, б видно, что

поврежденность материала пластин начинает расти приблизительно на 3-й мкс процесса нагружения в момент формирования магистральной трещины, причем объем повреждений в однородной преграде больше, чем в градиентной.



а)



б)

Рис. 6. Результаты расчета процесса нагружения однородных и градиентных пластин

На основании проведенных исследований можно заключить, что пластина с градиентной подложкой при нагружении ударной волной обладает таким же ресурсом живучести, как полностью градиентная пластина, в которой по всей толщине возрастает величина откольной прочности. На следующем этапе исследований будет проведена серия вычислительных экспериментов по взаимодействию компактных и удлиненных ударников и пластин с градиентной подложкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глазырин В.П., Орлов М.Ю., Орлов Ю.Н. Моделирование ударно-волнового нагружения функционально-градиентных материалов // Изв. вузов. Физика. 2007. Т. 50, № 9/2. С. 65–73.
2. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлов М.Ю. Разрушение льда при ударном и взрывном нагружении // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13, ч. 1. Спец. выпуск. С. 425–432.
3. Орлов М.Ю. Численные исследования поведения структурно-неоднородных материалов при ударно-волновом нагружении. Томск, 2006. 28 с.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА
ПРОБИТИЯ ТОНКОГО ЛЬДА ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ
УДАРНИКОМ*****Ю.Н. Орлова, В.П. Глазырин**

Исследуется поведение пресноводного льда при действии цилиндрического ударника в диапазоне начальных скоростей удара ниже скорости звука в воздухе.

**MATHEMATICAL MODELING OF PROCESS PERFORATION
ICE BY CYLINDRICAL IMPACTOR****Yu.N. Orlova, V.P. Glazyrin**

The behaviour freshwater ice is Researched at action of the cylindrical firing pin within the range of initial velocities of the blow below velocities of the sound midair.

Для решения ряда прикладных задач ледотехники необходимо постоянно расширять наши знания о физике и механике льда. В современной отечественной и зарубежной литературе имеется крайне мало работ, посвященных динамическому нагружению льда. С одной стороны, это объясняется необычными пластическими свойствами льда, многократными фазовыми переходами, разнообразием способов образования, особенностями его кристаллической решетки и т.д. С другой стороны, анализ научно-технической и патентной литературы указывает на необходимость совершенствования методов численного моделирования высокоскоростного деформирования материалов с учетом выделения поверхностей разрыва сплошности материалов, а также отслеживания контактных и свободных поверхностей. Данный метод будет призван решать динамические многоконтактные задачи механики деформируемого твердого тела в труднодоступной для физического эксперимента области определяющих параметров и начальных условий.

Цель работы заключается в изучении процесса пробития ледяной пластины конечной толщины компактным ударником при низких скоростях удара. Запланированные научные исследования являются развитием предыдущей темы [1], однако в данном случае высота ударника совпадала с высотой пластины.

Модель среды описывается с позиций феноменологической макроскопической теории сплошных сред на основе фундаментальных законов сохранения массы, импульса и энергии. Считается, что среда пористая, сжимаемая, упруго-пластическая, учитывающая свойства прочности, ударно-волновые явления, а также совместное образование отрывных и сдвиговых разрушений. Определяющие соотношения задаются в форме Прандтля – Рейса при условии текуче-

* Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (лот 2010-1.2.2-111-007), АВЦП РНП 2.1.2.2509, РФФИ 10-08-00633а.

сти Мизеса. Уравнение состояния выбрано в форме Уолша, основным достоинством которого является доступность фигурирующих в нем постоянных.

В качестве основного инструмента исследований использовался численный лагранжев метод, расчетная часть которого дополнена механизмами расщепления расчетных узлов и разрушения расчетных элементов. Оригинальность метода заключается в том, что он содержит новый способ выделения поверхностей разрыва сплошности материалов, не накладывающий серьезных ограничений на решение динамических многоконтактных задач механики деформируемого твердого тела.

В качестве объекта исследований был выбран кожеляционный лед, полученный в климатической камере путем замерзания пресной воды при температуре заморозки $-17\text{ }^{\circ}\text{C}$ и времени заморозки чуть более суток. Лед моделировался сплошной средой без фазовых переходов с усредненными физико-механическими характеристиками, взятыми из доступных источников литературы. Физическая постановка задачи заключается в следующем. Стальной круговой цилиндр размерами в сечении $5\times 5\text{ мм}$ взаимодействует по нормали с ледяной пластиной $5\times 60\text{ мм}$ в диапазоне скоростей до 325 м/с . Серия вычислительных экспериментов проведена для осесимметричного случая и состояла из 11 вариантов, в каждом последующем начальная скорость увеличивалась на 25 м/с .

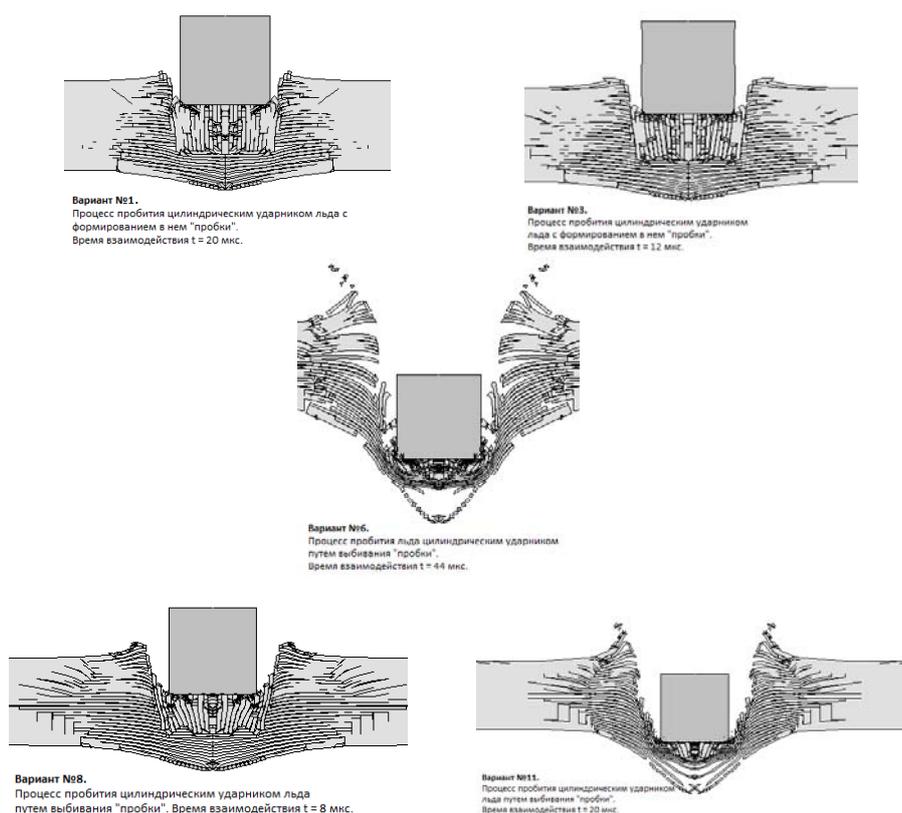


Рис. 1. Фрагменты рассчитанных конфигураций «ударник – лед»

На рис. 1 представлены фрагменты рассчитанных конфигураций «ударник – лед» для вариантов № 1, 3, 6, 8, 11 на разных стадиях процесса пробития. Отмечена многоочаговость разрушений льда, обусловленная невысокими относительно стали прочностными характеристиками. Процесс пробития происходит путем выбивания «пробки», причем лед в ней разрушен уже с первых микросекунд взаимодействия. Выявлена следующая закономерность процесса разрушения – формирование во льду кольцевой трещины отрыва, расположенной посередине пластины и распространяющейся в радиальном направлении от оси симметрии к боковой поверхности.

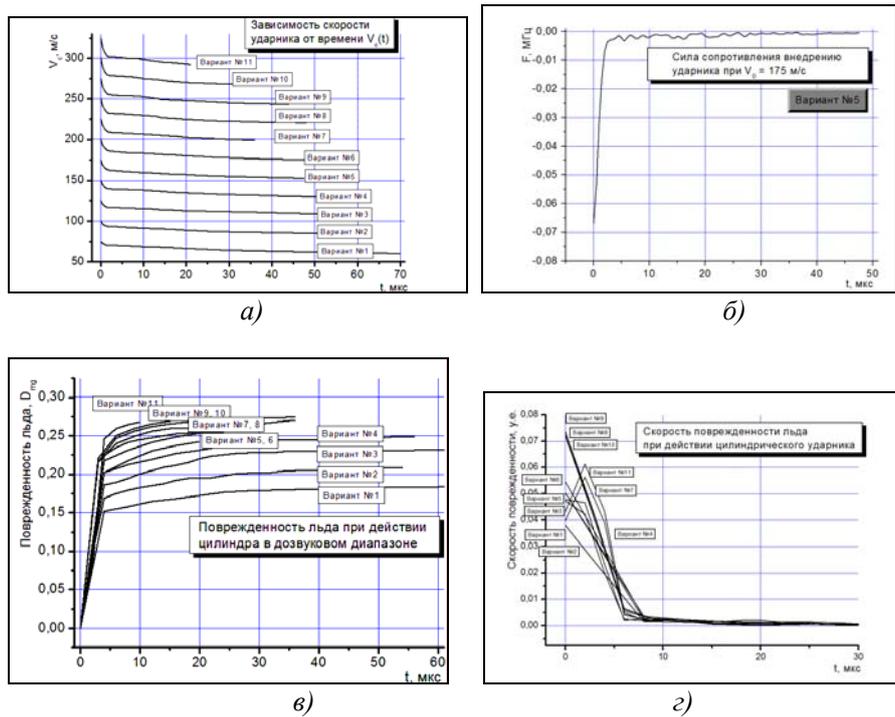


Рис. 2. Результаты расчетов

На рис. 2, а приведены графики зависимости скорости ударников от времени $V_c(t)$. Анализ кривых указывает на то, что процесс пробития происходит по одному механизму. Видны участки быстрого и медленного снижения, причем с ростом начальной скорости удара отмечено увеличение времени участков быстрого снижения и уменьшение времени участков медленного снижения скоростей ударников.

На рис. 2, б показана зависимость силы сопротивления внедрению ударника в лед для варианта расчета № 5 (для остальных вариантов кривые имели аналогичный вид). Из чего следует, что лед практически не сопротивляется внедрению ударника в рассматриваемом диапазоне скоростей. Семейство кривых на рис. 2, в иллюстрирует развитие во времени поврежденностей льда. Видно, что основной объем повреждений формируется во льду именно на начальных стадиях процесса пробития. На рис. 2, г приведены кривые скорости поврежденностей: все кривые, за исключением вариантов 7, 11, имеют максимум в нулевой момент времени.

В таблице суммированы результаты расчетов процесса пробития льда цилиндрическим ударником в диапазоне начальных скоростей удара ниже скорости звука в воздухе.

Результаты расчетов процесса пробития тонких пластин льда цилиндрическим ударником

Вариант	Начальная скорость V_0 , м/с	Время пробития t_b , мкс	Поврежденность льда D_{mg} , %	Диаметр пробоины d_p , мм
№1	75	65	18,3	6,22
№2	100	55	20,81	6,88
№3	125	50	23,11	7,32
№4	150	47	24,81	7,28
№5	175	42,5	24,2	7,30
№6	200	38,5	25,3	7,68
№7	225	32,5	25,49	7,60
№8	250	30	27,01	8,38
№9	275	23,5	27,44	8,26
№10	300	21	26,92	8,28
№11	325	20	26,82	8,44

Расчетным путем показано, что с увеличением начальной скорости удара наблюдается уменьшение времени пробития льда, что, безусловно, соответствует физике процесса. Максимальное время процесса пробития не превысило 70 мкс. Поврежденность льда также увеличивается с ростом скорости удара, однако в последних двух вариантах начинает незначительно, но снижаться. Получено, что максимальный зафиксированный объем повреждений был больше 1/4 объема льда. Максимальный рассчитанный диаметр сквозной пробоины был почти в 1,7 раза больше, чем диаметр ударника.

Таким образом полученные расчеты позволяют количественно оценить процесс пробития цилиндрическим ударником тонкой пластины льда в дозвуковом диапазоне скоростей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глазырин В.П., Орлова Ю.Н. Численное исследование поведения пресноводного льда при действии компактных ударников в дозвуковом диапазоне скоростей // Тр. Том. гос. ун-та. Томск, 2009. Т. 273, вып. 2. С. 209–212.
2. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлова Ю.Н. Исследование ударно-взрывного нагружения ледовой пластины // Изв. вузов. Физика. 2009. №7/2. С. 77–80.
3. Теоретические и экспериментальные исследования высокоскоростного взаимодействия тел / Под ред. А.В. Герасимова [Электронный ресурс]. URL: <http://radioshare.com/files/3571411616/GerasimovBook20071121.rar.html>

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КАНАЛЬНО-УГЛОВОГО
ПРЕССОВАНИЯ ПО ДИНАМИЧЕСКОЙ СХЕМЕ
НАГРУЖЕНИЯ*****И.К. Суглобова, А.Н. Шипачев, С.А. Зелепугин**

Проведено численное исследование процессов деформирования титановых образцов при движении по пересекающимся под прямым углом каналам для динамической схемы нагружения. Расчеты выполнены методом конечных элементов в плоской постановке в рамках модели упругопластической среды.

**NUMERICAL SIMULATION OF CHANNEL-ANGULAR
PRESSING AT DYNAMIC SCHEME OF LOADING****I.K. Suglobova, A.N. Shipachev, S.A. Zelepugin**

Numerical investigation of deformation processes of titanic samples moving through orthogonally crossed channels at dynamic scheme of loading has been carried out. Computations were executed using the finite element method in two-dimensional plain-strain statement within the bounds of elastic-plastic model of medium.

Объемные наноструктурные материалы в настоящее время рассматриваются как перспективные конструкционные и функциональные материалы нового поколения. Выделяются два основных метода их получения – компактирование исходных нанопорошков и формирование наноструктур при интенсивной пластической деформации (ИПД). Исследование ультрамелкозернистых (УМЗ) металлов, полученных ИПД, показало, что они характеризуются рядом уникальных свойств – повышенной в несколько раз по сравнению с крупнозернистыми аналогами прочностью, сочетающейся с хорошей пластичностью, низко- и высокотемпературной сверхпластичностью, циклической и радиационной стойкостью.

В РФЯЦ–ВНИИТФ предложен динамический вариант метода равноканального углового прессования (РКУП) [1], в котором продавливание материала через каналы осуществляется путем импульсной нагрузки за счет энергии продуктов горения пороха, сжатых газов и др. Основное преимущество этого метода по сравнению с РКУП состоит в том, что увеличивается скорость пластического деформирования, а также добавляется ударно-волновая деформация, которая увеличивает общий результат воздействия [2].

При использовании динамического канально-углового прессования (ДКУП) существует возможность принципиального изменения свойств металлов и сплавов при формировании в них ультрамелкозернистых структур, что позволяет реализовать сочетание высоких прочности и пластичности [3].

В данной работе процессы деформирования образцов при их движении по пересекающимся каналам исследуются численно методом конечных элементов

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №10-08-00516), РФФИ и Администрации Томской области (проект № 09-08-99059), Минобрнауки РФ в рамках АВЦП «Развитие научно-го потенциала высшей школы» (проект № 2.1.1/5993).

в плоскодеформационной постановке в рамках упругопластической модели среды.

Система уравнений, описывающая нестационарное адиабатическое движение сжимаемой среды, состоит из уравнений неразрывности, движения, энергии [4]. Моделирование «отрывных» разрушений проводится с помощью кинетической модели разрушения активного типа [5]. Давление в неповрежденном веществе считается функцией удельного объема и удельной внутренней энергии и во всем диапазоне условий нагружения определяется с помощью уравнения состояния типа Ми–Грюнайзена, в котором коэффициенты подбираются на основе констант ударной адиабаты Гюгонно. Определяющие соотношения связывают компоненты девиатора напряжений и тензора скоростей деформаций и используют производную Яуманна. Для описания пластического течения используется условие Мизеса. Учтены зависимости модуля сдвига и динамического предела текучести от температуры и уровня поврежденности материала [5]. Для решения задачи используется метод конечных элементов.

Рассматривается задача взаимодействия образца с жесткой стенкой, которая описывается двумя ломаными линиями. Для уравнений из приведенной выше модели в декартовой системе координат ставится задача с начальными при $t = 0$ и граничными условиями. Начальные условия характеризуются отсутствием внутренних напряжений, а причиной взаимодействия является движение образца по пересекающимся под прямым углом каналам матрицы с начальной скоростью v_0 , полученной при разгоне образца пороховыми газами в стволе пушки. На тыльной поверхности образца задается постоянная нагрузка P_0 , которая равномерно распределена по тыльной поверхности, противоположная поверхность образца свободна от внешних нагрузок в течение всего процесса деформирования.

Процесс динамического деформирования моделировали на примере титановых образцов шириной 16 мм и длиной 65 мм. Начальная скорость образцов варьировалась в диапазоне 100 – 500 м/с. Задаваемое давление – 0,1 – 0,3 ГПа. Угол пересечения каналов – 90°. В области внешнего угла стенок задана площадка B_1C_1 , составляющая с осями декартовой системы координат углы 45°. Были использованы следующие значения констант материала титанового образца: $\rho_0=4426$ кг/м³, $a=4990$ м/с, $b=1,05$, $G_0=41$ ГПа, $\sigma_0=0,5$ ГПа, $V_1=4,52 \cdot 10^{-6}$ м³/кг, $V_2=1,58 \cdot 10^{-6}$ м³/кг, $K_f=0.005$ м·с/кг, $P_k=-0,75$ ГПа [5].

Проведено численное исследование процессов деформирования титановых образцов при ДКУП – движении по пересекающимся под прямым углом каналам с использованием динамической схемы нагружения. Определен нижний порог скорости, при которой обеспечивается прохождение образца по каналам. Для титановых образцов при заданном давлении в 0,2 ГПа он составляет 300–350 м/с. Интенсивность пластических деформаций (и, как следствие, измельчение структуры) титанового образца после одного цикла ДКУП неравномерна по образцу, что свидетельствует о необходимости дополнительных циклов ДКУП.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Валиев Р.З., Александров И.В.* Объемные наноструктурные металлические материалы. М.: Академкнига, 2007. 397 с.
2. *Хомская И.В., Зельдович В.И., Шорохов Е.В. и др.* Структура титана, подвергнутого высокоскоростному прессованию при различных температурах // Деформация и разрушение материалов. 2010. № 4. С. 15–19.

3. Хомская И.В., Зельдович В.И., Шорохов Е.В. и др. Высокоскоростное деформирование металлических материалов методом канально-углового прессования для получения ультрамелкозернистой структуры // Деформация и разрушение материалов. 2009. № 2. С. 36–40.

4. Щипачев А.Н., Ильина Е.В., Зелепугин С.А. Деформирование титановых образцов при динамическом канально-угловом прессовании // Деформация и разрушение материалов. 2010. № 4. С. 20–24.

5. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортвов В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. М.: Янус-К, 1996. 407 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ПРОНИКАНИЯ ГРУППЫ УДАРНИКОВ В МИШЕНИ ИЗ СПЛАВОВ АЛЮМИНИЯ

**З.В. Танakov, Е.В. Ботов, Н.В. Брюханов, Н.Ю. Илюшкина,
В.Е. Коломийцев, К.В. Лизунов, Э.Э. Лин, В.Н. Хворостин**

Представлены результаты сравнительных опытов по прониканию одиночного ударника и группы ударников в мишени из сплавов алюминия. Диапазон скоростей соударений составлял $U = 250 \div 990$ м/с.

EXPERIMENTAL STUDY OF PENETRATION IMPACT GROUPS IN TARGETS OF ALUMINIUM ALLOYS

**Z.V. Tanakov, E.V. Botov, N.V. Bryuhanov, N.YU. Ilyushkina,
V.E. Kolomyitsev, K.V. Lizunov, E.E. Lin, V.N. Hvorostin**

In report represented comparison tests results on single and group impacts penetration in targets of aluminium alloys. Collision velocities it was in the range $U = 250 \div 990$ m/s.

Введение. Исследование проникания группы ударников в различные конструкционные материалы является достаточно актуальной и при этом малоизученной проблемой в механике разрушения [1–4]. Ранее были получены результаты по прониканию групп ударников в мишени при асинхронном воздействии [3] и показано, что в случае множественного воздействия величина относительной глубины проникания ударников в однородные толстые мишени примерно в 1,5 раза выше, чем при одиночном ударе. Данная работа является продолжением исследований, начатых в [4], по изучению синхронного множественного воздействия ударников на мишени из сплавов алюминия.

Постановка и результаты опытов. Соударение мишеней с ударниками проводилось по методу обратного пуска на взрывном ударном стенде (ВУС) диаметром 100 мм (рис. 1). В качестве ударников использовались цилиндры из вольфрама марки ВЛ (диаметром $d = 5$ мм и высотой 5 мм, расположенные с шагом $a = 4d$) и шарики из стали марки ШХ15 (с $d = 3, 5$ и 8 мм, расположенные с шагом $a = 2d$). Диапазон скоростей соударений составлял $U = 250 \div 990$ м/с. В качестве мишеней использовались диски из алюминиевых сплавов Д-16, АМГ-6 и АМЦ диаметром $D = 99$ мм и толщиной $H = 15, 30$ и 45 мм. Скорости разогнанных объектов измерялись на срезе ствола с помощью электромагнитных датчиков типа ДЭМ и составляли $U = 250 \div 990$ м/с.

Как и ранее [2], наличие эффекта более глубокого проникания фиксировалось в «парных» опытах (одиночный удар и множественный удар) при одной и той же (в пределах погрешности измерений) скорости соударения ударников и мишеней из различных сплавов алюминия. Внешний вид мишеней после опыта и характерные сигналы с датчиков типа ДЭМ представлены на рис. 2. На рис. 3

изображены зависимости относительной глубины проникания от скорости столкновения для различного сочетания материалов ударника и мишеней.

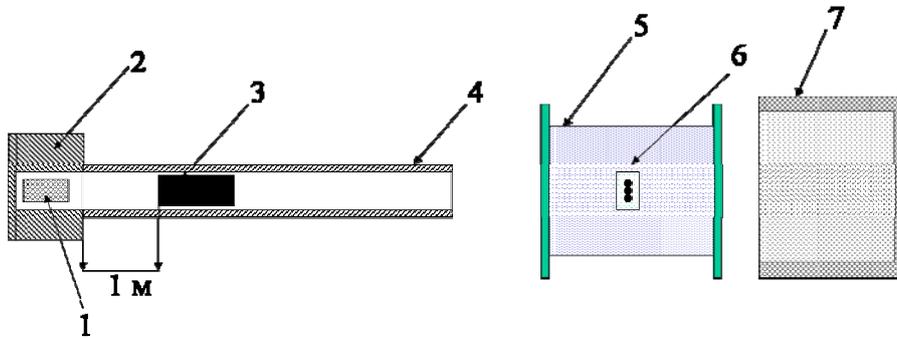
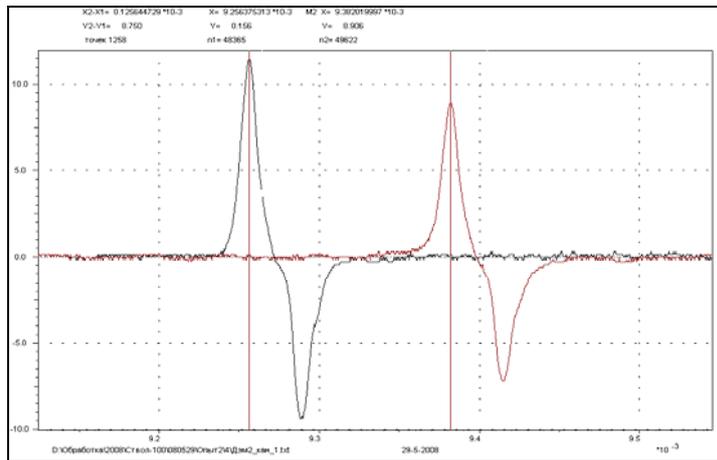


Рис. 1. Схема опытов по методу обратного пуска на ВУС «Ствол-100»:
1 – заряд ВВ; 2 – взрывная камера; 3 – составной снаряд; 4 – разгонный отсек; 5 – мишенная камера,
6 – блок ударников; 7 – уловитель с пористой средой



а)



б)

Рис. 2. Сигналы с датчиков ДЭМ (а) и внешний вид мишеней (б) после одиночного и множественного ударов со скоростью 800 м/с

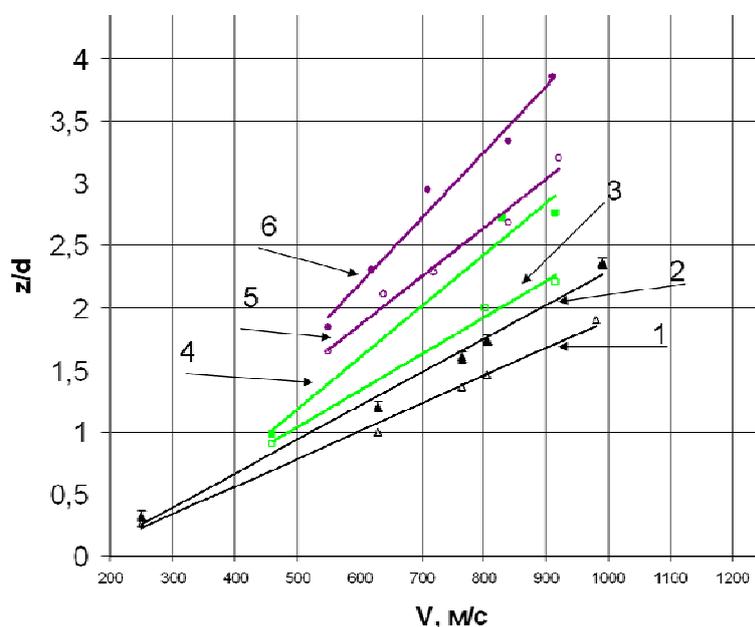


Рис. 3. Зависимость относительной глубины проникания от скорости соударения для различного сочетания материалов ударников и мишени: 1 – мишень из алюминия Д16, ударники из стали ШХ15; одиночное воздействие; 2 – мишень из алюминия Д16, ударники из стали ШХ15, множественный удар; 3 – мишень из алюминия Амц, ударники из стали ШХ15, одиночное воздействие; 4 – мишень из алюминия Амц, ударники из стали ШХ15, множественный удар; 5 – мишень из алюминия Амг6, ударники из вольфрама, одиночное воздействие; 6 – мишень из алюминия Амг6, ударники из вольфрама, множественный удар

Из представленных результатов видно, что во всех проведенных экспериментах происходит увеличение глубины проникания в случае множественного удара относительно одиночного ударника. Величина отношения относительной глубины проникания при множественном соударении к относительной глубине проникания одиночного ударника находится в пределах от 1,04 до 1,36 при скорости соударения от 250 до 990 м/с для различного сочетания материала ударников и мишени.

Металлография сохраненных образцов. Проводились металлографические исследования 4 образцов мишеней из алюминиевого сплава Д16 после одиночного и множественного воздействия шариков из ШХ15. Образец №1, 2 скорость соударения 250 м/с при одиночном и множественном воздействии соответственно. Образец № 3, 4 скорость соударения 800 м/с при одиночном и множественном воздействии соответственно.

В образце №1 в донной части кратера можно наблюдать образование микрополостей размерами до 9×40 мкм и частичный отрыв материала мишени от стенок кратера (рис. 4). В образце №2 можно наблюдать образование микрополостей вдоль стенок кратеров размерами до 8×33 мкм, частичный отрыв материала от стенок канала и микротрещины, идущие в мишень на 20–30 мкм (см. рис. 4).



Рис. 4. Микроструктура образцов при скорости соударения 250 м/с: а – образец №1, увеличение x1000; б – образец №2, увеличение x1000



Рис. 5. Макроструктура образца №3: а – увеличение x25; б – увеличение x800; в – увеличение x1000; г – увеличение x1000; д – под донной частью кратера, увеличение x100

В образце №3 наблюдаются откольные повреждения мишени, располагающиеся около поверхности воздействия (рис. 5). В донной части кратера можно видеть частичное оплавление стенок толщиной 10–25 мкм и до 30 мкм (см. рис. 5). Ближе к поверхности воздействия наблюдается образование локальных участков с перекристаллизованной структурой толщиной до 10 мкм, микротрещин в стенках кратера глубиной до 10 мкм (рис. 5). На рис. 5, з представлена микроструктура материала мишени под донной частью кратера, где находится, по-видимому, область наиболее сильной пластической деформации, о чем говорит появление параллельных линий скольжения и потеря строчечности в расположении упрочняющих фаз.

В образце №4 в донной части кратеров наблюдаются локальные участки с оплавлением стенок кратера толщиной до 10 мкм, под которыми располагается слой материала с перекристаллизованной микроструктурой толщиной до 10–15 мкм (рис. 6). Ближе к поверхности воздействия можно обнаружить только локальные участки с перекристаллизованной структурой толщиной до 10 мкм (см. рис. 6). Можно наблюдать образование микротрещин в стенках кратера глубиной до 10 мкм, отрыв материала от стенок (рис. 6). Изменения микроструктуры мишени под донной частью кратеров в образце №4 аналогичны описанным выше для образца №3 – наблюдаются линии скольжения, перемешивание упрочняющих фаз в результате интенсивной пластической деформации.



Рис. 6. Микроструктура мишени в образце № 4, увеличение $\times 1000$

Как отмечалось ранее [1, 2], одним из условий возникновения коллективного эффекта является наличие двухфазного состояния материала (металл + расплав), что, при наличии интенсивных растягивающих напряжений (интерференция волн от соседних ударников), приводит к локальной потере сопротивляемости материала и более глубокому прониканию ударников. При скорости соударения $U \approx 250$ м/с и отсутствии плавления на стенках кратеров глубина проникания в случае одиночного ударника практически равна средней глубине проникания в случае множественного удара $z_{од} = 1,4$ мм $\approx z_{мн} = (1,47 \pm \pm 0,03)$ мм. В случае наличия плавления (скорость соударения $U \approx 800$ м/с) глубина проникания при множественном соударении $z_{мн} = (8,58 \pm 0,13)$ мм на 20 % больше, чем при одиночном ударнике $z_{од} = 7,3$ мм.

Выводы. Представленные в данной работе результаты по прониканию ударников в однородные мишени из сплавов алюминия показывают, что при

синхронном множественном ударе величина относительной глубины проникания выше, чем при одиночном воздействии. Результаты металлографического анализа сохраненных образцов показали, что, по всей видимости, наличие двухфазного состояния материала (металл + расплав) в совокупности с наличием интерференции волн сжатия – растяжения от соседних ударников приводит к более глубокому прониканию последних в материал мишени, а при отсутствии плавления глубина проникания в случае одиночного ударника практически равна средней глубине проникания в случае множественного удара.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хорев И.Е., Зелепугин С.А., Коняев А.А. и др. Разрушение преград группой высокоскоростных тел // ДАН. 1999. Т. 369, № 4. С. 481–485.
2. Хорев И.Е., Якушев В.К., Зелепугин С.А. и др. Метание и соударение группы высокоскоростных тел // ДАН. 2003. Т. 389, № 2. С. 197–202.
3. Илькаев Р.И., Лин Э.Э., Михайлов А.Л. и др. О характере разрушения преград при множественном ударе твердых тел с умеренной скоростью // ДАН. 2006. Т. 409, № 2. С. 182–184.
4. Лин Э.Э., Михайлов А.Л., Танаков З.В. и др. О характере разрушения преград при множественном ударе твердых тел как проявлении эффекта Ребиндера // Тр. междунар. конф. «IX Харитоновские тематические научные чтения». Саров: РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2007. С. 512–518.

СЕКЦИЯ II
ВЗРЫВНЫЕ И ДЕТОНАЦИОННЫЕ
ЯВЛЕНИЯ

**ОСОБЕННОСТИ ЗАЖИГАНИЯ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ
МАТЕРИАЛОВ МОНОХРОМАТИЧЕСКИМ СВЕТОВЫМ
ПОТОКОМ*****В.А. Архипов, И.А. Евсеенко, А.Г. Коротких**

Выявлены особенности зажигания ВЭМ, содержащих нитрат аммония в качестве окислителя, порошки алюминия различной дисперсности и активного горючесвязующее.

**PECULIARITIES IGNITION ALUMINIZED COMPOSITE
MODEL PROPELLANTS MONOCHROMATIC LIGHT FLUX****V.A. Arkhipov, I.A. Evseenko, A.G. Korotkikh**

Features of ignition high-energy materials containing nitrate of ammonium as an oxidizer, powders of aluminium of various dispersion and active combustible-binder are revealed.

Определены закономерности зажигания высокоэнергетических материалов (ВЭМ) световым потоком монохроматического излучения. Исследовались составы ВЭМ на основе смешанного окислителя – нитрата и перхлората аммония (НА, ПХА), горючесвязующего и порошков алюминия. В качестве металлического горючего использовались порошок алюминия марки АСД-4 ($d = 4,3$ мкм) и наноразмерный порошок (НП) марки Alex ($d = 0,12$ мкм), полученный методом электрического взрыва проводников. Воспламенение образцов ВЭМ осуществляли оптическим квантовым генератором на углекислом газе (CO₂-лазером) с длиной волны излучения 10,6 мкм и максимальной мощностью излучения 40 Вт [1]. Диаметр пятна светового потока в месте нахождения образцов ВЭМ составлял 6 мм.

Анализ полученных результатов показал, что времена задержки воспламенения ВЭМ на основе нитрата аммония и активного полимерного горючего с ростом интенсивности теплового излучения от 75 до 190 Вт/см² уменьшаются от 70 до 10 мс для состава 1, содержащего 20 % нанопорошок алюминия марки Alex; от 71 до 16 мс для состава 2, содержащего 10 мас. % НП алюминия марки Alex и 10 мас. % – АСД-4 и от 425 до 21 мс для состава 3, содержащего 20 мас. % АСД-4 (рис. 1, а).

При одинаковом значении интенсивности излучения время задержки воспламенения ВЭМ, содержащих нанопорошок алюминия Alex, меньше, чем для ВЭМ, содержащих порошок алюминия марки АСД-4. Времена задержки воспламенения ВЭМ на основе нитрата аммония и инертного горюче-связующего с ростом интенсивности теплового излучения от 75 до 190 Вт/см² уменьшаются

* Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проекты № 10-03-90725 – моб_ст). Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы при поддержке Государственного контракта П474 от 04.08.2009 г. «Создание и переработка высокоэнергетических наполненных полимерных композиций».

от 63 до 13 мс для состава 4, содержащего 16 % нанопорошок алюминия марки Alex; от 80 до 17 мс для состава 5, содержащего 5 мас. % Alex и 10 мас. % АСД-4 и от 90 до 28 мс для состава 6, содержащего 16 мас. % АСД-4 (рис. 1, б).

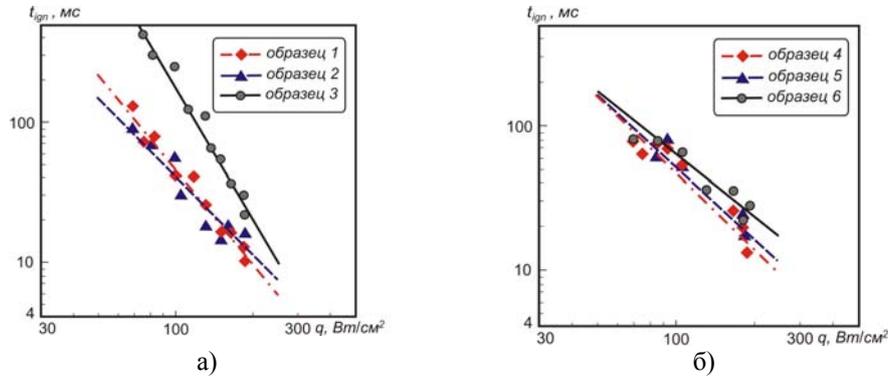


Рис. 1. Время задержки воспламенения ВЭМ: а – на основе НА и МПВТ-ЛД; б – ВЭМ на основе НА, ПХА и СКДМ-80ВЭМ

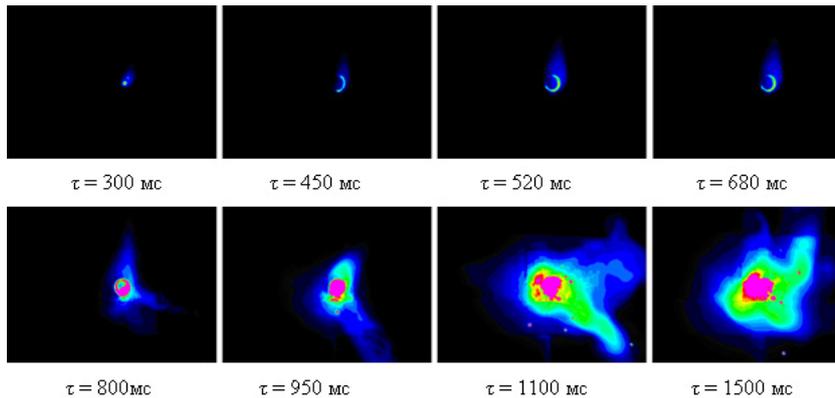


Рис. 2. Кадры видеосъемки процесса воспламенения и горения ВЭМ под воздействием излучения лазера, полученные с помощью радиометрической инфракрасной камеры Jade J530SB

Также проведены измерения температурного поля поверхности исследуемых составов в инфракрасной области спектра с помощью радиометрической инфракрасной камеры Jade J530SB. Максимальная частота кадров в полном разрешении (320x240 пикселей) составляет 170 Гц. Наличие фильтров позволяет измерять температуру в диапазоне от 15 до 1500 °С.

Видеосъемка процесса воспламенения при взаимодействии лазерного излучения с поверхностью образца ВЭМ и изучение с помощью тепловизора показали, что процессы термического разложения окислителя, горючevesвязующего и порошка алюминия вносят существенный вклад в тепловой баланс на поверхности горения. Степень этого вклада зависит от глубины превращения соответствующего компонента и, в свою очередь, от отношения скоростей реакций к скорости лидирующего процесса. Температура поверхности горения ВЭМ, давление окружающей среды, форма и размер частиц компонентов влияют на скорость лидирующего процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Архипов В.А., Коротких А.Г., Кузнецов В.Т., Раздобреев А.А.* Зажигание смесевых композиций, содержащих нанопорошок алюминия, лучистым потоком тепла // Изв. вузов. Физика. 2008. Т. 51, № 8/2. С. 7–13.
2. *Вилунов В.Н.* Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.
3. *De Luca L. T., Cozzi F., Manenti S., Olivani A.* Ballistic testing of clean solid rocket propellants // «Energetic Materials» Ignition, Combustion and Detonation 32nd International ICT Conference, Yule 03 – 06. Karlsruhe, Germanypp, 2001. P. 1–14.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО СОУДАРЕНИЯ ГОРЯЧИХ ЧАСТИЦ С ПОДЛОЖКОЙ МЕТОДОМ SPH*

А.В. Герасимов, Р.О. Черепанов

Введение. Метод размытых частиц – SPH – smoothed particle hydrodynamics – бессеточный метод решения дифференциальных уравнений механики сплошной среды.

В оригинальном методе SPH [1] ядерная аппроксимация произвольной функции в точке j может быть получена путем умножения этой функции на функцию размывания и интегрирования этого произведения по всему рассматриваемому объему:

$$f^i \cong \int f(\bar{x})W(\bar{x} - \bar{x}^i, h)d\bar{x}, \quad (1)$$

где h – параметр размывания, выбираемый достаточно произвольно; \bar{x} – пространственная координата.

Производная этой функции может быть найдена как

$$f_{,\alpha}^i = \frac{\partial f^i}{\partial x_\alpha} \cong \int f(\bar{x})W_{,\alpha}(\bar{x} - \bar{x}^i, h)d\bar{x}. \quad (2)$$

Соответствующая (2) узловая аппроксимация имеет вид

$$f_{,\alpha}^i = \frac{\partial f^i}{\partial x_\alpha} \cong \sum_k f^k W_{,\alpha}(\bar{x}^k - \bar{x}^i, h)\Delta v^k, \quad (3)$$

где $\bar{x}^k, f^k, \Delta v^k$ – радиус-вектор, значение аппроксимируемой функции и некоторый ассоциированный объем, соответствующие k -й точке.

К сожалению, формулы (1)–(3) теряют точность вблизи границ и при неоднородном распределении частиц. В случае моделирования гипервысокоскоростного соударения влиянием граничных условий можно пренебречь, но при моделировании процессов высокоскоростного соударения и теплопроводности пренебрегать граничными условиями нельзя и применение формул (1)–(3) в качестве основы для численных схем решения уравнений механики сплошных сред вызывает затруднения. В работе [2] был предложен способ повышения точности аппроксимационных формул (1)–(3), гарантирующий первый порядок аппроксимации. Эти идеи были развиты в [3, 4], и на их основе был предложен метод расчета движения упругопластической среды со свободными и контактными поверхностями скольжения. Это позволяет применить метод размытых частиц к моделированию высокоскоростного соударения разогретых частиц с подложкой, исследовать с его помощью влияние геометрических размеров частиц и их параметров на протекание процесса деформирования частиц и под-

* Работа выполнена при поддержке АВЦП РНП 2.1.2.2509, ФЦП (2010-1.2.2-111-017), РФФИ 10-08-00633а.

ложки и изучить особенности формирования тепловых полей в ходе этих процессов.

Основные аппроксимационные формулы согласно [4] имеют вид

$$\Delta(\bar{x}, \bar{y})_{\alpha} = \begin{cases} x_{\alpha} - y_{\alpha}; \alpha > -1; \\ 1; \alpha = -1 \end{cases} \quad (4)$$

$$f(\bar{x})_{,\alpha} = \begin{cases} \frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_{\alpha}}, \alpha \neq -1 \\ f(\bar{x}), \alpha = -1 \end{cases} \quad (5)$$

$${}^i F(f)_{\beta} = \sum_{j=1}^N {}^j f \cdot {}^{ij} W_{,\beta} \Delta^j v, \quad (6)$$

$${}^i T_{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^N \Delta({}^i \bar{x}, {}^j \bar{x})_{\alpha} {}^{ij} W_{,\beta} \Delta^j v, \quad (7)$$

$${}^i B_{\alpha\beta} = [{}^i T_{\alpha\beta}]^{-1}; \quad (8)$$

Тогда для аппроксимации произвольной функции можно записать выражение

$${}^i f_{,\alpha} = {}^i F_{\beta}(f) \cdot {}^i B_{\alpha\beta}; \alpha, \beta = -1..d-1. \quad (9)$$

Здесь $f(\bar{x})$ и $f(\bar{x})_{,\alpha=-1}$ – значение функции f , вычисленное в точке \mathbf{x} , и аппроксимация этой же функции в этой же точке.

На основе анализа связи между приращениями координат узловых точек и приращениями напряжений, деформаций и внутренней энергии в их окрестности в [4] получены формулы для вычисления ускорений узлов вида

$${}^m a_i = {}^m F_i / ({}^m V \cdot {}^m \rho), \quad (10)$$

$${}^m F_i = {}^m A \sum_N \left\{ {}^n \sigma_{ij} \Delta^n v {}^{mn} W_{,\beta} \left(\begin{array}{l} \delta_{iy} {}^n B_{j\beta} + \delta_{jy} {}^n B_{i\beta} \\ + \frac{\delta_{iy} \delta_{2i} \delta_{2j} {}^n B_{-1\beta}}{{}^m R_i} \end{array} \right) \right\}. \quad (11)$$

Формулы (10)–(11) позволяют использовать в методе размытых частиц при расчете условий на контактной границе алгоритм Джонсона [5]. Это дает возможность моделировать соударение нескольких частиц со сложными формами контактных границ.

Для уравнения теплопроводности

$$\dot{T} C_p \rho = w - \lambda (T_{,00} + T_{,11} + T_{,22}) \quad (12)$$

где C_p, ρ, λ, w – теплоемкость, плотность, коэффициент теплопроводности и мощность внутренних источников тепла соответственно. На основе вариационного принципа Био [6] предлагается следующая схема численного интегрирования:

$$\begin{aligned}
 {}^n\dot{T} &= \frac{{}^nT^{t+\Delta t} - {}^nT^t}{\Delta t} = \\
 &= \frac{1}{{}^n\nu \cdot {}^nC_\varepsilon} \left(\begin{aligned} &{}^nW^nV - \\ &-\sum_M \left\{ {}^m\lambda_{ij} \cdot {}^{mn}\Phi_i \cdot {}^m\nu \sum_K \left\{ {}^kT \cdot {}^{mk}\Phi_j \right\} \right\} + \\ &+ \left\{ {}^n n_i \cdot {}^n q_i - \alpha \cdot ({}^nT - {}^nT_m) \right\} \cdot \Delta^n S \end{aligned} \right), \quad (13)
 \end{aligned}$$

где ${}^n_S q_i$ – заданный вектор теплового потока на той части поверхности, где заданы граничные условия в потоках; T_m – температура окружающей среды на той части поверхности, где заданы граничные условия теплообмена.

На рис. 1 представлены результаты моделирования температурного поля при соударении сферической частицы (сталь 45, $R=500$ нм, 600 м/с), разогретой до 800 К, со стальной подложкой температурой 600 К. Моделирование подложки осуществляется методом Уилкинса, моделирование частицы – методом размытых частиц.

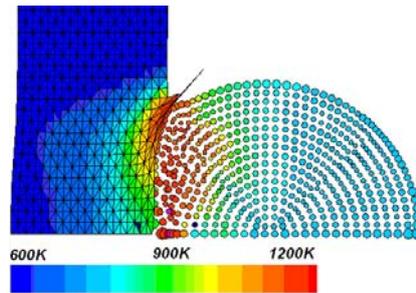


Рис. 1. Соударение сферической частицы ($R=0,5$ мкм) с подложкой ($t=0,42$ нс)

Формирование выплеска материала в виде характерного «уса» не позволяет продолжить расчеты из-за разрушения разностной сетки.

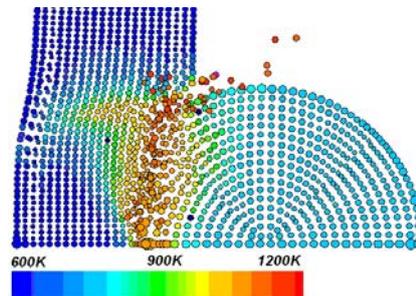


Рис. 2. Соударение сферической частицы ($R=0,5$ мкм) с подложкой ($t=0,82$ нс)

На рис. 2 представлены результаты моделирования этого же процесса методом размытых частиц. При этом также формируется ус, но из-за бессеточной природы метода это не мешает продолжению расчетов – частицы, формирующие ус, теряют связь с соседями и продолжают движение как свободные. При

этом в материале подложки формируются полосы повышенной температуры, обусловленные появлением пластических деформаций в зоне контакта. Увеличение размеров частицы до 5 мкм показывает формирование такого же уса, но разогрев материала частицы и подложки за счет деформаций возрастает примерно на 15–20 % (с 400 до 500 К).

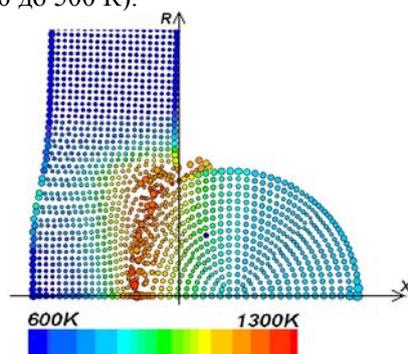


Рис. 3. Соударение сферической частицы ($R=5\text{мкм}$) с подложкой ($t=0,82\text{ нс}$)

ЛИТЕРАТУРА

1. Lucy. A numerical approach to the testing of fusion hypothesis // *Astronomical Journal* 1977. Vol. 82. P. 1013–1024.
2. Liu M.B., Liu G.R. Restoring particle consistency in smoothed particle hydrodynamics // *Applied Numerical Mathematics*. 2006. Vol. 56, Issue 1, January P. 19–36.
3. Герасимов А.В., Черепанов Р.О. Разработка алгоритма расчета условий на свободной и контактной границах при моделировании деформирования материалов методом SPH // *Изв. вузов. Физика*. 2009. № 7/2. С. 64–69.
4. Герасимов А.В., Черепанов Р.О. Разработка алгоритма расчета условий на свободной и контактной границах для моделирования деформирования материалов методом SPH // *Физическая мезомеханика*. 2010. Т. 13, № 2. С. 69–75.
5. Johnson G.R., Stryk R.A. Symmetric contact and sliding interface algorithm for intense impulsive loading computations. // *Comput. Methods Appl. Engrg.* 2001. Vol. 190. P. 4531–4549.
6. Био М. Вариационные принципы в теории теплообмена. М.: Энергия, 1975. 209 с.

**СРЫВ ГОРЕНИЯ КОНИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА СВС-СОСТАВА
ПРИ ВНЕШНЕМ ТЕПЛОТВОДЕ****А.Ю. Крайнов, Д.С. Шульц**

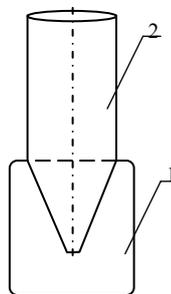
Проведено исследование распространения волны горения в коническом образце СВС-состава при наличии внешнего теплоотвода. Получена зависимость скорости горения от координаты при различных значениях числа Био, характеризующего внешний теплоотвод, и зависимость толщины недогоревшего слоя от числа Био при различных углах полураствора конуса.

**COMBUSTION EXTINCTION IN CONICAL SAMPLE OF SHS
COMPOSITION AT EXTERNAL HEAT EXCHANGE****A.Yu. Krainov, D.S. Shultz**

The combustion wave propagation in the conical sample of SHS composition at the condition of external heat transfer was investigated. The dependence of the combustion rate on a spatial coordinate at various Bio criteria and the dependence of unburnt layer thickness on Bio criteria at various cone opening were obtained.

Для анализа структуры волны горения СВС-составов проводятся экспериментальные исследования в следующей постановке: смесь порошков, способных к реакции в режиме самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС), запрессовывают в цилиндро-конической пресс-форме, и коническую часть закладывают в коническую проточку в медной массивной подложке (на рис. 1). После инициирования реакции СВС по образцу распространяется фронт горения, который затормаживается за счёт теплоотдачи в массивную медную подложку. После остывания образца проводят анализ структуры волны горения. В работе [1] приведено численное моделирование процесса срыва горения конического образца при теплоотводе в квазиодномерной постановке задачи. В данной работе проводится моделирование срыва горения в коническом образце в двумерной осесимметричной постановке.

Рис. 1. Схема эксперимента:
1 – медная подложка; 2 – СВС-образец



Моделирование горения конического СВС образца будем проводить на основе модели горения безгазовых систем [2, 3]. Математическая постановка задачи в размерных переменных и параметрах имеет вид

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] + Qk_0 b \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = -bk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right). \quad (2)$$

Начальные условия:

$$T(r, y, 0) = T_H, \quad b(r, y, 0) = b_H. \quad (3)$$

Граничные условия:

$$T(r, 0, t) = T_a, \quad t < t_f, \quad \frac{\partial T(r, 0, t)}{\partial y} = 0, \quad t \geq t_f, \quad \lambda \frac{\partial T(r, L, t)}{\partial y} = -\alpha(T - T_H),$$

$$\frac{\partial T(0, y, t)}{\partial r} = 0, \quad \lambda \frac{\partial T(R_K(y), y, t)}{\partial n} = -\alpha(T(R_K(y), y, t) - T_H) \quad (4)$$

В математической постановке (1)-(4) приняты обозначения: c – удельная теплоемкость, ρ – плотность, T – температура, t – время, λ – коэффициент теплопроводности, r , y – радиальная и осевая координаты цилиндрической системы координат, b – концентрация реагента, $R_K(y)$ – внешний радиус конической части образца, L – высота конической части образца, E , Q , k_0 – энергия активации, тепловой эффект реакции, предэкспоненциальный множитель, T_a – адиабатическая температура горения, R – универсальная газовая постоянная, t_f – момент времени, когда граничное условие первого рода переключается на граничное условие, соответствующее адиабатической границе; α – коэффициент теплоотдачи, n – направление нормали к боковой поверхности конической части образца. Индекс H – начальные условия.

В безразмерных переменных математическая задача (1) – (4) принимает вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} + a \exp\left(\frac{\theta}{1 + Ar\theta}\right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = -Td a \exp\left(\frac{\theta}{1 + Ar\theta}\right). \quad (6)$$

Начальные условия:

$$\theta(\bar{r}, \bar{y}, 0) = -\frac{1}{Td}, \quad a(\bar{r}, \bar{y}, 0) = 1. \quad (7)$$

Граничные условия:

$$\theta(\bar{r}, 0, \tau) = 0, \quad \tau < \tau_f, \quad \frac{\partial \theta(\bar{r}, 0, \tau)}{\partial \bar{y}} = 0, \quad \tau \geq \tau_f, \quad \frac{\partial \theta(\bar{r}, \bar{L}, \tau)}{\partial \bar{y}} = -Bi(\theta(\bar{r}, \bar{L}, \tau) + 1/Td),$$

$$\frac{\partial \theta(0, \bar{y}, \tau)}{\partial \bar{r}} = 0, \quad \frac{\partial \theta(R_K(\bar{y}), \bar{y}, \tau)}{\partial n} = -Bi(\theta(R_K(\bar{y}), \bar{y}, \tau) + 1/Td). \quad (8)$$

При приведении задачи (1)–(4) к безразмерному виду были использованы традиционные для теории горения безразмерные переменные и параметры [4]:

$$\tau = t/t_*, \quad \bar{r} = r/x_*, \quad \bar{y} = y/x_*, \quad \theta = \frac{E}{RT_a^2}(T - T_a), \quad a = b/b_H,$$

$$t_* = \frac{c\rho RT_a^2}{a_0 k_0 E} \exp\left(\frac{E}{RT_a}\right), \quad x_* = \sqrt{\frac{\lambda}{c\rho}} t_*, \quad Ar = \frac{RT_a}{E}, \quad Td = \frac{RT_a^2}{E} \frac{c\rho}{a_0 Q}, \quad Bi = \frac{\alpha x_*}{\lambda}, \text{ где}$$

безразмерные переменные τ – время; \bar{r} , \bar{y} – радиальная и осевая координаты; θ – температура; a – концентрация реагента; безразмерные параметры Ar , Td , Bi – числа Аррениуса, Тодеса и Био. Величины со звёздочкой – масштабные величины.

Для решения задачи (5)–(8) в конической области было проведено преобразование координат: $\xi = \bar{y}$, $\eta = \frac{\bar{r}}{z(\bar{y})}$, $z(\bar{y}) = A\bar{y} + B$, $A = \left(\frac{R_K(\bar{L})}{R_K(0)} - 1\right) \cdot \frac{1}{\bar{L}}$,

$B = 1$, где $R_K(0)$ и $R_K(\bar{L})$ – радиусы большего и меньшего оснований усеченного конуса соответственно, \bar{L} – высота усеченного конуса.

Система уравнений (5)–(8), записанная в новых координатах (ξ, η) , решалась численно с использованием явной разностной схемы. Решение проводилось при значениях параметров $Ar = 0.05$ и $Td = 0.14$, выбранных из области устойчивого горения безгазовых систем [2]. Величина числа Bi варьировалась в интервале $0 \leq Bi \leq \infty$. При $Bi = 0$ внешние границы конуса являются теплоизолированными, при $Bi = \infty$ внешние границы конуса поддерживаются при начальной температуре. Высота усеченного конуса принята равной $\bar{L} = 400$, радиус меньшего основания усеченного конуса $R_K(\bar{L}) = 20$, радиус большего основания усеченного конуса варьировался в интервале $150 \leq R_K(0) \leq 400$. При зажигании СВС состава распространение фронта горения происходит в сторону уменьшения радиуса конуса. Результаты численных расчётов представлены на рис. 2–4.

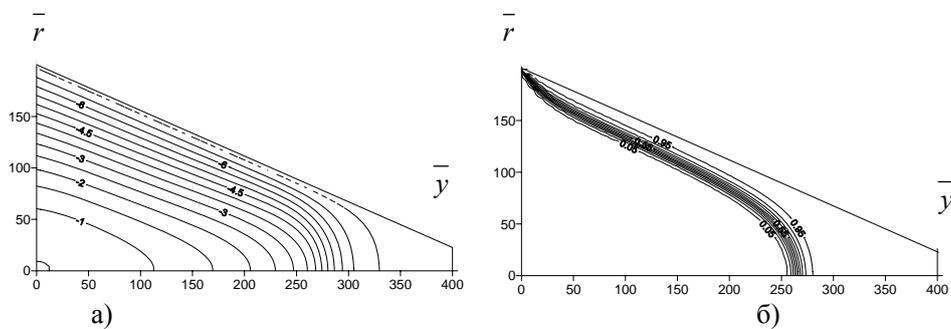


Рис. 2. Поля температуры (а) и концентрации (б) к моменту времени срыва горения

На рис. 2 представлены поле температуры и концентрации после срыва горения, когда скорость распространения фронта горения уменьшилась в 15 раз по сравнению с первоначальной.

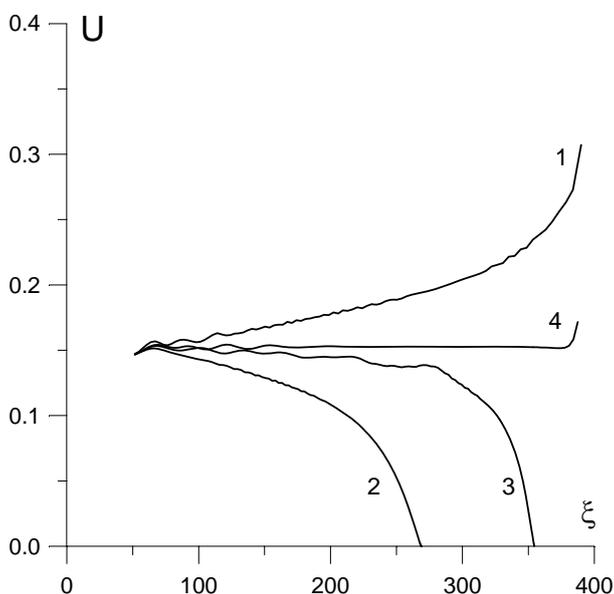


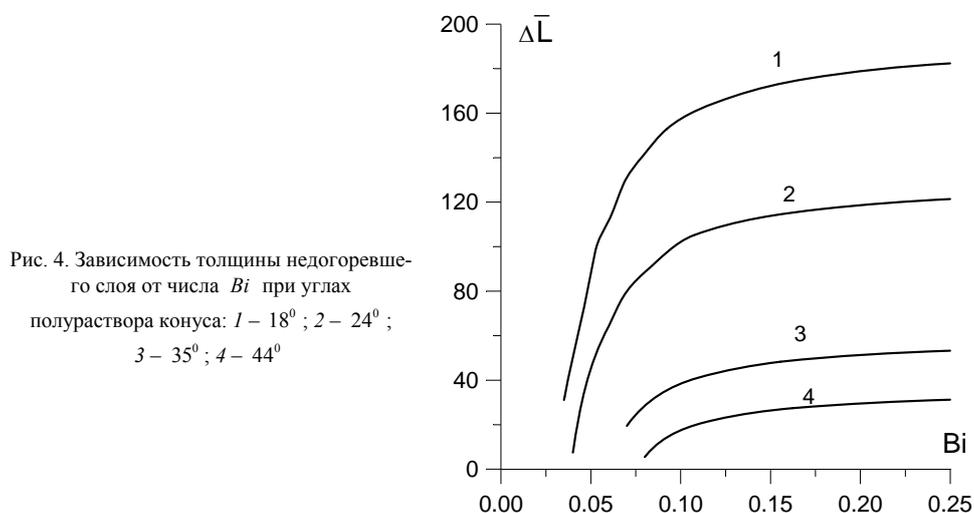
Рис. 3. Зависимость скорости пламени от координаты при значениях числа

Bi : 1 – $Bi = 0$; 2 – $Bi = \infty$;
3 – $Bi = 0.05$; 4 – $Bi = 0.035$.
 $R(0) = 200$, $R(L) = 20$

Проводилось исследование зависимости скорости горения СВС состава от координаты ξ при различных значениях числа Bi . Полученные зависимости представлены на рисунке 3. Скорость фронта горения определялась как скорость перемещения концентрации реагента $a = 0.5$ вдоль оси \bar{y} на расстоянии от оси симметрии $\bar{r} = 5$. Из рисунка видно, что при $Bi = 0$ скорость фронта горения увеличивается с пройденным расстоянием вдоль конуса (кривая 1 на рис. 3). При $Bi = \infty$ происходит срыв горения (кривая 2 на рис. 3) на расстоянии $\Delta \bar{L} = 135$ от правой границы конуса. При $Bi = 0.05$ также происходит погасание горения (кривая 3 на рис. 3), при этом фронт останавливается на более близком расстоянии к правой границе конуса. В результате проведения вычислительных экспериментов было получено предельное значение числа Bi равное 0.035, при котором срыва горения в коническом образце не происходит (кривая 4 на рис. 3).

Величина недогоревшей части образца зависит не только от величины числа Bi , но и от величины угла раствора конуса. Было проведено исследование зависимости толщины недогоревшего слоя СВС-образца от числа Bi при различных углах между образующей конуса и его высотой. Результаты расчётов представлены на рис. 4.

Из рис. 4 видно, что с уменьшением числа Bi расстояние до меньшего основания усеченного конуса, на котором фронт горения останавливается, уменьшается. При малых значениях числа Bi образец догорает весь. С уменьшением угла раствора конуса толщина недогоревшего слоя вещества при одинаковых значениях числа Bi увеличивается.



В работе проведено численное моделирование распространения волны горения в коническом образце при наличии теплоотвода на внешних границах. Получены зависимости скорости горения от координаты при различных значениях числа Био и зависимость толщины недогоревшего слоя от числа Био при различных углах полураствора конуса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Stepanov B.V. and Rogachev A.S.* Quenching of solid-phase combustion front of a symmetric sample by supercritical heat loss. – International Journal of Self-Propagating High-Temperature Synthesis Vol. 1, № 3, 1992. P. 409–416.
2. *Мержанов А.Г.* Твердопламенное горение. Черноголовка: ИСМАН, 2000. 224 с.
3. *Крайнов А.Ю.* Влияние теплофизических характеристик инертной преграды и теплопотерь на распространение волны горения // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23. № 6. с. 16–19.
4. *Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М.* Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 478 с.

ПРИБОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ РЕАКТИВНОЙ СИЛЫ ПРОДУКТОВ ГОРЕНИЯ

А.С. Мамаев, А.Б. Кискин

Проведен теоретический анализ и экспериментально опробована возможность использования дифференциальной схемы в измерительном блоке датчика малых сил для устранения влияния изменения диэлектрических характеристик среды при проведении экспериментов по горению в закрытом объёме.

THE UNIT FOR MEASURING THE COMBUSTION PRODUCTS RECOIL FORCE

A.S. Mamaev, A.B. Kiskin

Theoretical analysis is carried out and possibility is experimentally tested of using a differential scheme in the electronic block of the gauge for measuring small forces in order to diminish the effect of the environment dielectric parameters variations upon conducting combustion experiments in a closed volume.

Реактивная сила продуктов горения является мерой нестационарной скорости горения конденсированных систем, знание которой имеет большое значение для оценки устойчивости процесса горения и предсказания откликов скорости горения на внешние воздействия.

Для регистрации реактивной силы используется модифицированный датчик малых сил (МДМС) совместно с электронным измерительным блоком, в основе которого лежит мостовая схема измерения. Это решение позволяет исключить неконтролируемую зависимость выходного сигнала МДМС от диэлектрических параметров среды.

МДМС состоит из двух конденсаторов. Основной конденсатор преобразует реактивную силу продуктов горения в изменение емкости, в то время как опорный конденсатор служит для компенсации влияния диэлектрических характеристик среды с помощью измерительного моста.

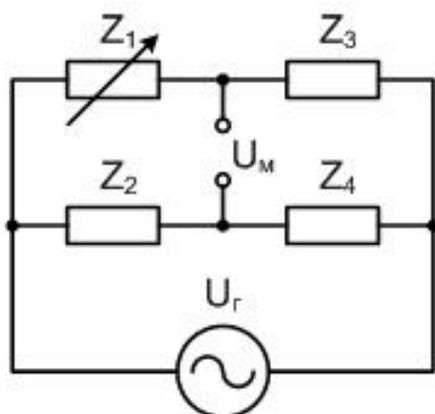


Рис. 1. Принципиальная схема моста Уитстона

На рис. 1 представлена принципиальная схема для измерения отношений, мост Уитстона. Z_1, Z_3 – реактивные сопротивления переменного и постоянного конденсаторов C_1, C_3 соответственно; Z_2, Z_4 – реактивные сопротивления основного и опорного конденсаторов МДМС, соответственно; U_T – напряжение генератора синусоидального сигнала; U_M – выходное напряжение моста, пропорциональное реактивной силе.

Так как основной и опорный конденсатор МДМС не являются идентичными, то для балансировки моста применяется переменный конденсатор C_1 , значение которого определяется выражением:

$$C_1 = \frac{C_3}{C_4} C_2. \quad (1)$$

В сбалансированной схеме выходное напряжение моста U_M равно нулю. Под действием реактивной силы изменяется емкость основного конденсатора МДМС, происходит разбалансировка моста и на выходе появляется напряжение U_M , пропорциональное реактивной силе. Впоследствии это напряжение выпрямляется, фильтруется от шумовых составляющих с частотой выше 1 кГц и усиливается с учетом диапазона входного сигнала внешнего АЦП. Дальнейшая обработка оцифрованного информационного сигнала осуществляется на персональном компьютере с использованием соответствующего программного обеспечения.

Для того чтобы понять, как происходит компенсация влияния диэлектрических характеристик среды, запишем уравнение для чувствительности:

$$\delta U_M = \left[\frac{C_2 \delta C_4 - C_4 \delta C_2}{(C_2 + C_4)^2} \right] U_2. \quad (2)$$

Выразим емкость основного и опорного конденсаторов МДМС через параметр среды ε :

$$C_2 = \varepsilon k_2; C_4 = \varepsilon k_4. \quad (3)$$

Продифференцировав уравнения (3) по ε получим:

$$\delta C_2 = k_2 \delta \varepsilon; \delta C_4 = k_4 \delta \varepsilon. \quad (4)$$

Подставляя выражения (4), (3) в (2), убеждаемся в том, что изменения диэлектрических характеристик среды не влияют на полезный сигнал, так как выражение в скобках формулы (2) равно нулю.

Предложенное схемное решение было реализовано в виде модифицированного электронного измерительного блока на макете прибора МДМС. На основе экспериментов по определению разрешающей способности с использованием калиброванных грузов получена зависимость выходного напряжения измерительной системы от веса образца (рис. 2).

При уровне шумов 5 мВ и чувствительности 1.125 В/г разрешающая способность составляет 4.4 мг.

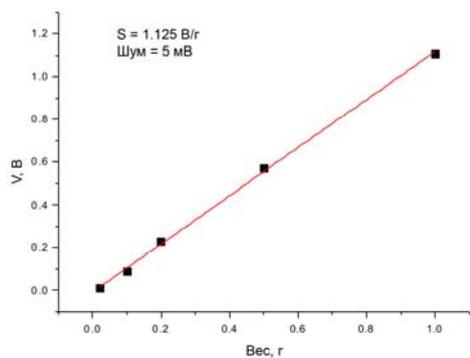


Рис. 2. Зависимость выходного напряжения измерительной системы от веса образца

Рассмотренная схема реализации датчика малых сил позволяет решить основную проблему, связанную с влиянием диэлектрических характеристик среды, за счёт изменения давления и химического состава газовой среды во время проведения эксперимента в закрытом объёме. В настоящее время ведётся работа по повышению чувствительности измерительной системы.

СЕКЦИЯ III
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ,
АЛГОРИТМЫ,
ПРОГРАММЫ И ТОЧНЫЕ
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МСС

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕНТИЛЯЦИИ
ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ****А.В. Астанин, Е.К. Харик**

Рассматривается течение, возникающее при вентиляции горной выработки угольной шахты. Проводится сравнение характера вытеснения метана из отработанного пространства с обрушенными породами и без них.

**MATHEMATICAL MODELING OF MINE WORKING
VENTILATION****A.V. Astanin, E.K. Kharik**

The present research concentrated on the flow, which appears during mine working ventilation. Research studies comparison of the methane extrusion from worked-out area with and without loose rocks.

Каменный уголь остается одним из основных энергоресурсов России, однако угледобыча считается опасным технологичным процессом. Среди способов его добычи наиболее распространенным является угольная шахта. В процессе добычи угля происходит образование выработанных пространств, заполненных обрушенными породами и являющихся основным источником взрывоопасного метана. Для предотвращения взрывов метановоздушных и пылеуглеметановоздушных смесей на шахтах используется сложная система вентиляции, в результате чего метан выбрасывается в атмосферу, хотя его можно эффективно использовать для получения энергии и тепла. Также это будет способствовать улучшению экологической ситуации, так как метан является парниковым газом. Для проведения оценки экономической эффективности таких мероприятий необходимо проанализировать возможные объемы и методы извлечения метана из выработанного пространства.

Введем величину пористости ε , как отношение свободного объема, занимаемого газом, к объему, занимаемому двухфазной средой. Для непрерывно изменяющейся величины свободного проходного сечения для потока газа U вычисляется по формуле $\sigma = \varepsilon S$, где S – площадь суммарного сечения газа и частиц среды.

Обозначив через ρ массу газа в единице свободного объема, а через \mathbf{u} – вектор истинной скорости газовой среды, запишем интегральные законы сохранения массы, импульса, энергии с учетом массовых сил, применяемые в теории фильтрации газов и жидкостей [1, 2]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \varepsilon d\Omega = \rho \varepsilon (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \varepsilon u d\Omega = - \int_S \rho \varepsilon u (u \cdot n) dS + \int_S p \operatorname{grad} \varepsilon dS + \int_{\Omega} F_c d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon \rho g d\Omega,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \varepsilon (e + 0,5|u|^2) d\Omega + \int_S \rho \varepsilon (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) \left(e + \frac{p}{\rho} + 0,5|u|^2 \right) dS = - \int_{\Omega} \varepsilon \rho g u d\Omega.$$

Уравнение сохранения массы метана запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho_m \varepsilon d\Omega + \int_S \rho_m \varepsilon (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS = 0,$$

где ρ_m – плотность метана.

Поставленная задача решалась численно в трехмерной постановке методом Годунова [3] в декартовой системе координат.

На рис. 1 приведена расчетная область задачи. Она имеет п-образную форму в горизонтальном сечении. Обрушенное пространство (обозначено светло-серым цветом) имеет форму усеченной пирамиды, в основании которой лежит прямоугольник. Сила сопротивления породы (F_c) учитывалась по формуле Эргуна [4].

В начальный момент времени метан ($C_m=1$) задавался в области НК (рис. 2). Внутри области задавалось атмосферное давление на глубине залегания горной выработки. В начальный момент времени оба газа считались неподвижными. На границах I, III, IV, V, VII, VIII, а также на верхней и нижней границах задавались условия непротекания ($(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) = 0$, где \mathbf{n} – внешняя нормаль к границе). На границе VI задавалось давление, равное давлению в горной выработке, пористость – равной 1 (отсутствие обрушенных пород), для остальных параметров газа ставились мягкие граничные условия. На границе II задавалось повышенное давление (на 6.5 кПа выше, чем в горной выработке), скорость и плотность находились из распада разрыва, для остальных параметров газа ставились мягкие граничные условия.

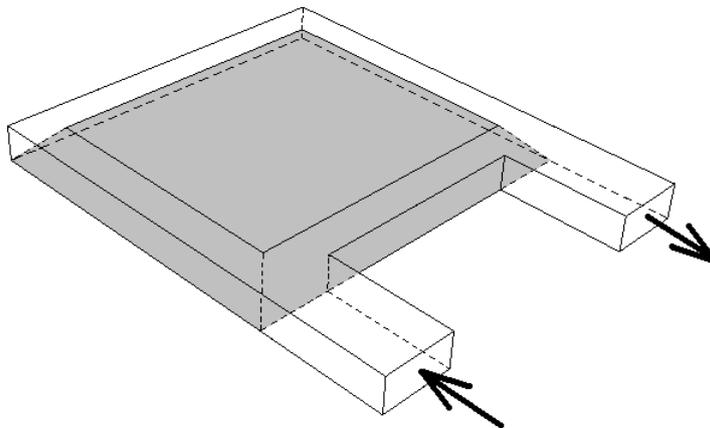


Рис. 1. Расчетная область

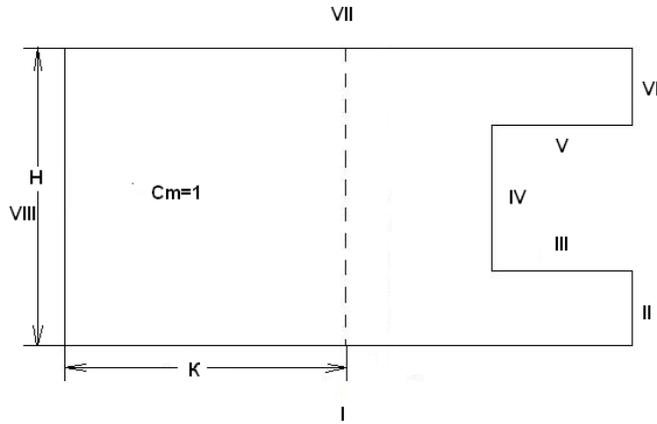


Рис. 2. Расчетная область (вид сверху)

Было проведено сравнение особенностей вытеснения метана из горной выработки в зависимости от наличия обрушенных пород. Ниже представлено распределение метана в среднем горизонтальном сечении горной выработки с наличием (рис. 3, *а*) и отсутствием обрушенных пород (рис. 3, *б*) после вытеснения 80% его массовой доли. Из рисунков видно, что вытеснение метана из горной выработки с обрушенными породами осуществляется медленнее, чем без них, что связано с наличием силы сопротивления породы. В горной выработке с породами концентрация метана падает по всей области равномерно, в то время как без них метан выдувается из центра.

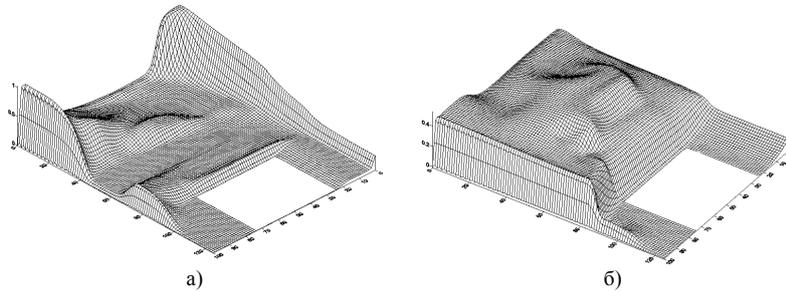


Рис. 3. Распределение метана в области после вытеснения 80% его массовой доли

На рис. 4, *а* и *б* показано распределение скоростей в горной выработке без обрушенных пород и с их наличием соответственно. На рис. 4, *б* в центре расчетной области в месте расположения завала возникает сложное вихревое движение.

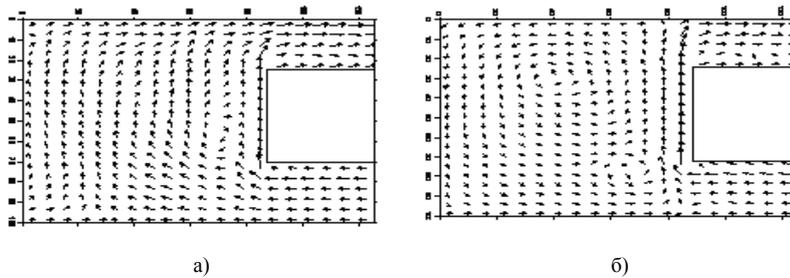


Рис. 4. Распределение скоростей

На рис. 5 и 6 показана зависимость концентрации метана от времени в вентиляционном канале горной выработки без обрушенных пород и с их наличием соответственно. На оси абсцисс обозначено время в секундах, на оси ординат – концентрация газа в смеси, исходящей из вентиляционного канала. При выходе метана из горной выработки наблюдается сначала пик его концентрации в вентиляционном канале. В области с обрушенными породами он выше, чем в области без них.

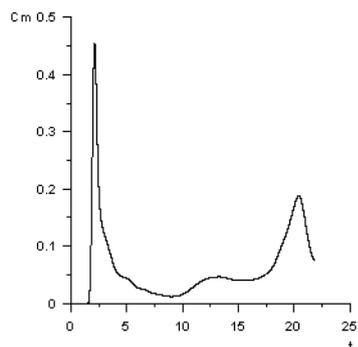


Рис. 5. Расход метана в вентиляционном канале горной выработки без обрушенных пород

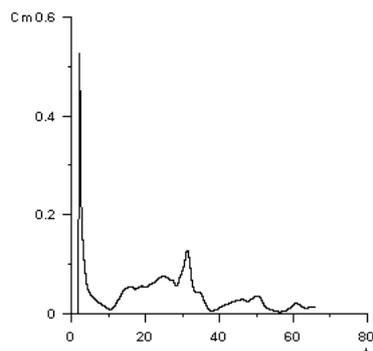


Рис. 6. Расход метана в вентиляционном канале горной выработки с обрушенными породами

В представленной работе была решена задача о вентиляции выработанного пространства в трехмерной постановке, а также выяснено влияние обрушенных пород на течение газа при вентиляции. Показано, что наличие обрушенных пород значительно замедляет метаноотведение из выработанного пространства, при этом концентрация метана падает во всей области равномерно, в то время как в горной выработке без завала метан выдувается в первую очередь из ее центра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М., 1978. 336 с.
2. Харик Е.К., Астанин А.В. Математическое моделирование извлечения метана из горной выработки угольной шахты // Физика и химия высокоэнергетических систем: Сб. материалов V Всерос. конф. молодых ученых. Томск, 2009. С. 390–394.
3. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов Я.М. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., 1976. 400 с.
4. Справочник по теплообменникам. М., 1987. Т. 1. С. 152–154.

ТРЕХМЕРНАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАЖИГАНИЯ ХВОЙНОГО ДЕРЕВА НАЗЕМНЫМ ГРОЗОВЫМ РАЗРЯДОМ

Н.В. Барановский

Представлены результаты численной реализации пространственной постановки задачи о зажигании хвойного дерева электрическим током наземного грозового разряда. Задача решена в трехмерной постановке в цилиндрической системе координат. Выявлены условия зажигания хвойного дерева в типичном диапазоне изменения параметров воздействия разряда.

THREE-DIMENSIONAL PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF CONIFEROUS TREE IGNITION BY GROUND LIGHTNING DISCHARGE

N.V. Baranovskiy

Spatial setting-up of coniferous tree ignition by electric current of ground lightning discharge realization results are submitted. The problem is solved in three-dimensional statement in cylindrical system of coordinates. Coniferous tree ignition conditions in typical range of influence discharge parameters change are revealed.

Дальнейшее развитие зарубежных и отечественных методов прогноза лесной пожарной опасности в бореальной зоне возможно посредством совершенствования физико-математических моделей зажигания хвойных деревьев в грозоопасной обстановке. Такие модели реализованы в одномерных, двумерных постановках. Воспламенение древесины ствола возможно только при определенных значениях параметров наземного грозового разряда (полярность, пиковый ток удара и напряжение, а также продолжительность действия) [1]. Важным фактором пожароопасности деревьев является их сложное пространственное строение, в частности наличие ветвей и структурная неоднородность коры. В реальных зажиганиях древесина разогревается и пиролизуется с выделением газообразных продуктов, воспламенение которых и происходит при определенных условиях. Необходимо определить время задержки зажигания хвойного дерева при прохождении по его стволу электрического тока наземного грозового разряда и выявить пространственные эффекты рассматриваемого процесса. По этой причине целесообразным является моделирование процесса зажигания древесины ствола хвойного дерева под действием грозового разряда в трехмерной постановке.

В соответствии с [2, 3] электрический ток наземного грозового разряда проходит в подкорковой зоне ствола хвойного дерева, не проникая внутрь. Основные допущения и предположения: 1) реактивная древесина образуется в нижней части ветвей [2]; 2) используется приближение «идеальной» трещины в коре; 3) при расчетах рассматривается только часть ветви, вырастающая из ствола. Остальное продолжение не рассматривается, так как ранее установлено, что за время воздействия электрического тока наружная часть ветви не успевает разогреться; 4) основным продуктом пиролиза является монооксид углерода;

5) ведущей химической реакцией является реакция окисления монооксида углерода до диоксида углерода; 6) дерево рассматривается как проводник типа резистора, для которого справедливы законы Ома и Джоуля–Ленца [3].

Для описания моделируемого процесса принята следующая физическая модель. Рассматривается отдельно стоящее дерево хвойной породы. В фиксированный момент времени в ствол дерева ударяет грозовой разряд определенной полярности и продолжительности действия. Считается, что вольт-амперные характеристики разряда одинаковы для различных сечений ствола дерева. В результате протекания электрического тока в подкорковой зоне древесины разогревается за счет выделения джоулева тепла. В процессе дальнейшего нагрева происходит термическое разложение древесины с образованием газообразных продуктов пиролиза. Продукты пиролиза мгновенно поступают в область газовой фазы и смешиваются с окислителем. При определенных температуре и концентрациях реагентов происходит химическая реакция окисления монооксида углерода. Считается, что зажигание происходит, если достигаются критические значения следующих параметров: 1) тепловой поток из зоны химической реакции превосходит тепловой поток из подкорковой зоны дерева; 2) температура газовой смеси. Влиянием влажности древесины на процесс зажигания пренебрегается. Область решения представлена на рис. 1, а, а границы подобластей обозначены на рис. 1, б. Процесс зажигания хвойного дерева наземным грозовым разрядом описывается системой трехмерных нестационарных нелинейных уравнений теплопроводности и диффузии. Для численной реализации использован локально-одномерный конечно-разностный метод [4]. Разностные аналоги одномерных уравнений теплопроводности решены методом прогонки в сочетании с методом простой итерации [4].

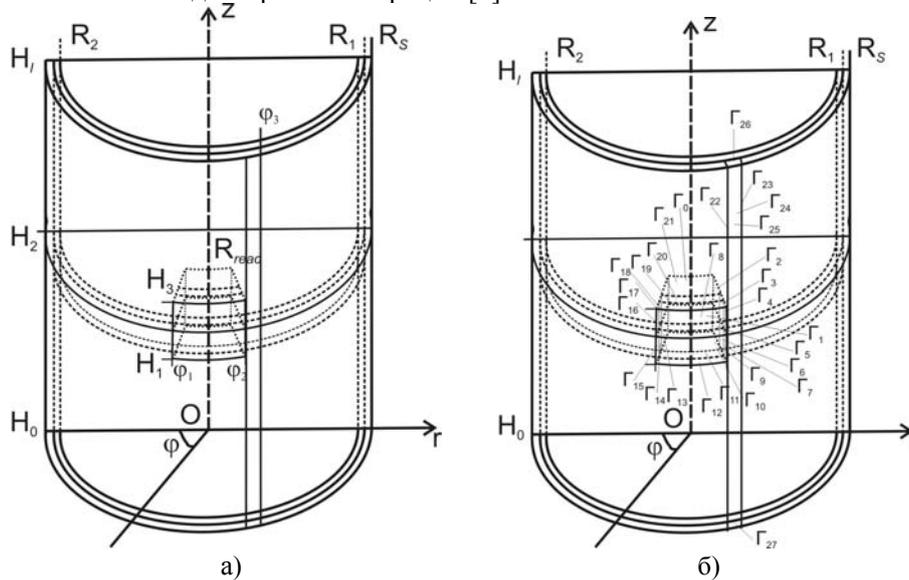


Рис. 1. Область решения (а) и границы подобластей (б)

Численное моделирование в трехмерной постановке показывает, что увеличение размерности задачи не позволяет выявить новые закономерности. Основные результаты совпадают с расчетами, полученными по совокупности двумерных задач: а) с учетом локализации реактивной древесины; б) с учетом

химических реакций в газовой фазе и одномерной постановки, учитывающей влияние М-компонентов наземного грозового разряда. Таким образом, трехмерная постановка является обобщением задачи о зажигании хвойного дерева. На рис. 2 представлено радиальное распределение температуры в различных сечениях.

Основные результаты соответствуют полученным по упрощенным постановкам закономерностям: 1. В зоне реактивной древесины формируется поле пониженной температуры. Кроме того, поступление продуктов пиролиза из этой зоны осуществляется в меньшем количестве. Таким образом, наличие реактивной древесины должно снижать вероятность возникновения лесного пожара. 2. Разогрев древесины происходит в узкой подкорковой зоне. Это объясняет меньшее повреждение сосен по сравнению с лиственными деревьями, которые иногда разрывает изнутри. 3. Воспламенение хвойного дерева происходит в газовой фазе в области трещины. Именно здесь создаются условия для зажигания. Температура достигает некоторого значения, при котором в определенных концентрациях компоненты начинают реагировать. 4. Наличие коркового барьера в трещине толщиной даже в 1.5 мм снижает температуру в газовой фазе, и воспламенения может не произойти. 5. Сколько-нибудь заметное разложение древесины и переход горючих компонент в газовую фазу происходят при временах воздействия рассматриваемого наземного грозового разряда более 0.3 с. То есть кратковременный разряд с указанными вольт-амперными характеристиками не приведет к зажиганию древесины ствола дерева, по крайней мере по двум причинам. Во-первых, недостаточная концентрация горючих компонент в газовой смеси. Во-вторых, недостаточный прогрев самой смеси газов. 6. Различия в толщине трещины в реальных условиях не оказывают существенного влияния на время задержки зажигания хвойного дерева. 7. Значения времени задержки зажигания незначительно больше, чем в результате реализации двумерной постановки в приближении «идеальной» трещины. Это объясняется близостью трещины к ветви (именно такой вариант рассматривался в расчетах). Значения времени задержки зажигания в зависимости от вольт-амперных характеристик представлены в табл. 1 и 2. 8. Наличие М-компонентов наземного грозового разряда практически не оказывает влияния на процесс разогрева древесины и зажигания хвойного дерева.

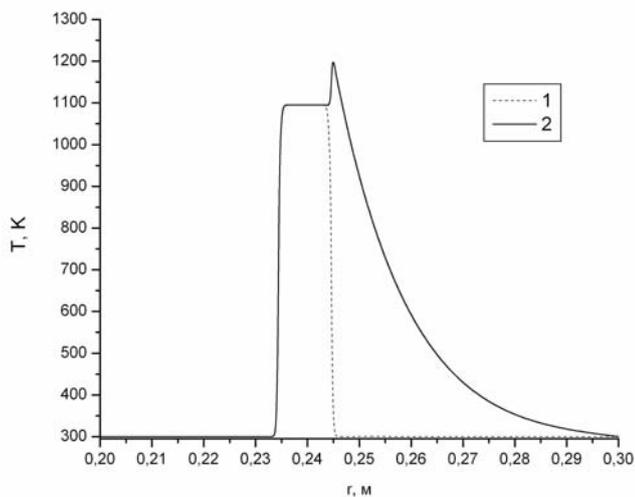


Рис. 2. Радиальное распределение температуры в момент зажигания: 1 – сечение вне трещины в коре; 2 – сечение, проходящее через трещину в коре

Таблица 1

Время задержки зажигания дерева в зависимости от напряжения разряда при силе тока $J=23,5$ кА

Напряжение U , кВ	Время задержки зажигания t^* , с
1–85	Зажигания не происходит
90	0,516
95	0,486
100	0,463
105	0,441
110	0,423

Таблица 2

Время задержки зажигания ствола дерева в зависимости от силы тока при напряжении $U=100$ кВ

Сила тока J , кА	Время задержки зажигания t^* , с
1–20	Зажигания не происходит
23,5	0,463
30	0,366
35	0,317

Для практических целей следует провести исследование по времени численного расчета на вычислительной технике. Сравнению подвергались два варианта программных реализаций: а) полная трехмерная постановка; б) совокупность двумерных и одномерной постановок. Сравнение показало, что расчет по двумерным постановкам выполняется быстрее. Результаты получены посредством совокупного анализа 10 вариантов расчета. Варьировались сеточные параметры по пространству, вольт-амперные характеристики разряда. Шаг по времени 1 мс. Такое разрешение по временной координате оправдано техническими характеристиками систем регистрации наземных грозových разрядов [5]. Поскольку на практике в качестве вычислителя может использоваться различная техника, результаты приведены в относительном виде. За единицу взято время выполнения трехмерного алгоритма. Относительное время расчета по двумерной постановке, учитывающей локализацию реактивной древесины, равняется 0.04. Машинное время для численной реализации двумерной постановки в приближении «идеальной» трещины составило 0.035 относительного времени. Расчеты проводились на персональном компьютере Pentium-4 с технологией многопоточности и оперативной памятью 1 Гб. Расчеты по трехмерной постановке проводились с пониженным пространственным разрешением (иначе было недостаточно объема оперативной памяти). Представлена обобщенная постановка задачи о зажигании хвойного дерева наземным грозovým разрядом.

В результате вычислительных экспериментов установлено, что повышение размерности задачи не позволяет выявить новые физические эффекты по сравнению с серией двумерных и одномерных постановок. Однако эта постановка обобщает разработанные ранее постановки и позволяет рассматривать весь спектр факторов пожарной опасности в совокупности. Полученные результаты показывают перспективность разработки модуля прогноза пожаров от гроз для системы мониторинга лесопожарных ситуаций. Разработка таких систем позволит снизить негативные последствия лесных пожаров [6].

На практике следует ориентироваться на применение многопроцессорных вычислительных систем и распараллеливание вычислительных операций.

Именно использование параллельных вычислительных систем позволит получать прогнозную информацию в режиме, опережающем реальное время развития катастрофы. Персональные компьютеры настоящего поколения не пригодны для выполнения пожарного мониторинга с использованием трехмерной постановки на крупных лесопокрытых территориях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Soriano L.R., De Pablo F., Tomas C.* Ten-year study of cloud-to-ground lightning activity in the Iberian Peninsula // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2005. Vol. 67, № 16. P. 1632 – 1639.
2. *Эзу К.* Анатомия семенных растений. М.: Мир, 1980. Кн. 1. 218 с.
3. *Яворский Б.М., Селезнев Ю.А.* Справочное руководство по физике для поступающих в вузы и самообразования. М.: Наука, 1984. 383 с.
4. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Аддитивные схемы для задач математической физики. М.: Наука, 2001. 320 с.
5. *Cummins K.L., Murphy M.J., Bardo E.A.* et al. A combined TOA/MDF technology upgrade of the U.S. national lightning detection network // *Journal of Geophysical Research*. 1998. Vol. 103. P. 9035 – 9044.
6. *Кузнецов Г.В., Барановский Н.В.* Прогноз возникновения лесных пожаров и их экологических последствий. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009. 301 с.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОТРЫВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НА НАЧАЛЬНУЮ СТАДИЮ ВСПЛЫТИЯ ПОДЪЕМНОГО УСТРОЙСТВА С ГРУЗОМ

С.А. Басалаев, В.Д. Барсуков, С.В. Голдаев

Проанализировано влияние отрывного сопротивления на всплытие подъемного устройства с грузом.

ANALYSIS OF INFLUENCE OF RESISTANCE TO SEPARATED INITIAL STAGE FLOATING HOISTING DEVICE WITH THE GOODS

S.A. Basalaev, V.D. Barsukov, S.V. Goldaev

Analyze the effect of separation on the ascent of resistance of the lifting device with a load.

Для совершенствования доставки на поверхность воды затонувших на большой глубине малогабаритных объектов предложено подъемное устройство (ПУ) [1], содержащее перфорированный кожух 1 с днищем и горловиной, в котором расположен открытый газогенератор 2, эластичная оболочка 3, закрепленная краями по горловине (рис. 1).

Математическая модель функционирования ПУ, учитывающая наполнение эластичной оболочки охлажденными продуктами сгорания и дальнейшее всплытие устройства с грузом, рассмотрена в работе [2].

В реальной ситуации груз может быть занесен илом или галькой. Поэтому для его отрыва необходимо приложить дополнительную силу, называемую отрывным сопротивлением [3].

Природа этого эффекта различна для песчаных, глинистых, илистых грунтов.

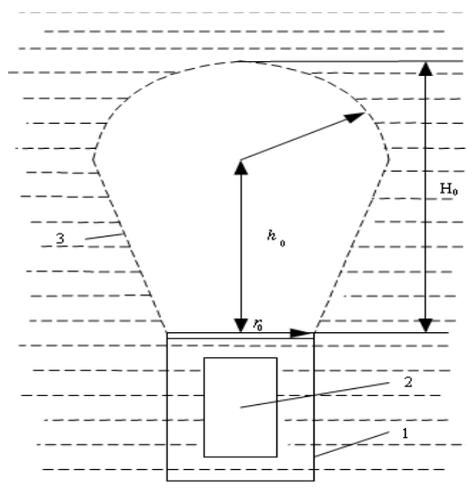


Рис. 1. Схематичное изображение подъемного устройства

В песчаном грунте полное отрывное сопротивление определяется как сумма фильтрационного (R_f), обусловленного тем, что давление грунтовых вод под ним становится меньше гидростатического за счет потери напора при фильтрации воды в зазор, образующийся между грунтовой постелью и объектом; трения объекта о грунт ($R_{тр}$); зарывшихся в грунт выступающих частей объекта (R_z).

Наиболее значительной обычно является составляющая R_f . Как отмечено в работе [3], величина R_f зависит от свойств грунта, уровня заглубления в него объекта, размеров и формы вошедшей в грунт или прилегающей к грунту части объекта, а также от скорости движения объекта в грунте (от превышения подъемных сил над силой веса объекта). Результаты исследования подтвердили известные из практики положения об уменьшении фильтрационного сопротивления при медленном наращивании подъемных сил и при улучшении условий подтока воды под корпус за счет промывки под ним туннелей.

При подъемах со связанных (глинистых, илистых) грунтов отрывное сопротивление имеет специфику при малом и большом насыщении грунта водой. В жидких грунтах отрывное сопротивление носит характер сопротивления трения вязкой жидкости и может быть сколь угодно уменьшено за счет снижения скорости подъема объекта. В пластичных грунтах отрыв объекта осуществляется за счет разрушения грунта, которое начинается только при некотором определенном избытке подъемной силы Q . Величина Q растет с уменьшением влажности грунта и с увеличением интенсивности наращивания подъемных сил. Таким образом, и в этом случае при медленном наращивании подъемных сил отрывное сопротивление может быть до некоторой степени уменьшено.

Ввиду того, что указанные выше методы требуют достаточно полных данных о физико-механических свойствах грунта, а также не учитывают его возможные неоднородности в пределах залегания объекта и некоторых других факторов, часто используется приближенный способ учета отрывного сопротивления по формуле

$$R_0 = k_0 P_{pod},$$

где k_0 – коэффициент силы присоса, значения которого, установленные на основе опыта ряда подъемов, приведены в таблице, заимствованной из работы [3]

Характер грунта	k_0
Мелкий песок	0,15–0,20
Слой ила и под ним мягкая глина	0,15–0,20
Ил с плотной и вязкой глиной	0,20–0,25
Вязкая плотная глина с песком	0,25–0,45

Программа, реализующая математическую модель всплытия ПУ с грузом [2], была модернизирована для учета влияния присоса поднимаемого объекта к грунту.

Параметрический анализ показал, что при учете силы присоса происходит резкое нарастание скорости всплытия ПУ с грузом в начальный период подъема, что, в свою очередь, приводит к некоторому повышению перепада давления, который, однако, остается в пределах допустимого значения, обусловленного прочностными свойствами оболочки. Достаточно большое сечение горловины обеспечивает стравливание газа, поэтому дополнительных клапанов на стенке оболочки не требуется, что не снижает долговечность оболочки. Выполнив эла-

стичную оболочку «приплюснутой», уменьшаем перепад давления между стенками эластичной оболочки и снижаем скорость всплытия ПУ с грузом [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Барсуков В.Д., Голдаев С.В. Подводное зажигание и горение унитарных твердых топлив. Теория, эксперимент, технические приложения. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. 352 с.
2. Барсуков В.Д., Басалаев С.А., Голдаев С.В. Математическое моделирование подъема малогабаритных предметов мягким понтоном, наддуваемым газогенератором открытого типа // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. С. 32–33.
3. Букалов В.М. Нарусбаев А.А. Проектирование атомных подводных лодок. Л.: Судостроение, 1968. 272 с.
4. Барсуков В.Д., Басалаев С.А., Голдаев С.В. Анализ влияния формы эластичной оболочки на всплытие подъемного устройства с грузом // Современная баллистика и смежные вопросы механики. Томск: Том. гос. ун-т, 2009. 336 с.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОСМИЧЕСКОГО РЕФЛЕКТОРА НАДУВНОГО ТИПА

А.В. Бельков, С.В. Пономарев

Рассматриваются вопросы компьютерного моделирования надувного рефлектора КА, основанного на постановке задачи механики деформируемого твердого тела.

COMPUTER MODELLING OF THE SPACE REFLECTOR OF INFLATABLE TYPE

A.V. Belkov, S.V. Ponomarev

Questions of computer modelling of an inflatable reflector of the space vehicle based on statement of a problem mechanics of a deformable firm body are considered.

В настоящее время в военных и промышленных целях используются в основном конструкции зонтичного типа сетчатых рефлекторов. Диаметр этих конструкций не превышает 25 метров, что позволяет применять их лишь для решения узкого круга задач. Тенденция увеличения размеров космических рефлекторов прослеживается довольно четко, что связано не только с возрастающими потребностями в промышленной сфере, но и в военной области, что является, несомненно, главным направлением развития подобных конструкций с целью повышения обороноспособности государства.



Рис. 1. Антенна, разработанная компанией L'Garde. Летный образец в космосе (рабочее положение)

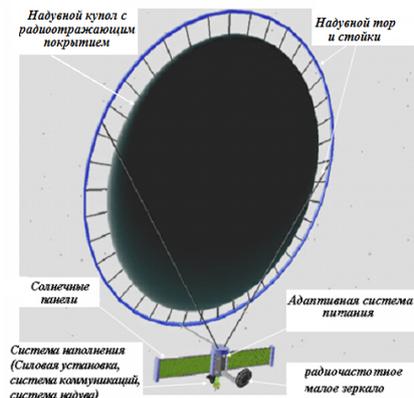


Рис. 2. Проектная модель надувной антенны ARISE (разработана L'Garde, Inc.)

Но при проектировании крупногабаритных конструкций встает вопрос о том, способны ли те типы проектируемых или создаваемых на сегодняшний день конструкций обеспечить требуемые характеристики, такие как достижимая точность отражающей поверхности, компактность при транспортировке

конструкции на орбиту, менее сложный процесс развертывания в космосе, а как следствие, и отказоустойчивость. Проектирование и создание таких типов конструкции, как надувные космические рефлекторы, позволяет удовлетворить всем требованиям, описанным выше, в то время как достижение подобных результатов другими типами конструкций практически невозможно. Следует сказать, что сейчас в России отмечены лишь единичные попытки проектирования и создания надувных конструкций [1], в то время как за рубежом подобное направление довольно давно и успешно развивается. В США уже проведены довольно обширные исследования надувных конструкций и создано несколько рабочих летных образцов (рис. 1) [2].

Экспериментальная отработка подобных крупногабаритных конструкций требует больших материальных и временных затрат. Поэтому компьютерное моделирование выходит на первое место при проектировании подобных конструкций. Оно позволяет отследить весь процесс создания конструкции, ее настройку и т. д. и прогнозировать ее поведение в различных условиях (например, на земле и в космосе).

На рис. 2 представлена модель надувного рефлектора ARISE, разрабатываемая компанией L'Garde, Inc. [3]. Данная модель была взята в плане конструкции за основу для моделирования надувного рефлектора, так как она является наиболее конструктивно полной моделью с рациональным расположением узлов конструкции.

Задача о напряженно-деформированном состоянии подобных вантово-оболочечных конструкций формулируется с позиций нелинейной теории упругости и в вариационной постановке имеет вид, описанный в [4]. Решение задачи осуществлялось методом конечных элементов [5].

Из проведенных вычислений следует, что основная нагрузка приходится именно на купол рефлектора, что объясняется как значительно меньшей толщиной материала, так и меньшим модулем упругости. Исходя из этого и учитывая, что наиболее жесткие требования выдвигаются к отражающей поверхности, в дальнейшем будем рассматривать только ее с целью сокращения объемов и времени вычислений.

Исходным состоянием является конфигурация рефлектора, вытекающая из технического задания с нулевыми напряжениями в элементах конструкции. После задания требуемых краевых условий в элементах конструкции получается напряженная конфигурация, находящаяся в состоянии статического равновесия и обеспечивающая с достаточной точностью проектируемую форму отражающей поверхности рефлектора. СКО отражающей поверхности составляет 55.178 мм. Полученные результаты показывают, что отклонения от требуемой формы значительны и что требуется дальнейшее исследование получающейся равновесной формы купола.

Поверхность с таким значением СКО не удовлетворяет техническим требованиям. Следовательно, необходимо отыскать такую начальную форму отражающей поверхности, которая после процесса надува была бы максимально близка к идеальному параболоиду с минимальным значением СКО.

Предложенный и реализованный алгоритм определения начальной формы позволяет получить отражающую поверхность с СКО, равным 3.5 мм.

При эксплуатации рефлектора в космосе он будет находиться под воздействием большого перепада температур. Следовательно, необходима оценка температурного влияния. Данная оценка температурного влияния показала, что из трех факторов температурного воздействия, таких как зависимость модуля уп-

ругости от температуры, коэффициент температурного расширения материала и изменение перепада давления в куполе и вне его в результате нагрева или охлаждения газа, наиболее значимыми являются последние два.

В приведенной таблице показаны разные положения рефлектора на орбите, соответствующие этим положениям максимальные и минимальные значения температур на куполе рефлектора и СКО отражающей поверхности.

Значения СКО отражающей поверхности и температуры материала купола рефлектора в зависимости от положения рефлектора на орбите

Положение на орбите	Максимальная температура, К	Минимальная температура, К	СКО, мм
Прямое падение солнечного излучения на тыльную пов-ть	322	253	23.216
Рефлектор в тени Земли	106	96	138.197
Падение солнечного излучения на тыльную пов-ть под углом 45°	312	202	13.249
Падение солнечного излучения на рефлектор сбоку. Вектор падения излучения направлен в стык отражающей и тыльной пов-тям	248	119	65.094
Падение солнечного излучения на отражающую пов-ть под углом 45°	291	146	20.458
Прямое падение солнечного излучения на отражающую пов-ть	292	157	7.169

В результате моделирования состояния надувного рефлектора в космосе пришли к выводу, что для длительного использования требуется учесть факторы влияния температуры на конструкцию, приведенные выше. Это можно решить, используя технологию отверждения или постоянного контроля перепада давления в куполе. Также необходимы тепловая защита элементов конструкции и использование материалов с низким коэффициентом температурного расширения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданов В.П., Пичхадзе К.М., Финченко В.С. Анализ параметров эффективности использования спускаемых аппаратов с надувным тормозным устройством // Сборник научных трудов НПО им. С.А. Лавочкина / Российская академия космонавтики им. К.Э. Циолковского. 2002. Вып. 4. С. 63–70.
2. *Spartan 207/ Inflatable antenna experiment*. Preliminary mission report. Code 740.1, NASA goddard space flight center, Greenbelt, MD. February 14, 1997. 11 p.
3. *Greschik G., Mikulas M.M., Palisoc A.* Torus-less inflated membrane reflector with an exact parabolic center // AIAA. 2004. Vol. 42. № 12. P. 2579–2584.
4. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. 544 с.
5. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике / Под ред. Б.Е. Победри. М.: Мир, 1975. 541 с.

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ СКИН-СЛОИ ПРИ НАГРЕВЕ ТОПЛИВА ФОЛЬГОВЫМ ПРОВОДНИКОМ*

И.С. Вишнякова, С.В. Синяев

Настоящий анализ фокусируется в определении температурной кожи-слоя в топливе и в проводнике фольги нагрева на основе искусственного аналитического решения соединенной проблемы тепла с последователем Ньютона тепла биржи.

THE TEMPERATURE SKIN-LAYERS AT FUEL HEATING BY FOIL CONDUCTORS

I.S. Vishnyakova, S.V. Sinyaev

The present study focuses on determining temperature skin-layers both in the fuel and in the heating foil conductor on the basis of a constructed analytical solution of the conjugate heat problem with the Newtonian heat exchange.

Эффективное зажигание топлив различной консистенции осуществляется потоками расплавленных частиц металла, генерируемыми при электрическом разряде через фольговые проводники специальной формы в объеме топлива [1]. Наиболее продолжительной стадией генерации металлического спрея является первая фаза разряда, во время которой нагреваемый фольговый проводник находится в твердом агрегатном состоянии. Важными интегральными характеристиками этого процесса служат температурные скин-слои [2]: δ_N – толщина скин-слоя в проводнике за счет теплоотдачи в прилегающие слои топлива, и δ_c – глубина прогретого слоя в топливе. Толщина скин-слоев δ_f различных физических величин f определяется выражением [2]:

$$\delta_f = f^{-1}(t, x = 0) \cdot \int_0^{\infty} f(t, x) \cdot dx, \quad (1)$$

где t – время; x – декартова координата; а $f(t, x)$ находится из решения соответствующей модельной краевой задачи для полупространства $x \geq 0$.

В настоящей работе определяются выражения для температурных скин-слоев δ_N и δ_c на основе построения точного решения сопряженной тепловой задачи для двух материальных полупространств, одно из которых равномерно нагревается ($x \geq 0$, проводник), а теплообмен с другим ($x \leq 0$, топливо) осуществляется по закону Ньютона. Сопряженная тепловая задача имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \chi \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{A(t)}{\rho \cdot c}; \quad x \geq 0, \quad \theta(t = 0, x \geq 0) = 0, \quad (2)$$

* Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект № 10-08-00453-а).

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \chi_c \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}; \quad x \leq 0, \quad V(t=0, x \leq 0) = 0, \quad (3)$$

$$\lambda_c \cdot \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_{x=0} = \lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{H}{\lambda} \cdot (\theta|_{x=0} - V|_{x=0}), \quad (4)$$

где $\theta = T - T_0$ и $V = T_c - T_0$ – приведенные температуры проводника и топлива соответственно, $T_0 = T(t=0, x \geq 0) = T_c(t=0, x \leq 0)$; $\chi = \lambda/\rho \cdot c$ – коэффициент температуропроводности проводника; λ – его удельная теплопроводность; ρ – плотность; c – удельная теплоемкость; $A(t)$ – удельная мощность источника тепловой (омической) энергии; H – коэффициент теплообмена проводника с топливом на границе раздела $x=0$. Индексом «с» выделены параметры топлива. Нагрев проводника происходит до момента t_k , при котором $T(t_k, x = +\infty) = T_{nl}$, где T_{nl} – температура плавления материала проводника. Точное аналитическое решение краевой задачи (2)–(4) получено методом интегрального преобразования Лапласа для тепловой функции $A(t)$ следующего вида:

$$A(t) = b \cdot \rho \cdot c \cdot t_k^{-1} \cdot (e^{\alpha t/t_k} - 1)(e^\alpha - e^{\alpha t/t_k}),$$

где $b = 2\alpha(T_{nl} - T_0)(e^{2\alpha} - 2\alpha e^\alpha - 1)^{-1}$, $\alpha > 0$ – форм-фактор функции $A(t)$, описывающей униполярный импульс тока в проводнике плотностью $j = \sqrt{\sigma \cdot A(t)}$. Здесь σ – удельная электропроводность проводника. В безразмерных переменных $\tau = t/t_k$, $\zeta = x/\sqrt{\chi \cdot t_k}$ решение имеет вид

$$\begin{aligned} \theta(\tau, \zeta, N, \mathbf{v}) &= \theta_\infty(\tau) - \Delta\theta(\tau, \zeta, N, \mathbf{v}), \\ V(\tau, \zeta, N, \mathbf{v}_c) &= \mathbf{v}_c \cdot \Delta\theta(\tau, -\mathbf{v}_c \cdot \zeta, N, \mathbf{v}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $N = \sqrt{t_k \cdot \chi} \cdot H/\lambda$ – параметр теплообмена по типу числа Нуссельта; безразмерные коэффициенты $\mathbf{v} = \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c / \lambda_c \cdot \rho_c \cdot c_c}$, $\mathbf{v}_c = \sqrt{\lambda \cdot \rho_c \cdot c_c / \lambda_c \cdot \rho \cdot c}$ представляют собой отношения соответствующих характеристик проводника и топлива, выражение

$$\theta_\infty(\tau) = b\alpha^{-1} \left[(e^\alpha + 1)e^{\alpha\tau} - 0.5(e^{2\alpha\tau} + 1) - (\alpha\tau + 1)e^\alpha \right]$$

является решением при отсутствии теплообмена проводника с топливом, а слагаемое $\Delta\theta(\tau, \zeta, N, \mathbf{v})$ описывает в (5) уменьшение температуры проводника за счет теплоотдачи в топливо при $N > 0$:

$$\Delta\theta(\tau, \zeta, N, \nu) = bNe^{-\frac{\zeta^2}{4\tau}} \left\{ \frac{e^\alpha + 1}{2\alpha} \left[\frac{f(x_1)}{M + \sqrt{\alpha}} + \frac{f(x_2)}{M - \sqrt{\alpha}} \right] - \frac{1}{4\alpha} \left[\frac{f(x_3)}{M + \sqrt{2\alpha}} + \frac{f(x_4)}{M - \sqrt{2\alpha}} \right] + \frac{e^\alpha \sqrt{\tau/\pi}}{M} \left(\zeta + \frac{2}{M} \right) - \frac{e^\alpha}{\alpha \cdot M} \cdot \left[1 + \frac{e^{-\alpha}}{2} + \alpha \cdot \left(\tau + \frac{\zeta^2}{2} + \frac{1 + M \cdot \zeta}{M^2} \right) \right] \cdot f(x_0) + \alpha \cdot \frac{1 - e^\alpha (1 - 2\alpha/M^2)}{M \cdot (M^2 - \alpha) \cdot (M^2 - 2\alpha)} \cdot f(x_5) \right\},$$

$$f(x) = e^{\alpha x^2} \cdot \operatorname{erfc}(x), \quad x_0 = \zeta / 2\sqrt{\tau}, \quad x_{1,2} = x_0 \mp \sqrt{\alpha\tau}, \quad x_{3,4} = x_0 \mp \sqrt{2\alpha\tau}, \quad x_5 = x_0 + M \cdot \sqrt{\tau},$$

$$M = N \cdot (1 + \nu).$$

С помощью выражений $\Delta\theta(\tau, \zeta, N, \nu)$, $V(\tau, \zeta, N, \nu, \nu_c)$ и (1) определяются значения скин-слоев в проводнике δ_N и топливе δ_c в окрестности границы раздела $x = 0$:

$$\delta_N = \Psi(N, \alpha, \nu) \cdot \delta_T, \quad \delta_c = \Psi(N, \alpha, \nu) \cdot \delta_{T,c}, \quad (6)$$

где $\delta_T = \sqrt{2\lambda / \rho \cdot c \cdot \omega_T}$, $\delta_{T,c} = \sqrt{2\lambda_c / \rho_c \cdot c_c \cdot \omega_c}$ – классические температурные скин-слои [2] в проводнике и топливе соответственно; $\omega_T = \omega_c = 0,5\pi / t_k$ – угловая частота изменения температуры при нагреве проводника униполярным импульсом тока; Ψ – безразмерный коэффициент, учитывающий влияние теплообмена, формы теплового импульса и свойств материалов проводника и топлив на толщину скин-слоев:

$$\Psi = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \int_0^{+\infty} \Delta\theta(\tau = 1, \zeta, N, \alpha, \nu) \cdot d\zeta / \Delta\theta(\tau = 1, \zeta = 0, N, \alpha, \nu).$$

Расчеты проведены для топлива с параметрами $\rho_c = 1,65 \text{ г/см}^3$, $c_c = 2,5 \text{ Дж/г} \cdot \text{К}$, $\lambda_c = 10 \text{ Дж/с} \cdot \text{м} \cdot \text{К}$. Значения характеристик Al, Cu и Ti-проводников взяты из [3]. Время нагрева проводника полагалось $t_k = 1 \text{ мс}$, что характерно для процессов капельной деструкции проводников от низковольтных ($\sim 100 \text{ В}$) источников электроэнергии [4]. На рис. 1 построены температурные профили в топливе и проводниках из алюминия, меди и титана в момент t_k , причем на соответствующих графиках выделены значения температур на границах соответствующих температурных скин-слоев. Расчеты проведены при $\alpha = 0,5$ и $N = 2$. Из графиков следует, что в массивных однородно нагреваемых проводниках в процессе теплоотдачи участвуют только узкие слои, граничащие с топливом. Их характерная толщина определяется параметром δ_N . Условие эффективного нагрева топлива фольговым проводником может быть взято в виде:

$$h \leq \delta_N, \quad (7)$$

где h – толщина фольги. При выполнении такого условия практически весь проводник участвует в нагреве топлива. В рассматриваемом примере проводники эффективно нагревают топливо, если толщина Al -фольги не превышает 150 мкм, Cu – 170 мкм, и Ti – 40 мкм. Такие оценки хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований, например, [5].

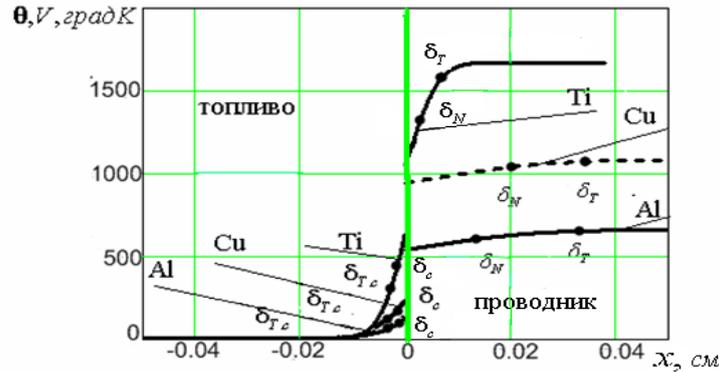


Рис. 1. Скин-слои и температурные профили в топливе $V(t_k, x)$ и в проводнике $\theta(t_k, x)$:

$$\psi(Al) = 0.471, \psi(Cu) = 0.474, \psi(Ti) = 0.462$$

На рис. 2 приведены рассчитанные зависимости безразмерного коэффициента ψ от параметра теплообмена N для Al , Cu и Ti – фольги. Из графиков следует, что значения ψ практически не зависят от N в диапазоне реальных значений параметра (равного числу Нуссельта при характерной толщине проводника $l = \sqrt{\chi \cdot t_k} = 0,5\sqrt{\pi \cdot \delta_t}$) и принимают близкие значения для различных материалов. В [6] показано, что влияние значения форм-фактора α тепловой функции на величину ψ также является несущественным, поэтому при оценочных расчетах температурных слоев в топливе и проводнике можно полагать $\psi = const = 0,5$. Тогда формулы (6) примут вид

$$\delta_N \approx \sqrt{\lambda / \pi \cdot \rho \cdot c \cdot t_k}, \quad \delta_c \approx \sqrt{\lambda_c / \pi \cdot \rho_c \cdot c_c \cdot t_k}. \quad (8)$$

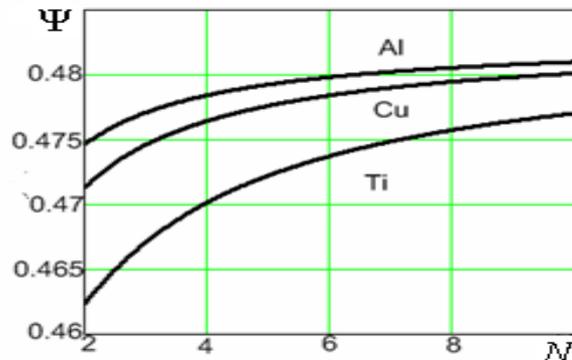


Рис. 2. Зависимости $\psi(N, \alpha = 0.5)$ для различных проводников

Условие (7) и зависимости (8) могут использоваться при разработке устройств зажигания металлических зарядов с помощью капельной деструкции фольговых проводников.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Zharovzev V.V., Sinyayev S.V., Fomenko V.V.* Account of Interior Ballistic Parameters of the Launch by Slurry / Liquid Propellant with ETC-Ignition // IEEE Transaction on Magnetics. 2001. Vol. 37. P. 216–218.
2. *Кнопфель Г.* Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972. 392 с.
3. *Столлович Н.Н., Милицкая Н.С.* Температурные зависимости теплофизических свойств некоторых металлов. Минск: Наука и техника, 1975. 160 с.
4. *Sinyayev S.V., Kramar M.A., Kulpin V.I., Surkov V.G.* Plasma-Replacement Technology of ETS-Ignition of Powder Charges in High-Velocity Launchers // IEEE Transactions on Magnetics. 2007. Vol. 43, № 1. P. 318–321.
5. *Синяев С.В., Буркин В.В., Христенко Ю.Ф. и др.* Квазиобъемное очаговое электротермохимическое зажигание гелеобразных высокоэнергетичных веществ // Материалы 3-й междунар. конф. «Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и в ствольных системах (ICOS-99)». Ижевск: Изд-во УРО РАН, 2000. Ч. 2. С. 640–648.
6. *Вишнякова И.С., Синяев С.В.* Температурный скин-слой в твердом теле за счет кондуктивного теплообмена с окружающей средой // Современная баллистика и смежные вопросы механики: Сб. материалов науч. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2009. С. 72–74.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕЖИМОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ КАНАЛЕ

С.И. Гусев, М.А. Шеремет

Проведено математическое моделирование режимов смешанной конвекции в горизонтальном канале при наличии локального источника тепловыделения. Исследуется влияние интенсивности нагрева источника энергии на распределения линий тока и поле температуры в достаточно широком диапазоне изменения определяющих параметров.

NUMERICAL SIMULATION OF CONVECTIVE HEAT TRANSFER REGIMES IN A HORIZONTAL DUCT

S.I. Gusev, M.A. Sheremet

Mathematical simulation of mixed convection heat transfer regimes in a horizontal duct in the presence of a local heat source has been carried out. The effect of the heat intensity of the heat source on streamlines and the temperature field in a wide range of the key parameters are investigated.

Механизмы конвективного теплопереноса представляют практический интерес во многих отраслях науки и техники. Они широко встречаются как в природе (образование ветров, течений, движение литосферных плит), так и в технике (системы охлаждения, отопительные системы, системы кондиционирования). Знание законов, по которым протекает конвекция, позволяет оптимизировать технические устройства, сделать их более безопасными, эффективными и экологичными. В связи с этим исследование конвективного теплопереноса представляет большой интерес для современного научного мира. В настоящее время проведено большое количество исследований, посвященных как теоретическому [1, 2], так и экспериментальному [3, 4] анализу режимов конвективного теплопереноса в различных технологических системах. При этом наиболее оптимальным подходом при изучении режимов конвективного теплопереноса является применение численных методов, как наименее энергозатратных, более точных и простых в использовании.

Целью настоящей работы является математическое моделирование тепловых режимов смешанной конвекции в горизонтальном канале при наличии локального источника энергии на нижней стенке.

Для описания механизма смешанной конвекции применяются двумерные нестационарные уравнения конвекции в приближении Буссинеска. Сформулированная краевая задача реализуется численно на основе метода конечных разностей с использованием равномерной сетки.

В результате моделирования были установлены масштабы влияния интенсивности нагрева, а также скорости входного потока на характер течения. Показано, что для заданной интенсивности источника энергии существует предельное значение скорости входного потока, превышение которого приводит к полному ослаблению механизма естественной конвекции, вызванного наличием нагревателя. В этом случае доминирующим механизмом переноса энергии

будет вынужденная конвекция, приводящая к формированию горизонтальных линий тока (рис. 1, *a*).

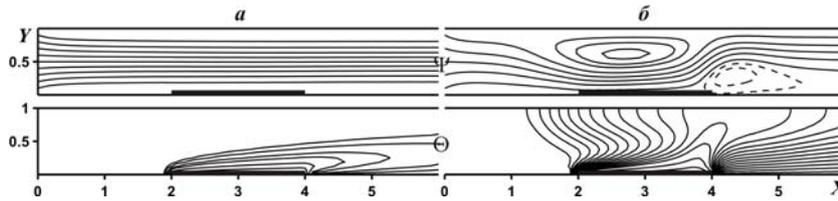


Рис. 1. Линии тока Ψ и поле температуры Θ в режиме смешанной конвекции.
 $Pr = 0.7, Gr = 10^4$: *a* – $Re = 100$; *b* – $Re = 10$

В условиях анализируемого режима теплопереноса уменьшение числа Рейнольдса в 10 раз уже приводит к образованию масштабных вихрей, что характеризует воздействие источника энергии (рис. 1, *b*). Такое изменение интенсивности входного потока также отражается и на поле температуры (рис. 1).

Проводилось сравнение полученных локальных распределений с результатами моделирования анализируемого процесса на основе пакета вычислительной гидродинамики FLUENT. Сопоставление результатов отражает достаточно хорошее согласование как линий тока, так и полей температуры.

Также было проанализировано влияние фактора нестационарности на распределение обобщенного коэффициента теплообмена $\overline{Nu} = \frac{1}{2} \int_2^4 \left| \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right| dX$ при различных значениях числа Рейнольдса (рис. 2).

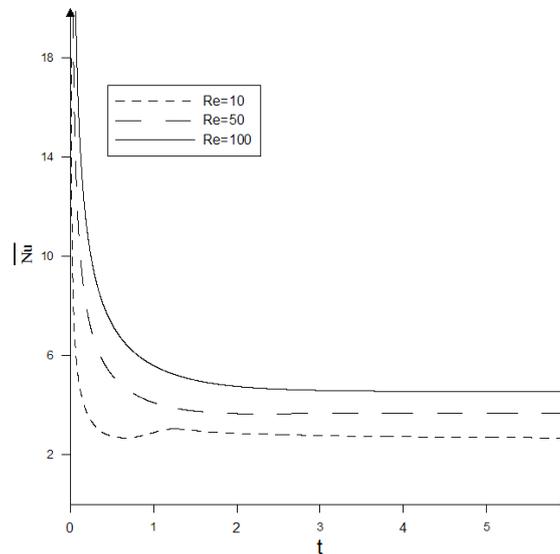


Рис. 2. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени и числа Рейнольдса при $Pr = 0.7, Gr = 10^4$

Проведенный анализ отражает рост \overline{Nu} с увеличением числа Рейнольдса, а также характеризует достаточно быстрое установление термической составляющей анализируемого процесса. Наличие локального минимума на

рис. 2 при $Re = 10$ отражает формирование вихревых течений на начальном этапе явления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ (МК-396.2010.8).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ермолаев И.А., Жбанов А.И.* Смешанная конвекция в горизонтальном канале при локальном нагреве снизу // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 1. С. 33–40.
2. *Sillekens J.J.M., Rindt C.C.M., Steenhoven A.A. van.* Development of laminar mixed convection in a horizontal square channel with heated side walls // International Journal of Heat and Fluid Flow. 1998. Vol. 19. P. 270–281.
3. *Lei Q.M., Trupp A.C.* Experimental study of laminar mixed convection in the entrance region of a horizontal semicircular duct // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1991. Vol.34. P. 2361–2372.
4. *Lin W.L., Lin T.F.* Experimental study of unstable mixed convection of air in a bottom heated horizontal rectangular duct // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1996. Vol. 39. P. 1649–1663.

СОВМЕСТНЫЙ МЕХАНИЧЕСКИЙ И ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗОНТИЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ РЕФЛЕКТОРОВ

А.С. Евдокимов, С.В. Пономарев

Рассматривается методика компьютерного моделирования трансформируемых параболических рефлекторов антенн космических аппаратов, позволяющая с необходимой точностью произвести расчет равновесной формы отражающей поверхности, учесть влияние напряженного состояния на электродинамические характеристики сетеполотна и диаграмму направленности.

THE JOINT MECHANICAL AND ELECTRODYNAMIC ANALYSIS OF UMBELLATE SPACE REFLECTORS

A.S. Evdokimov, S.V. Ponomarev

The variant of a complex technique of computer modeling of the transformed reflectors of spacecraft is considered, allowing to reach the best characteristics of the aerial.

В настоящее время антенные системы широко используются в различных областях науки и техники. Современные тенденции развития космических систем связи потребовали создания высокоэффективных параболических антенн, устанавливаемых на борту космических аппаратов. Для трансформируемых антенн необходимо создание гибких радиоотражающих поверхностей с высоким коэффициентом отражения в рабочем диапазоне частот, высокой стабильностью физико-механических и электрофизических характеристик. Для современной спутниковой связи требуются антенны с высокой точностью формы зеркала. Ввиду сложности проведения наземных экспериментов уделяется большое внимание вопросам математического моделирования подобных конструкций.

В работе М.В. Гряника и В.И. Ломана [2] были рассмотрены классификация развертываемых антенн и вопросы расчета характеристик излучения зеркальных антенн зонтичного типа. В диссертации Г. Тиберта [8] рассматривались разрабатываемые варианты конструкции крупногабаритных космических рефлекторов. Методы моделирования напряженно-деформированного состояния мембранных конструкций, в том числе и рефлекторов зонтичного и ободного типов, были исследованы в [1, 5] соответственно. Вопросам моделирования отдельных аспектов конструкции крупногабаритных рефлекторов посвящены многие современные зарубежные публикации [4, 6, 7]. Очень мало работ посвящено комплексному механическому и электродинамическому анализу. Поэтому в настоящее время является актуальным создание методики совместного моделирования механических и радиотехнических характеристик трансформируемых рефлекторов КА.

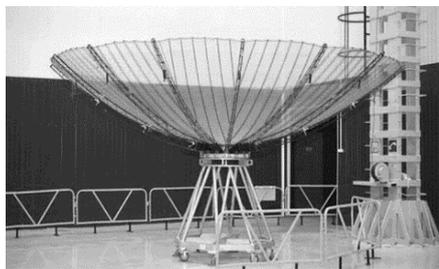


Рис. 1. Рефлектор для спутника «Луч»

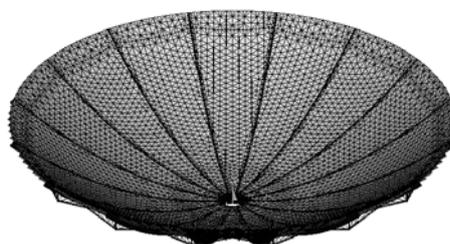


Рис. 2. КЭМ рефлектора

Рассматривается параболический рефлектор зонтичного типа (рис. 1) диаметром 4 м. Силовая схема представляет собой конструкцию, состоящую из силовых и точностных спиц.

Для получения численного решения задачи о напряженно-деформированном состоянии рефлектора использовался метод конечных элементов [3]. Алгоритм решения реализован на внутреннем языке программирования пакета ANSYS. Использование программного комплекса ANSYS является эффективным способом оценки прочности, прогнозирования и оптимизации конструкций. Конечно-элементная модель (КЭМ) конструкции (рис. 2) строилась исходя из следующих принципов:

- сетеполотно моделируется оболочечными мембранными элементами;
- веревочные элементы (шпангоут, оттяжки) моделируются линейными элементами, работающими только на растяжение;
- спицы (силовые, точностные) моделируются балочными элементами с заданным сечением.

С использованием данной модели был проведен расчет напряженно-деформированного состояния рефлектора. На рис. 3 представлены перемещения отражающей поверхности. Максимальные перемещения, не считая периферии, достигают порядка 0,8 мм. Натяжение сетеполотна, за исключением края, соответствует номинальному (рис. 4). При этом среднеквадратичное отклонение (СКО) поверхности составило 0,56 мм.

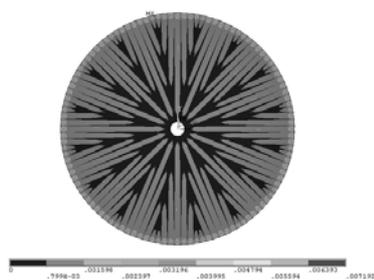


Рис. 3. Изолинии суммарных перемещений сетеполотна, м

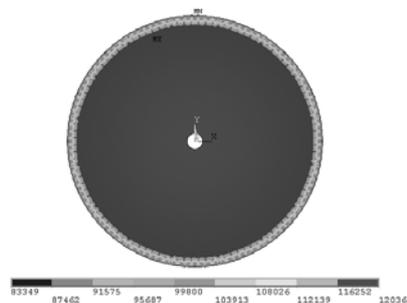


Рис. 4. Интенсивность напряжений, Па

Использование трикотажного металлического сетеполотна для отражающей поверхности трансформируемых космических антенн позволяет получить улучшенные удельные массовые характеристики для рефлекторов. Однако при этом появляется зависимость коэффициента отражения от напряженного состояния растянутого сетеполотна. Изменяется размер ячеек сетеполотна, и про-

филь зеркала отклоняется от параболического, что приводит к изменению электродинамических характеристик зеркала: коэффициента отражения поля от поверхности сетеполотна и формы диаграммы направленности (ДН). Таким образом, возникает необходимость совместного моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) и ДН.

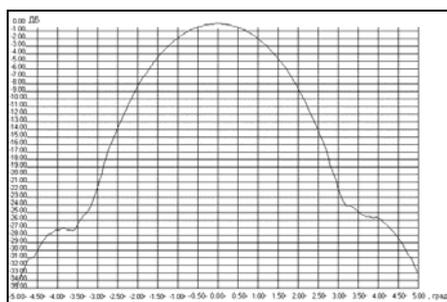


Рис. 5. ДН рефлектора (эксперимент)

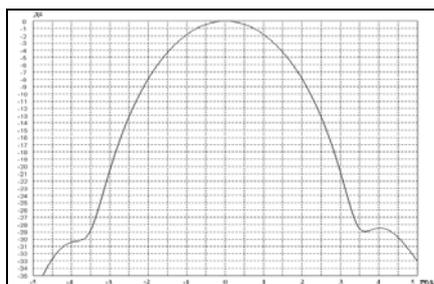


Рис. 6. ДН рефлектора (расчет в FEKO)

Полученная в результате моделирования равновесная форма отражающей поверхности рефлектора использована для расчетов диаграмм направленности космического рефлектора методом физической оптики. Расчет проводился с помощью программного пакета для 3D электромагнитного моделирования – FEKO. На рис. 5 и 6 представлены экспериментальная и расчетная диаграммы направленности рефлектора соответственно.

Отклонения расчетной диаграммы направленности от экспериментальной диаграммы направленности составляет не более 10%.

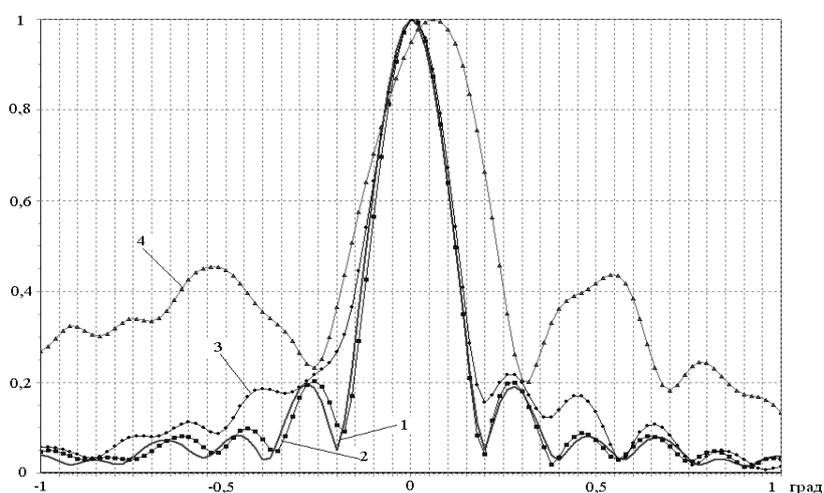


Рис. 7. ДН рефлектора: 1 – идеал. параболоид; 2 – СКО=0,5 мм; 3 – СКО=2,0 мм; 4 – СКО=6,5 мм

Для рефлекторов большего диаметра измерение диаграммы направленности является очень трудоемким процессом. Поэтому рассматриваемая методика позволяет облегчить задачу определения электродинамических характеристик рефлекторов большего диаметра. В качестве иллюстрации на рис. 7 представ-

лены ДН для такого рефлектора при различных значениях СКО, полученных расчетным путем для равновесной формы рефлектора.

Заключение. На основе подходов механики деформируемого твердого тела и радиофизики реализован вариант комплексной методики компьютерного моделирования перспективных трансформируемых космических рефлекторов, позволяющий учитывать форму и напряженность отражающей сетчатой поверхности, сократить объем экспериментальных работ при создании оптимальных конструкций рефлекторов. Полученные результаты показывают, что использование данной методики позволяет получить диаграммы направленности крупногабаритных рефлекторов без проведения технически сложных и затратных физических измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутов В.Г., Пономарев С.В., Солоненко В.А., Яцук А.А. Моделирование температурных деформаций рефлекторов космических аппаратов // Физика. 2004. № 10. Приложение. С. 10–18.
2. Гряник М.В., Ломан В.И. Развертываемые зеркальные антенны зонтичного типа. М.: Радио и связь, 1987.
3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Под ред. Б.Е. Победри. М.: Мир, 1975.
4. Миура К., Миязаки Я. Конструирование антенны с растянутой фермой // Аэрокосмическая техника. 1991. № 1. С. 61–69.
5. Усманов Д.Б. Моделирование напряженно-деформированного состояния крупногабаритного трансформируемого рефлектора: Дис. ... канд. физ.-матем. наук. Томск, 2006. 179 с.
6. Agrawal P.K., Anderson M.S., Card M.F. Preliminary design of large reflectors with flat facets // IEEE Transactions on Antennas and Propagation AP-29. 1981. № 4. P. 688–694.
7. Lai C.-Y. Analysis and design of a deployable membrane reflector: PhD thesis. University of Cambridge, 2001.
8. Tibert G.A. Deployable Tensegrity Structures for Space Applications: PhD thesis. Stockholm, 2002.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ В СОПЛАХ ЛАВАЛЯ

И.В. Ерёмин, К.Н. Жильцов

Приведены результаты численного моделирования отрывных турбулентных течений в конических осесимметричных соплах Лаваля с использованием коммерческого пакета Fluent. Рассмотрено влияние $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ моделей турбулентности на положение точки отрыва. Результаты расчёта сравниваются с экспериментальными данными. Представлены обобщающие данные по положению точки отрыва при углах полураствора сопла $4, 7, 10, 15, 18, 22, 5^\circ$ и перепадах давления $n - 4, 4, 5, 88, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60$.

NUMERICAL MODELING OF SEPARATING FLOWS IN LAVAL NOZZLE

I.V. Eremin, K.N. Zhiltsov

The results of numerical modeling of turbulent flows in axisymmetrical conical Laval nozzles are presented. Numerical calculations was lead by "Fluent" package. Influence on a location of separation point of different modifications $k-\varepsilon$ and $k-\omega$ turbulence models is considered. Calculation results are compared with experimental data. Extending data of location of separation point with respect on different semi-angles of disclosing $4, 7, 10, 15, 18, 22, 5^\circ$ and pressure ratios (n) $- 4, 4, 5, 88, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60$ are presented.

Введение. Расчёт сверхзвуковых турбулентных течений в сопле Лаваля, с отрывом от стенки, является одной из важных задач газовой динамики. Впервые эффект отрыва потока был описан Прандтлем [1]. В настоящее время накоплен теоретический и экспериментальный материал как российскими [2, 3], так и зарубежными [4] учёными. В последние годы акцент делается на математическом моделировании. При этом применяются как авторские программы, так и универсальные пакеты прикладных программ, в частности пакет программ Fluent [5].

В настоящей работе представлены результаты применимости программного пакета Fluent для решения задачи отрыва течения в соплах Лаваля. Рассмотрены представленные в пакете двухпараметрические модели турбулентности $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ и их точность в определении положения точки отрыва. Сравнение результатов численных расчётов проводилось с использованием экспериментальных данных из работы [6]. На основе численных расчётов получены результаты влияния углов полураствора $4^\circ \leq \alpha \leq 22,5^\circ$ и перепадов давлений $4,4 \leq n \leq 60$ на положение точки отрыва потока.

Физико-математическая постановка задачи. Рассматриваются сверхзвуковые турбулентные течения в конических соплах Лаваля из работы [6]. Расчётная область представлена на рис. 1. Истечение струи происходит в среду с противодавлением $p_a = 1$ атм. Температура в камере $T = 293$ К. Рабочим телом являлся воздух. Поставленная задача решалась численно в двумерной осесимметричной постановке при использовании программного продукта Fluent 6.

булентной кинетической энергии (k) и её диссипации (ε). В её основе лежат предположения о полностью турбулентном потоке и незначительном влиянии молекулярной вязкости.

2. RNG модель $k-\varepsilon$. Модель RNG (в её основе лежит теория ренормализационных групп) из [8] имеет практически идентичные уравнения переноса со стандартной моделью, за исключением присутствия в уравнении для k и ε эффективных чисел Прандтля (α_k и α_ε соответственно), возможности расчёта эффективной вязкости μ_{eff} (для расчёта течений с низким числом Re). Главное отличие заключается в присутствии в правой части уравнения для ε члена R_ε , который отвечает за прогнозирование течений с быстрыми деформациями:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (1)$$

где $C_\mu = 0.0845$; $\eta = Sk / \varepsilon$; $\eta_0 = 4.38$; $\beta = 0.012$.

3. «Realizable» модель $k-\varepsilon$. Эта $k-\varepsilon$ модель имеет два серьёзных отличия. Во-первых, используется новая формула расчёта турбулентной вязкости, а во-вторых, появляются новые члены в правой части уравнения для ε . Сама модель, описанная в [9], удовлетворяет определённым математическим ограничениям, накладываемым на реинольдсовы напряжения, совместимым с физикой турбулентных течений. Речь идет о том, чтобы избежать отрицательных величин вихревой вязкости для течений с высокими градиентами.

4. Стандартная модель $k-\omega$. Стандартная $k-\omega$ модель была разработана Вилкоксом [10] и включает в себя эффекты низких чисел Рейнольдса, эффекты сжатия и эффекты распространения сдвиговых течений. Эта модель является эмпирической моделью, основанной на уравнениях переноса турбулентной кинетической энергии k и скорости диссипации ω . Работа модели основана на постепенном изменении от стандартной $k-\omega$ модели во внутренней области пограничного слоя к модели $k-\varepsilon$ для высоких чисел Рейнольдса на внешней части пограничного слоя.

5. SST модель $k-\omega$. Эта модель, предложенная Ментером в [11], называется SST $k-\omega$ моделью или моделью переноса сдвиговых напряжений. Она была разработана для того, чтобы сочетать расчёт $k-\omega$ модели в пристеночных регионах и $k-\varepsilon$ модель свободных течений на бесконечной удаленности от стенки. Уравнение для ω включает в себя затухающий член с перекрёстными производными, а расчёт турбулентной вязкости приводится в соответствие с переносом турбулентных сдвиговых напряжений.

Результаты расчётов. Сравнению с экспериментальными данными подвергаются два сопла. Радиус критического сечения для сопел одинаков $R_* = 0.005$ м. Сопла имеют одинаковую дозвуковую часть: радиус цилиндрического входного участка $4.4R_*$, угол наклона стенки сужающейся дозвуковой части сопла 45° , радиус скругления цилиндрической и конической частей $1.26R_*$, радиус скругления трансзвуковой части в дозвуковой области $2R_*$. Геометрическая степень расширения $R_{вых}/R_* = 3.2$. Полууглы наклона конической образующей $\alpha = 22.5^\circ$ и $\alpha = 4^\circ$.

На первом этапе проведен анализ влияния моделей турбулентности на картину течения. Результаты численных расчётов сравнивались с экспериментальными данными [6]. На рис. 2 представлено сравнение полученных распределений давления вдоль стенки сопла с экспериментальными данными для сопла с углом полураствора $22,5^\circ$. Из графика видно, что все расчётные случаи дают позднее положение точки отрыва. Наиболее близкие к эксперименту результаты получены при использовании модели 5 SST $k-\omega$. Расхождение по положению точки отрыва составило порядка 2–4%. Показатели восстановления давления сразу за отрывом лучше предсказывают модель 3. Расчёты при других перепадах давления n (4.4, 8.74) для угла $22,5^\circ$ подтвердили лучшую точность модели 5 в предсказании положения точки отрыва. В дальнейших расчётах применялась эта модель.

Рассмотрение сопла с углом полураствора 4° связано с тем, что такой угол является минимально допустимым углом, при котором происходит свободное отрывное течение [2]. Результаты расчётов приведены на рис. 3. Видно, что наиболее удовлетворительные результаты в определении отрыва дают модели 3 и 5. При этом характерное для случая малого угла медленное восстановление давления за точкой отрыва наблюдается для всех моделей.

Из представленных графиков можно сделать некоторые выводы относительно пригодности моделей расчёта турбулентности, представленных в пакете Fluent. При большом полуугле раскрытия численные результаты давали позднее положение точки отрыва по сравнению с экспериментом. При малом полуугле раскрытия для большинства моделей отрыв также происходит позже, за исключением модели 4. Следует отметить тот факт, что в обоих случаях кривая восстановления давления для всех моделей отличается в сторону больших значений, нежели в эксперименте. Использование модели SST $k-\omega$ из пакета Fluent позволяет с погрешностью в 2–4% определить положение точки отрыва в сопле.

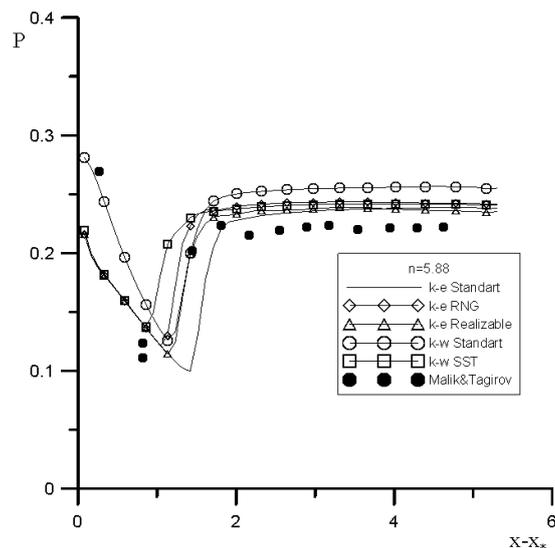


Рис. 2. Сравнение рассчитанных распределений давления при $n=5,88$ вдоль стенки сопла с экспериментальными данными [6] для конического сопла $22,5^\circ$

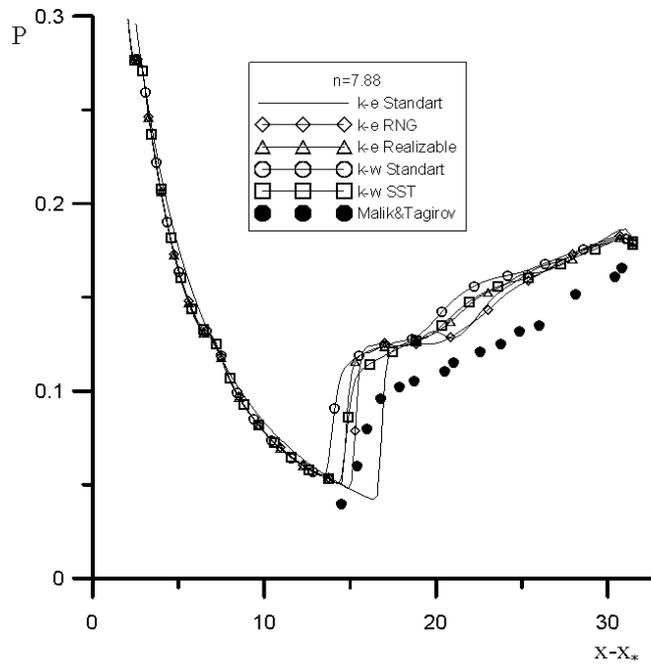


Рис. 3. Сравнение рассчитанных распределений давления при $n=7.88$ вдоль стенки сопла с экспериментальными данными [6] для конического сопла 4°

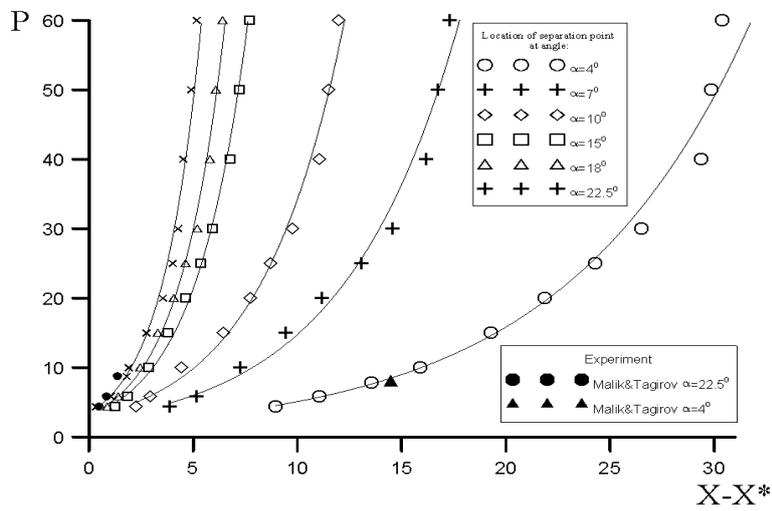


Рис. 4. Кривые положений точек отрыва в зависимости от давления в камере сопла, при углах полураствора $4^\circ \leq \alpha \leq 22.5^\circ$

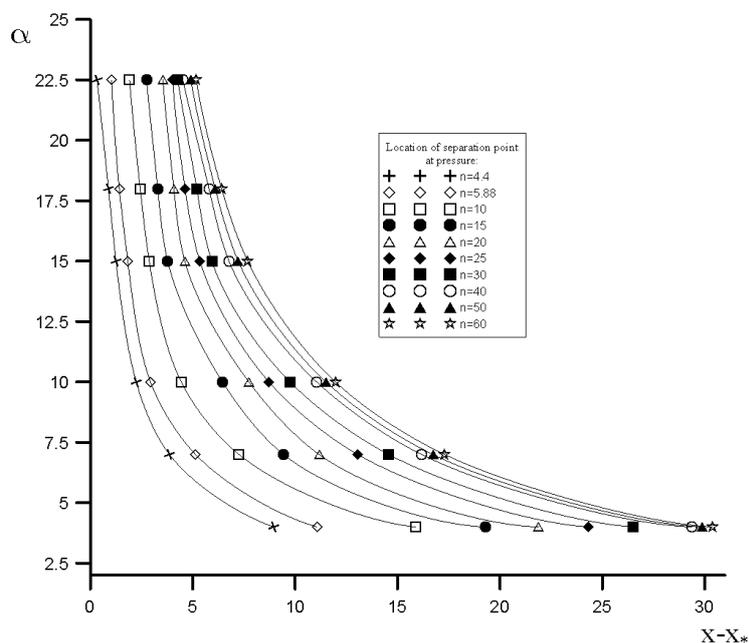


Рис. 5. Кривые положений точек отрыва в зависимости от углов полураствора при перепадах давлений $4,4 \leq n \leq 60$

На втором этапе проведены численные расчёты течения в конических соплах для углов полураствора α (4, 7, 10, 15, 18, 22,5°) и перепадов давлений n (4,4, 5,88, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60). На рис. 4 представлены кривые положения точки отрыва для углов $4^\circ \leq \alpha \leq 22,5^\circ$ при перепадах давления $4,4 \leq n \leq 60$. На рис. 5 представлены рассчитанные точки положения отрыва при перепадах давлений $4,4 \leq n \leq 60$ в зависимости от углов полураствора $4^\circ \leq \alpha \leq 22,5^\circ$.

Выводы. В работе рассмотрено влияние наиболее распространенных, при численном моделировании турбулентных течений, моделей турбулентности. Проведен анализ использования программного пакета Fluent 6 для решения задачи отрыва потока в сопле. Представлены результаты по отрыву потока при перепадах давлений $4,4 \leq n \leq 60$ и углах полураствора $4^\circ \leq \alpha \leq 22,5^\circ$.

На основе сравнения численных расчётов с экспериментальными данными исследовано влияние различных моделей на положение точки отрыва в сопле. Показано, что лучшие результаты из представленных в пакете Fluent 6 моделей турбулентности даёт модель SST $k-\omega$. В случае сопла с малым углом полураствора модели 3–4 пригодны для определения положения точки отрыва, в то время как при большем угле меньшую погрешность даёт только модель 5.

На основе модели SST $k-\omega$ проведены численные расчёты конических осесимметричных сопел Лавала. Представлен график для углов полураствора 4, 7, 10, 15, 18, 22,5°, а также график численного расчёта положения точки отрыва для приведенных углов при различных перепадах давлений (n) – 4.4, 5.88, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60.

В пакете Fluent предложены фиксированные модели турбулентности, но существует возможность их модификации с помощью задания пользовательских функций. Таким образом, данный программный пакет не исчерпывает себя стандартными установками и может использоваться при расчёте иных задач.

Но приемлемость пакета должна тщательно тестироваться путем сравнения с теоретическими и экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Прандтль Л.* Механика вязких жидкостей // *Аэродинамика*. М.; Л.: Оборониз, 1939. Т. 3.
2. *Гогини Л.В., Степанов Г.Ю.* Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979. 368 с.
3. *Тагиров Р.К.* Численное исследование течения в осесимметричных соплах Лавалья, включая режимы перерасширения с отрывом потока // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1978. № 3.
4. *Sunley H., Ferrimen V.* Jet separation in conical nozzles // *J. of the RAS*. 1964. Vol. 68, № 648.
5. Fluent Inc. *Fluent 6.1 users guide*. Lebanon, 2003.
6. *Малик Т.И., Тагиров Р.К.* Полуэмпирический метод расчёта турбулентного отрывного течения в коническом сопле Лавалья на режиме перерасширения // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа*. 1988. № 6. С. 60–66.
7. *Lauder B.E., Spalding D.B.* *Lectures in Mathematical Model of Turbulence*. London: AP, 1972.
8. *Yakhot V., Orszag S.A.* Renormalization group analysis of turbulence: 1. Basic theory // *J. Scientific Computing*. 1986. Vol. 1, № 1. P. 1–51.
9. *Shih T.-H., Liou W.W., Shabbir A. et al.* A new $k - \varepsilon$ eddy-viscosity model for high Reynolds number turbulent flows – model development and validation // *Computers Fluids*. 1995. Vol. 24, № 3. P. 227–238.
10. *Wilcox D.C.* *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc. California, 1998.
11. *Menter F.R.* Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // *AIAA Journal*. 1994. August. Vol. 32(8): P. 1598–1605.

**РАСЧЕТ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА Н С ПРИМЕСЬЮ
ПОРОШКА АЛЮМИНИЯ****М.Ю. Иваницкий, А.Ю. Крайнов**

Произведен численный расчет скорости горения пороха Н с примесью порошка алюминия. Получена зависимость скорости горения от размера частиц порошка алюминия.

**CALCULATION OF BURN RATE OF THE BALLISTITE
POWDER MIXED WITH ALUMINUM POWDER****M.Yu. Ivanitskiy, A.Yu. Krainov**

A calculation of the burning rate of ballistite powder mixed with aluminium powder has been carried out. The relationship between the burning rate of ballistite powder and the size of aluminium powder particles has been established.

Исследованиям зажигания и горения пороха Н посвящено много экспериментальных и теоретических работ. В [1] описаны экспериментальные данные о влиянии порошка алюминия различной дисперсности, введенного в порох Н, на энергетические характеристики его горения. В экспериментах, по данным [1], вводилось до 9% порошка алюминия с размерами частиц 1 и 40–70 мкм. Представляет интерес провести математическое моделирование горения пороха Н с порошком алюминия.

Рассмотрим модель горения порохов, изложенную в [2]. В случае отсутствия тангенциальной скорости газа над поверхностью топлива она соответствует модели Беляева. Для моделирования сгорания частиц алюминия в потоке продуктов сгорания пороха Н будем использовать модель Фролова [1, 3–4]. Для формулировки математической модели сделаем следующие предположения: в газовой фазе (ГФ) происходит экзотермическая химическая реакция первого порядка по закону Аррениуса с константой химической реакции k , происходят конвекция и диффузия реагента, горение происходит в изобарических условиях, учитывается расширение ГФ за счет тепловыделения, горение частиц алюминия описывается по модели Фролова, воспламенение частиц алюминия происходит при достижении температуры частицы, равной 930 К, размер частиц в порохе одинаков, теплообмен между частицами и газом происходит по закону Ньютона, силовое взаимодействие между газом и частицами моделируется по закону Стокса, давление газовой фазы предполагается не зависящим от координаты $P(x) = const$, присутствие частиц алюминия не влияет на теплофизические характеристики пороха Н.

С учетом сделанных предположений математическая запись в системе координат, связанной с поверхностью горения, уравнений энергии, выгорания реагента, сохранения массы ГФ, энергии частиц алюминия, сохранения массы

частиц, движения частиц, сохранения числа частиц алюминия и уравнения состояния примет вид

$$c_2 \rho_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial t} + u \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) = \lambda_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + Y \rho_2 k Q_2 \exp \left(\frac{-E_2}{RT_2} \right) + 4\pi Nu \lambda r_k n (T_3 - T_2), \quad (1)$$

$$c_2 \rho_2 \left(\frac{\partial Y}{\partial t} + u \frac{\partial Y}{\partial x} \right) = Le \lambda_2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} - Y \rho_2 k c_2 \exp \left(\frac{-E_2}{RT_2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_2 u)}{\partial x} = -G, \quad (3)$$

$$c_3 \rho_3 \left(\frac{\partial T_3}{\partial t} + w \frac{\partial T_3}{\partial x} \right) = -4\pi Nu \lambda r_k n (T_3 - T_2) + G Q_{al} \frac{27}{24}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_3}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_3 w)}{\partial x} = G, \quad (5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{9\mu}{2\rho_{al}^0 r_k^2} (u - w), \quad (6)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (nw)}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$P = \rho_2 RT_2 = const, \quad (8)$$

$$G = 4 \frac{24}{27} \rho_{al} n r_{al}^{1.5} k_r \eta^{0.9}, \quad r_k = \left[r_{al}^3 + \left((r_{al}^0)^3 - (r_{al})^3 \right) \frac{51}{27} \right]^{\frac{1}{3}},$$

$$r_{al} = \left[\frac{51}{24} (r_{al}^0)^3 - \frac{27}{32} \frac{\rho_3}{\pi n \rho_{al}^0} \right]^{\frac{1}{3}}.$$

На границе $x = 0$ граничные условия выражают законы сохранения. Рассматривая разложение пороха Н как брутто-реакцию с тепловым эффектом Q_1 и энергией активации E_1 , линейная скорость горения топлива определится как

$$v_k = K_v \exp \left(\frac{-E_1}{2RT_s} \right), \quad \text{где } T_s \text{ – температура поверхности. Математическая за-}$$

пись граничных условий на поверхности горения в системе координат, связанной с поверхностью горения, принимает вид

$$\rho_1 v_k Y|_s - \frac{Le \lambda_2}{c_2} \frac{\partial Y}{\partial x} = \rho_1 v_k, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = \rho_1 v_k (c_2 T_2|_0 - Q_1 - c_1 T_{2pr}),$$

$$\rho_2 u|_s = \rho_1 v_k, \quad T_2|_0 = T_3|_0, \quad w = v_k,$$

$$u = \frac{\rho_1 v_k}{\rho_2} \Big|_0, \rho_3 \Big|_0 = \rho_{pr}, \rho_2 \Big|_0 = \frac{p}{R T_2 \Big|_0}, n = \frac{3 \rho_{pr}}{\rho_{al}^0 4 \pi r_0^3}. \quad (9)$$

Граничные условия в газовой фазе при

$$x \rightarrow \infty: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial Y}{\partial x} = 0. \quad (10)$$

Начальные условия:

$$T_{2,3} = T_{pr}, Y = 0, u = \frac{\rho_1 V_k R T_2}{p}, w = v_k, \rho_3 = \rho_{pr}, n = \frac{3 \rho_{pr}}{\rho_{al} 4 \pi r_0^3},$$

$$r_{al} = r_k = r_0, \quad (11)$$

где нижний индекс 1 – конденсированная фаза; 2 – газовая фаза; 3 – частица; ρ – плотность; c – теплоемкость; T – температура; λ – коэффициент теплопроводности; Q – тепловой эффект; k – предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса; Y – относительная концентрация реагента; E – энергия активации химической реакции; x – координата по пространству; t – время; R – газовая постоянная; V_k – линейная скорость горения; u – скорость движения газа; w – скорость движения частиц; p – давление; r_k – радиус частицы; r_{al} – радиус несгоревшей части частицы; n – число частиц в единице объема.

Задача (1)–(11) решалась численно для пороха Н с 9% примеси массы порошка алюминия при следующих значениях параметров:

$$c_1 = 1466 \text{ Дж/(кг·К)}, \quad c_2 = 1466,5 \text{ Дж/(кг·К)}, \quad c_3 = 930 \text{ Дж/(кг·К)}, \quad \lambda_2 = 1 \text{ Вт/(м·К)},$$

$$\lambda_3 = 1 \text{ Вт/(м·К)}, \quad p = 10^7 \text{ Н/м}^2, \quad Q_1 = 556800 \text{ Дж/кг}, \quad Q_2 = 2,4353 \text{ МДж/кг},$$

$$Q_3 = 36,51 \text{ МДж/кг}, \quad \rho_1 = 1600 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_{al} = 2600 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_{pr} = 109 \text{ кг/м}^3, \quad Nu = 10,$$

$$\eta = 1, \quad \mu = 0,001, \quad E_1 = 79733 \text{ Дж/моль}, \quad E_2 = 186107 \text{ Дж/моль}, \quad K_v = 8,46 \text{ м/с},$$

$$k_r = 2,22 \cdot 10^{-5}, \quad k = 10^{10} \text{ с}^{-1}, \quad T_{pr} = 300 \text{ К}.$$

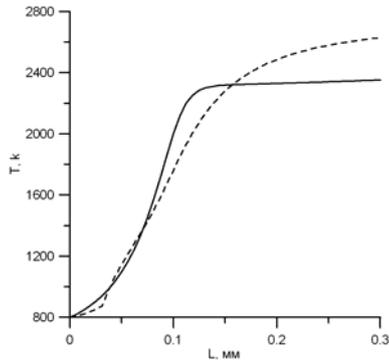


Рис. 1. Температура газа (—) и частиц (---) вблизи поверхности горения

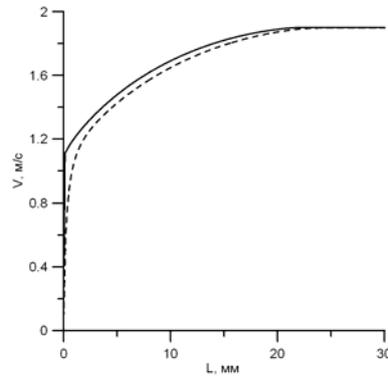


Рис. 2. Распределение скорости газа (—) и частиц (---)

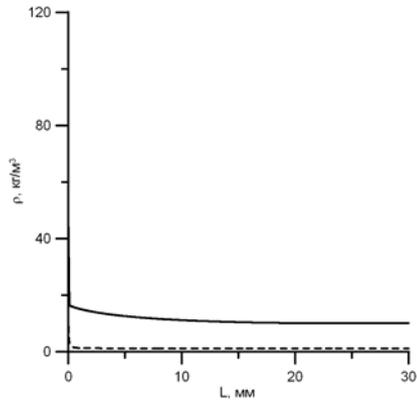


Рис. 3. Распределение плотности газа (—) и распределенной плотности частиц (---)

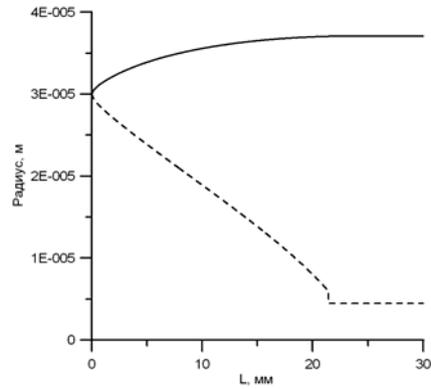


Рис. 4. Распределение радиуса частиц (—) и радиуса алюминия под слоем окисла (---)

Результаты расчетов представлены на рис. 1–4 в виде установившихся распределений параметров продуктов сгорания пороха. Распределения получены методом установления для частиц с радиусом 30 мкм при давлении 100 атм.

Частицы начинают гореть на некотором расстоянии от поверхности пороха, это связано с тем, что частица прогревается до температуры горения и далее начинает гореть, отдавая тепло в газовую фазу.

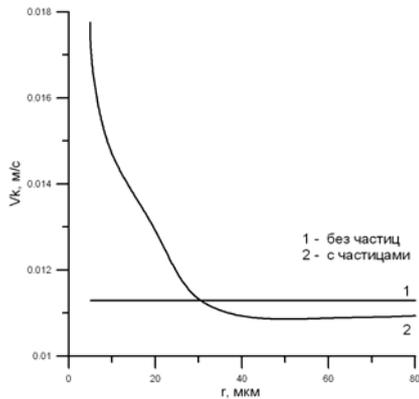


Рис. 5. Зависимость скорости горения от размера частиц

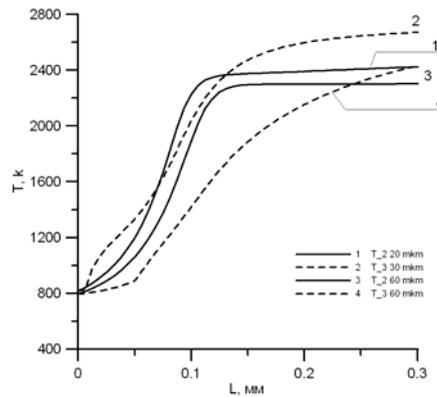


Рис. 6. Распределения температуры газа и частиц вблизи поверхности горения

Было проведено исследование влияния размера частиц порошка алюминия в порохе на скорость его горения. Размер частиц варьировался в диапазоне 5–80 мкм. Процентное содержание алюминия в расчетах было принято 9%. На рис. 5 представлена зависимость скорости горения от размера частиц. Кривая 2 соответствует изменению скорости горения от размера частиц. При размере частиц меньше 30 мкм скорость горения резко увеличивается. Крупные частицы понижают скорость горения относительно скорости горения пороха Н без частиц. На рис. 6 представлены распределения температуры вблизи поверхности горения. Частицы более крупного размера прогреваются дольше. Более мелкие частицы быстро прогреваются и начинают гореть вблизи поверхности,

тем самым отдают энергию газу вблизи поверхности горения, что приводит к увеличению температуры поверхности горения и скорости горения

Для изучения влияния давления на горение пороха с примесью порошка алюминия была проведена серия численных экспериментов, представленных в таблице. С падением давления скорость горения уменьшается. Это связано с понижением температуры поверхности горения. Частицы алюминия, вылетающие с поверхности, начинают гореть, этим самым повышая температуру в газовой фазе частицы малого размера, существенно влияя на скорость горения пороха.

Скорости горения v_k , м/с, для различных давлений и размеров частиц

P , атм	Скорость горения v_k						
	Без Al	2 мкм	5 мкм	10 мкм	30 мкм	40 мкм	80 мкм
100	0,01186	0,02441	0,01776	0,01470	0,01133	0,01094	0,01094
80	0,01056	0,02231	0,01614	0,01331	0,01010	0,00977	0,00969
60	0,00990	0,01986	0,01429	0,01173	0,00860	0,0084	0,00833
40	0,00739	0,01691	0,01209	0,0091	0,00683	0,00667	0,00674
20	0,00518	0,01303	0,00809	0,00601	0,00468	0,00461	0,00470

В работе проведено численное исследование скорости горения, установлено, что в рамках принятых предположений модели скорость горения пороха с примесью порошка алюминия существенно увеличивается при размере частиц алюминия, меньших 30 мкм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мальцев В.М., Мальцев М.И., Капторов Л.Я. Основные характеристики горения. М.: Химия, 1977. 320 с.
2. Булгаков В.К., Липанов А.М. Теория эрозионного горения твердых ракетных топлив. М.: Наука, 2001.
3. Похил П.Ф., Беляев А.Ф., Фролов Ю.В. и др. Горение порошкообразных металлов в активных средах. М.: Наука, 1972. 294 с.
4. Беляев А.Ф., Фролов Ю.В., Коротков А.И. О горении и воспламенении частиц мелкодисперсного алюминия // Физика горения и взрыва. 1968. Т. 4, № 3. С. 323–325.
5. Зельдович Я.Б., Лейпунский О.И., Либрович В.Б. Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975. 132 с.

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОРАБОТКА СХЕМЫ ОТСЕЧКИ ВТОРИЧНЫХ ОСКОЛКОВ ВО ВЗРЫВНЫХ МЕТАЮЩИХ УСТРОЙСТВАХ КУМУЛЯТИВНОГО ТИПА

С.А. Капинос, Д.В. Маляров, Ю.В. Янилкин

Представлен вариант схемы отсечки потока мелких вторичных осколков, движущихся вслед за сформированным высокоскоростным компактным элементом. Удаление этих осколков предложено осуществлять с помощью асимметричного участка кумулятивной выемки. Приведены результаты трёхмерных численных расчётов работы устройства. Полученная конструкция проверена экспериментально.

NUMERICAL SIMULATION AND EXPERIMENTAL MODELING OF THE SECONDARY DEBRIS CUT-OFF SCHEME IN THE CUMULATIVE LAUNCHING DEVICES

S.A. Kapinos, D.V. Malyarov, U.V. Yanilkin

In this paper is represented the variant of the scheme allowed to cut-off a secondary debris flow are moving behind to be formed high velocity compact element. Removing of this debris was realized because of using asymmetric part in the cumulative cavity. To be described the results of the 3D numerical simulations are modeling this device working. This scheme was verified by experiment.

В ФГУП «РФЯЦ–ВНИИЭФ» разработаны и используются в исследованиях кумулятивные метающие устройства (КМУ), схематично изображённые на рис. 1. Устройство формирует высокоскоростной поток осколков, в головной части которого присутствует металлический компактный элемент (КЭ), движущийся с высокой скоростью.

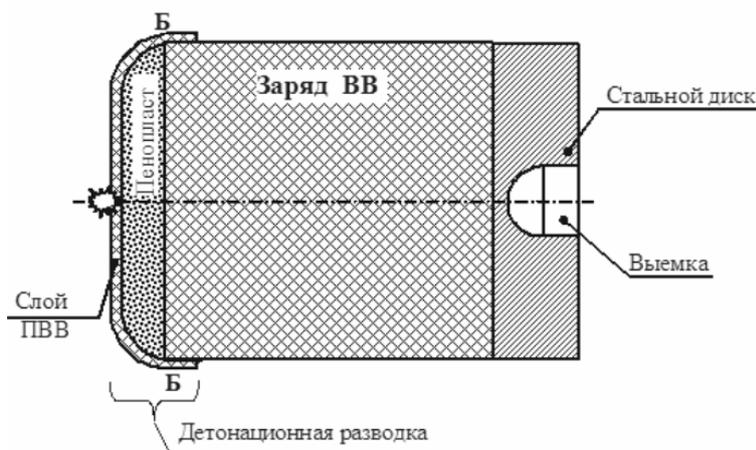


Рис. 1. Кумулятивное метающее устройство

Типичная рентгенограмма компактного элемента и вторичных осколков приведена на рис. 2.



Рис. 2. Типичная рентгенограмма элемента, формируемого КМУ

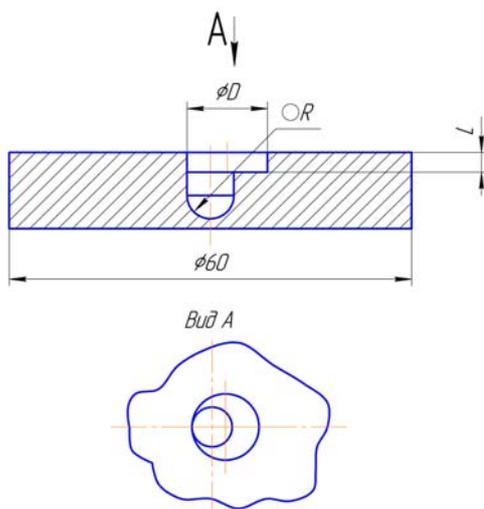


Рис. 3. Диск с асимметричной выемкой

Изначальное предположение о том, что вторичные осколки на значительном удалении от КМУ будут существенно тормозиться и расходиться под действием аэродинамических сил, не оправдалось. В связи с этим возникла необходимость разработки системы их отсечки или увода с траектории основного КЭ. Для этого предложено дополнить стальной диск КМУ асимметричной выемкой [1], как показано на рис. 3. Предполагается, что этот участок, схлопываясь, придаст вторичным осколкам, летящим за КЭ, боковую составляющую скорости и уведёт их с траектории основного элемента.

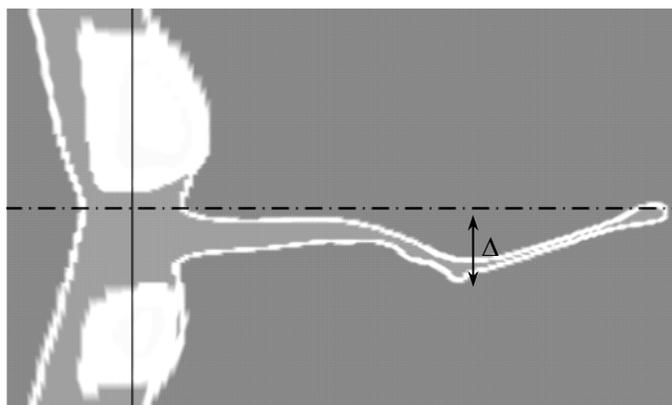


Рис. 4. Поле плотности на момент $t=20$ мкс

Для понимания влияния размеров этого участка и выбора требуемых параметров выемки проведены расчёты по трёхмерной методике [2]. При работе устройства действительно формируется струя с головным безградиентным участком (собственно КЭ). Остальная часть этой струи имеет боковую составляющую скорости и существенно отклоняется от направления движения головного

КЭ. Типичный разрез задачи на момент 20 мкс от инициирования заряда ВВ представлен полем плотности на рис. 4.

№ расчёта	L/R	D/R	Δ/R
1	1	4	2,0
2	1,5	4	2,6
3	2	4	2,7
4	3	4	2,7
5	2	6	2,8
6	2	8	3,1

В проводимых расчётах варьировались безразмерные диаметр и глубина выемки (D/R и L/R на рис. 3) с целью добиться оптимального значения параметра Δ с точки зрения отсечки. Варианты расчётов и полученные значения Δ/R в сведены в таблицу.

В расчётах № 1–4 исследовалось влияние глубины выемки L на отклонение хвостовой части струи (вторичных осколков) от траектории движения КЭ. При увеличении L увеличивается отклонение хвостовой части струи, однако увеличение этого параметра больше двух радиусов полусферы выемки воздействует на направления полёта КЭ, что в результате приводит к существенному отклонению. Так, при $L=2R$ это отклонение составляет величину около $0,1^\circ$, а при $L=3R$ оно увеличилось до 1° , что превышает требуемые значения для решения поставленной задачи. Поэтому для дальнейших исследований была выбрана глубина $L=2R$.

Расчёты № 5 и 6 проведены для изучения влияния диаметра выемки D на параметры движения вторичных осколков. Установлено, что при увеличении диаметра выемки увеличивается отклонение хвостовой части струи. При этом между результатами расчётов № 3 и 5 ($D=4R$ и $D=6R$) различие более существенно, чем между результатами расчётов № 5 и 6 ($D=6R$ и $D=8R$). Можно предположить, что дальнейшее увеличение D будет оказывать всё меньшее влияние на поток вторичных осколков. Следует также отметить, что изменение параметра D практически не сказывается на движении основного элемента.

Таким образом, можно заключить, что из всех исследованных комбинаций параметров выемки наиболее приемлемым с точки зрения увода вторичных осколков с траектории движения КЭ является вариант конструкции КМУ в расчёте № 6.

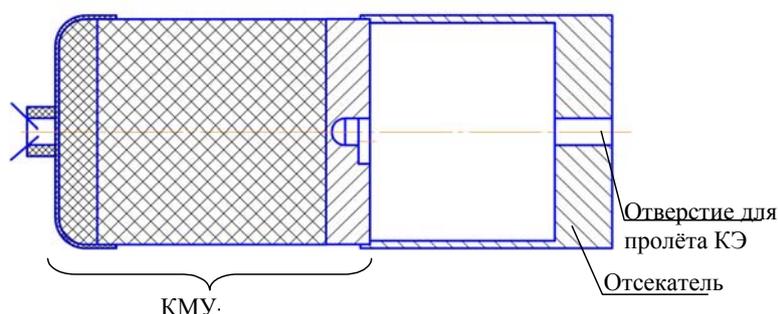


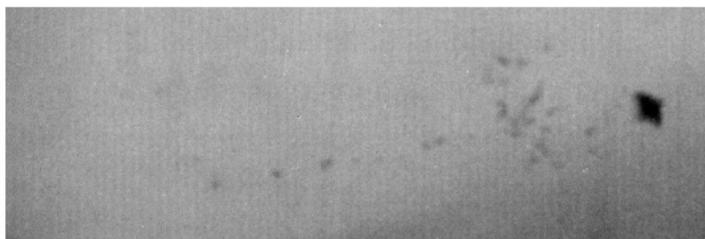
Рис. 5. Схема КМУ с отсекателем

Чтобы полностью избавиться от вторичных осколков, предложено установить на расстоянии около 50 мм от торца КМУ отсекаТЕЛЬ с отверстием для пролёта основного КЭ. Для обеспечения соосности диска КМУ и отверстия отсекаТеля предложена конструкция, показанная на рис. 5.

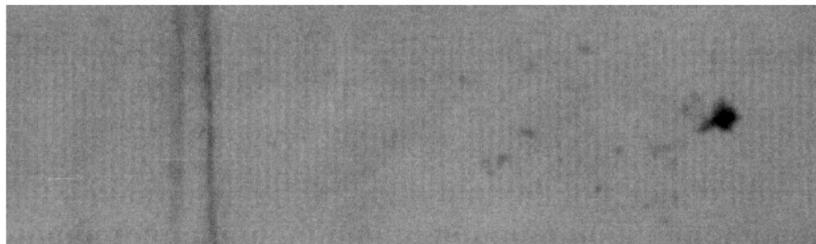
Экспериментально испытывались КМУ с параметрами диска $D=8R$ и $L=R$; $1,5R$; $2R$. Результаты работы КМУ представлены рентгенограммами на рис. 6.

Видно, что при $L=R$ в отверстие отсекаТеля пролетает часть вторичных осколков, а при $L=(1,5\div 2)R$ «хвост» сопутствующих осколков практически полностью отсутствует.

С помощью трёхмерных численных расчётов обоснована схема и оптимизированы параметры асимметричной выемки для увода вторичных осколков с траектории КЭ, формируемого кумулятивным метающим устройством. Предложена и экспериментально проверена конструкция дополнительного отсекаТеля, предназначенного для практически полного исключения вторичных осколков.



а) $D = 8R, L = R$



б) $D = 8R, L = 1,5R$



в) $D = 8R, L = 2R$

Рис. 6. Рентгенограммы КЭ

Авторы благодарят Ю.В. Кочнева, В.А. Могилева за осуществляемое руководство и организацию проведенных работ, А.С. Князева, В.Ю. Арапова, В.В. Коняшина, В.В. Островского, Д.С. Редюшева, А.В. Родионова – за подготовку и проведение экспериментов.

Данная работа велась в том числе и в интересах исследований, проводимых ведущей научной школой (научный руководитель – Ю.И. Файков) НШ – 9.2008.10 по гранту Президента РФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Устройство формирования компактного элемента: Патент на полезную модель № 53429. Заяв. 2008101643 от 15.01.2008.
2. Янилкин Ю.В., Беляев С.П., Стадник А.Л. и др. Эйлеравы численные методики ЭГАК и ТРЭК для моделирования многомерных течений многокомпонентной среды // Тр. РФЯЦ–ВНИИЭФ. 2008. Вып. 12. С. 54–68.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЛУБОКОЙ ВЫТЯЖКИ ОБРАЗЦОВ ИЗ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЯХ*

А.А. Козулин, А.В. Корепанов, А.Е. Ширококов

Предложена физико-математическая модель, предназначенная для имитационного компьютерного моделирования динамических испытаний образцов из конструкционных алюминиевых сплавов на глубокую динамическую вытяжку при различных скоростях индентора от 1 до 20 м/с. Обработаны экспериментальные данные с целью выявления особенностей деформирования материалов.

NUMERICAL SIMULATION OF ALUMINUM ALLOYS UNDER DEEP DRAWING IMPACT TESTING

A.A. Kozulin, A.V. Korepanov, A.E. Shirobokov

The present research concentrates on the development of physical-mechanical properties of aluminum alloys under deep drawing impact testing. The material model was further used to predict the behavior of a aluminum alloys in a structural members. Johnson-Cook material models were used in the present research.

Общепринятый метод определения пластичности при динамических нагрузениях листовых металлов и сплавов включает в себя двухосное растяжение жестко закрепленного образца для испытаний, производимое путем моделирования глубокой вытяжки. По условиям испытания требуется, чтобы индентор в форме шарика из соответствующей спецификациям стали вдавливался и полностью пробивал жестко зафиксированный образец листового материала. При данном виде нагружения материал образца испытывает большие пластические деформации. Поэтому сложность моделирования данных процессов состоит в правильном подборе определяющих уравнений и их параметров.

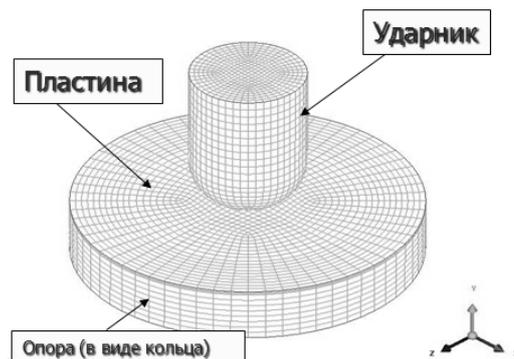


Рис. 1. Расчетная сеточная модель

* Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

В работе методами численного компьютерного моделирования проводили исследования глубокой динамической вытяжки в образце, изготовленном из конструкционного алюминиевого сплава АМгб. В общем виде применительно к условиям поставленной задачи решение системы аналитическими методами не представляется возможным. Решение задачи в данной постановке возможно только численными методами [1].

Задача о моделировании глубокой динамической вытяжки при динамических испытаниях подразумевает численное решение с помощью конечно-разностных методов. Расчетная область, подготовленная средствами программного комплекса ANSYS Workbench 11, представлена на рис. 1. Вычислительный эксперимент проведен в специализированной для решения динамических задач программе AUTODYN. Образец в форме круглой пластины опирается на подвижную опору в виде кольца, индентор закреплен неподвижно. Опора с постоянной скоростью движется вдоль оси деформирования, тем самым перемещая образец в сторону взаимодействия с индентором. Взаимодействие индентора с образцом происходит до достижения нагрузок, соответствующих предельно допустимым деформациям материала образца.

Для описания механического поведения образца из алюминиевого сплава АМгб в [2, 3] предложено использовать вариант модели механического поведения, учитывающий упругопластическое поведение и упрочнение материала, – модель Джонсона–Кука:

$$\sigma = [A + B\varepsilon_p^n] \left[1 + C \log \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_0} \right] \left[1 - \left(\frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}} \right)^m \right],$$

где A, B, C, n, m – константы материала; T_{room} – комнатная температура (293 К); T_{melt} – температура плавления материала; ε_p – интенсивность пластической деформации.

Величина предельно допустимой деформации принималась равной предельной деформации при растяжении того же материала на одноосное растяжение и определялась из экспериментальных данных. В процессе деформации образца предполагается, что его материал упрочняется, т. е. повышается предел текучести, поэтому критерием прочности выбран следующий критерий:

$$\sigma_{mis} \leq \sigma_e,$$

где σ_e – предел кратковременной прочности, а

$$\sigma_{mis} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} - \text{интенсивность напряжений.}$$

Плотность элементов расчетной модели подбиралась из условий сходимости численных результатов. При этом расчетная сетка в инденторе и опоре должна иметь сгущение в области их непосредственного контакта с образцом. В расчете для всех частей использовался автоконтакт по типу поверхность – поверхность.

Получены расчетные зависимости усилий и напряжений алюминиевых сплавов при скоростях нагружения 5, 7.5, 10, 15, 20 м/с.

Из сравнения полученных зависимостей при всех скоростях нагружения видно качественное и количественное согласие экспериментальных и расчет-

ных данных на участке предразрушения, что говорит о правильном выборе определяющего уравнения и плотности расчетной сетки. Представленная вычисленная модель не имеет модели разрушения, поэтому сравнение численных и экспериментальных данных проводится только до предельно допустимых нагрузок исходя из выбранного критерия прочности.

Разработан алгоритм и опробована методика расчета ударного взаимодействия деформируемых твердых тел на примере экспериментов на глубокую динамическую вытяжку с использованием программного комплекса ANSYS Workbench 11. Показана принципиальная возможность моделирования процессов динамического нагружения, связанных с ударным характером приложения нагрузки.

Проведен ряд вычислительных экспериментов на глубокую динамическую вытяжку при скоростях нагружения 5, 7.5, 10, 20 м/с. Проведен анализ механического поведения конструкционных алюминиевых сплавов на примере АМгб при высокоскоростной деформации с учетом пластического течения материала и деформационного упрочнения. Определены величины максимальных усилий, возникающих в процессе деформирования образца.

На основе анализа достоверности полученных численно данных выявлено, что результаты, полученные с использованием модели Джонсона–Кука, близки к экспериментальным данным, но не полно отражают реальную картину деформации и разрушения образцов. В связи с этим существует необходимость более детальной разработки модели поведения материала, более точно согласовывающейся с экспериментальными данными, а именно дополнительного введения в расчетную модель критерия разрушения и выбора модели появления и роста трещин.

При использовании модели Джонсона–Кука при разных скоростях нагружения материал упрочняется примерно в 3 раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабкин А.В., Колпаков В.И., Охитин В.Н., Селиванов В.В. Численные методы в задачах взрыва и удара: Учебник для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 516 с.
2. Altenhof W. et al. Numerical simulation of AM50A magnesium alloy under large deformation // International Journal of Impact Engineering 30. 2004. P. 117–142.
3. Johnson G.R., Cook W.J. A constitutive model and data for metals subject to large strains, high strain rates and high temperatures // Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics. The Hague, Netherlands, 1983. P. 541.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКОСТИ РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ МЕТОДАМИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ*

А.В. Корепанов, А.А. Козулин

Обсуждается возможность численного исследования вязкости разрушения металлов и сплавов. Представлена трехмерная компьютерная модель эксперимента на ударный трехточечный изгиб. В качестве определяющего уравнения для описания поведения деформированного материала использована модель Джонсона–Кука. Дополнительно подобран критерий разрушения материала, описывающий распространение трещины, ведущей к разрушению.

NUMERICAL INVESTIGATION OF METALS AND ALLOYS FRACTURE TOUGHNESS

A.V. Korepanov, A.A. Kozulin

The present research concentrates on the development of a material model for a crystalline materials, frequently used in the automotive and aircraft industry. This computer model was developed and validated through experimental and numerical simulation of standardized charpy tests. The material model was further used to predict the behavior of a crystalline materials in a structural member. Johnson-Cook material models were used in the present research.

Применяя к исследованию деформации образцов из металлов и сплавов компьютерное численное моделирование, появляется возможность более детального изучения кинетики разрушения и локализации пластической деформации в материале образцов непосредственно в процессе нагружения. Кроме того, компьютерное моделирование дает возможность детально исследовать сам процесс упругой и пластической деформации и формирования полос сдвига. Достоверность результатов численного моделирования определяется путем сопоставления расчетных данных с экспериментальными. Дополнительным преимуществом использования численного моделирования является возможность изучать деформационные свойства материалов с наименьшими экономическими затратами, тем более это касается изучения дорогостоящих материалов, таких как наноматериалы или ультрамелкозернистые материалы.

В данной работе обсуждается возможность определения закономерностей динамического разрушения металлов и сплавов при численном анализе экспериментальных данных, полученных при испытании образцов материалов на ударный трехточечный изгиб. Нами подготовлена и предложена физико-математическая модель, предназначенная для имитационного компьютерного моделирования динамических испытаний на трехточечный изгиб при различных скоростях ударника от 1 до 20 м/с, выбраны определяющие уравнения, определены константы материалов.

* Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

Для описания поведения материала образца использовалась модель упруго-пластического тела, разработанная Джонсоном и Куком [1], учитывающая деформационное упрочнение и влияние скорости деформации на напряжения течения.

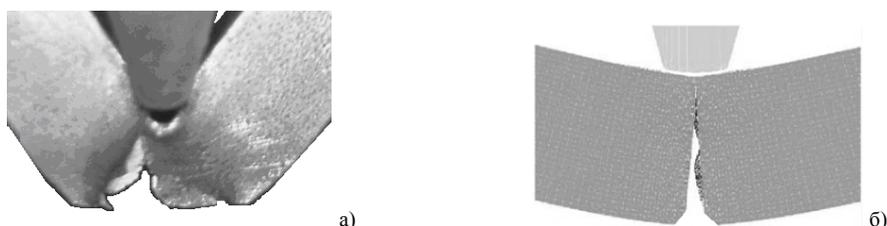


Рис. 1. Вид разрушенного образца: *а* – эксперимент; *б* – численное моделирование

Для моделирования распространения трещины использована эрозионная модель, которая предусматривает исключение из расчета сеточных элементов при достижении в них предельно допустимой кумулятивной пластической деформации. Величина предельно допустимой деформации принималась равной предельной деформации при растяжении того же материала на одноосное растяжение, определялась экспериментально.

На основе полученных результатов расчета движения поверхности контакта образца и ударника проводились сопоставления с соответствующими экспериментальными данными [2, 3], позволяющие оценивать параметры динамической вязкости разрушения. Используя данные численного расчета, вязкость разрушения материала определяется путем интегрирования кривой нагрузка–перемещение от начала деформирования до полного разрушения образца.

При анализе численных результатов картина распространения трещины в деформируемом образце, приводящей к его разрушению, отличается от экспериментальной (рис. 1). Кривые, представленные на рис. 2, иллюстрируют зависимость изменения нагрузки во времени. Расчетные данные представлены под цифрой 1, данные натурного эксперимента – под цифрой 2. Из рис. 2 видна корреляция численных и экспериментальных данных в доступных пределах, однако разрушение в численном эксперименте начинается чуть раньше, чем в натурном. Этот факт можно объяснить излишней идеализацией численной модели путем неучета наличия в экспериментальных образцах технологических дефектов и протекания процессов структурных изменений, появляющихся в ходе динамического деформирования и приводящих к изменению физико-механических свойств кристаллических ультрамелкозернистых образцов.

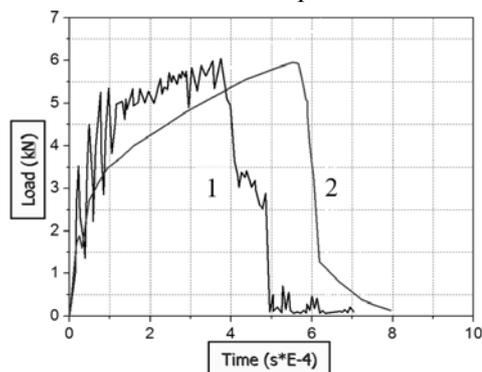


Рис. 2. Зависимости нагрузки от времени (результаты эксперимента и численного моделирования)

Причем протекание этих процессов в крупнокристаллических и ультрамелкозернистых материалах отличается. Снижение напряжения течения ультрамелкозернистых материалов может быть обусловлено динамической рекристаллизацией, зернограничным проскальзыванием в полосах локализованной деформации, взаимодействием дислокаций с границами зерен и дисперсными выделениями фаз и рядом других физических механизмов.

Проведенные исследования подтверждают возможность применения численного моделирования для исследования вязкости разрушения металлов и сплавов. Однако следует тщательно отнестись к выбору моделей поведения материала, определению констант модели и учету особенностей механического поведения. Поэтому далее планируется дополнительно провести исследование микроструктуры образцов в области разрушения до деформации и после и ввести в численную модель соответствующие корректировки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Johnson G.R., Cook W.J.* A constitutive model and data for metals subject to large strains, high strain rates and high temperatures // Proceedings of the 7-th International Symposium on Ballistics. The Hague, Netherlands, 1983.
2. *Paulino G.H., Carpenter R.D. et al.* Fracture testing and finite element modeling of pure titanium // Engineering Fracture Mechanics. 2001. № 68. P. 1417–1432.
3. *Altenhof W. et al.* Numerical simulation of AM50A magnesium alloy under large deformation // International Journal of Impact Engineering 30. 2004. P. 117–142.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В УГОЛЬНОЙ ПЫЛИ И ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА НА ОСЛАБЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**А.А. Павленко, О.Б. Кудряшова, Е.В. Барышникова, С.С. Титов**

Рассматриваются вопросы ослабления оптического излучения атмосферой угольной шахты. Исследовано влияние на ослабление излучения процессов коагуляции и осаждения угольной пыли, а также влажности воздуха.

A MATHEMATICAL MODEL OF THE EFFECTS OF THE PHYSICAL PROCESSES IN COAL DUST AND HUMIDITY UPON THE OPTICAL RADIATION ATTENUATION**A.A. Pavlenko, O.B. Kudryashova, Ye.V. Baryshnikova, S.S. Titov**

The problems of the optical radiation attenuation by the colliery atmosphere are considered. The effects upon the radiation attenuation by the processes of coagulation and sedimentation of coal dust as well as by air humidity are studied.

В настоящее время в области обеспечения безопасности угольных шахт основное внимание направлено на развитие оптических систем дистанционного обнаружения очага возгорания на ранних стадиях. В горной промышленности процессы разрушения полезного ископаемого и вмещающих пород, а также транспортирования и переработки горной массы, при которых происходят ее дробление и истирание, сопровождаются образованием большого количества пыли, способной более или менее длительное время находиться во взвешенном состоянии в воздухе. Поэтому выполнение важнейших требований к оптико-электронным приборам (ОЭП), таких, например, как достижение заданной дальности действия, помехозащищенности, точности измерений, зависит от того, насколько правильно учтено взаимодействие излучения с внешней средой.

Для обеспечения взрывозащиты шахт, наряду с комплексным обеспыливанием рудничного воздуха, осуществляются мероприятия по предупреждению и локализации взрывов, основанные на применении воды. Вследствие чего рудничная атмосфера имеет повышенную влажность, которая может как самостоятельно ослаблять излучение, так и оказывать влияние на ослабление излучения частицами угольной пыли.

Для учёта влияния атмосферы угольной шахты на оптическое излучение была разработана математическая модель ослабления оптического излучения запыленной средой угольной шахты с учетом повышенной влажности.

При разработке математической модели были решены следующие частные задачи:

1. Рассчитаны рассеяние и поглощение оптического излучения на частицах пыли и их зависимость от состава и концентрации взвешенных частиц.

2. Исследовано влияние влажности на ослабление излучения частицами угольной пыли.

3. Исследованы процессы осаждения и коагуляции угольной пыли в атмосфере.

Для нахождения характеристик ослабления излучения на аэрозольных частицах сначала было рассчитано рассеяние света на одной частице. На рис. 1 приведены зависимости факторов эффективности ослабления, рассеяния и поглощения для частиц угольной пыли согласно теории Ми, а на рис. 2 приведена зависимость фактора эффективности ослабления для воды, где параметр $\chi = 2\pi r/\lambda$, r – радиус частицы, λ – длина волны. Комплексный показатель преломления (КПП) угольных частиц принят $(2-i)$ [1].

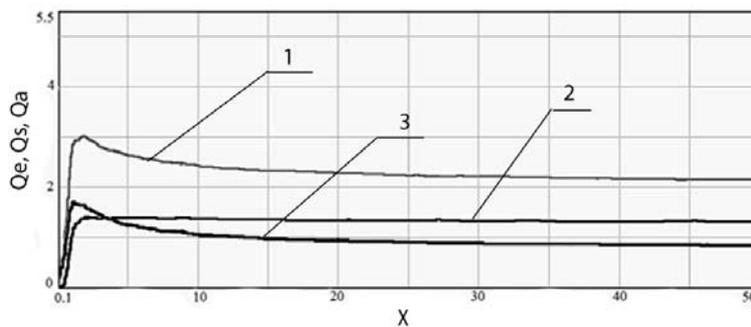


Рис. 1. Зависимости факторов эффективности ослабления (1), рассеяния (2) и поглощения (3) Q_e, Q_s, Q_a от параметра χ ($m=2-i$)

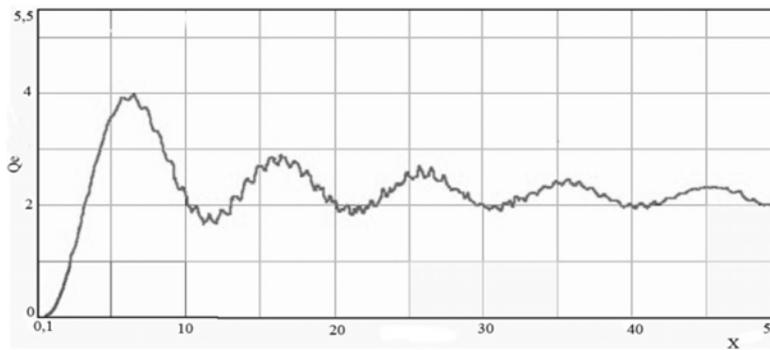


Рис. 2. Зависимость фактора эффективности ослабления от параметра χ для воды ($m=1,33-i10^{-9}$)

Далее рассмотрены оптические характеристики системы аэрозольных частиц в приближении однократного рассеяния. В результате для системы сферических частиц с одинаковыми показателями преломления и разными размерами коэффициент ослабления определяется соотношением [2]:

$$\alpha = N \int \pi r^2 Q_e(r, m) f(r) dr, \tag{1}$$

где $Q_e(r, m)$ – фактор эффективности ослабления частицей с радиусом r ; $f(r)$ – функция распределения частиц по размерам; N – счетная концентрация аэрозольных частиц.

Из-за повышенной влажности частицы угольной пыли покрываются водной плёнкой, что изменяет законы преломления и рассеяния оптического излучения на них.

Двухслойная сферическая частица с однородным ядром радиуса r_c и оболочкой характеризуется полным радиусом частицы r , отношением радиуса ядра к полному радиусу r_c/r , КПП ядра m_1 и КПП оболочки m_2 . Для вычисления оптических характеристик ансамбля двухслойных сфер надо проинтегрировать соответствующие характеристики одиночной сферы по геометрическим параметрам ансамбля, т.е. по r и r_c/r с функцией распределения [3]. Тогда коэффициент ослабления определяется соотношением

$$\alpha = \pi N \int_0^{\infty} r^2 Q_e(r, r_c/r, m_1, m_2) F(r, r_c/r) . \quad (2)$$

Если $f(r)$ – функция распределения ядер, то искомая функция распределения $F(r)$ получается из $f(r)$ в результате трансформации ее, описываемой неким набором параметров модели образования оболочки, что дает возможность использовать в качестве $f(r)$ «стандартные» функции распределения однородных частиц. Примем, что указанный процесс трансформации может быть описан линейной зависимостью полного радиуса двухслойной частицы. Соответственно получаем

$$F(r) = f\left(\frac{r}{q_1} - \frac{q_2}{q_1}\right), \quad (3)$$

где q_1 и q_2 – некие функции, зависящие от параметров модели образования оболочки.

Для связи радиуса обводненной частицы r с радиусом ядра r_c используем соотношение Кастена в модификации Хенела [3]:

$$\frac{r}{r_c} = (1 - u)^{-P \lg(1-u) - Q}, \quad (4)$$

где u – относительная влажность воздуха; P и Q – эмпирические константы, в частности, рекомендуются $P = 0,0498$, $Q = 0,173$ для «среднего» аэрозоля. Формула справедлива при $u < 0,95$. При больших значениях влажности начинается конденсационный рост водяных капель [3].

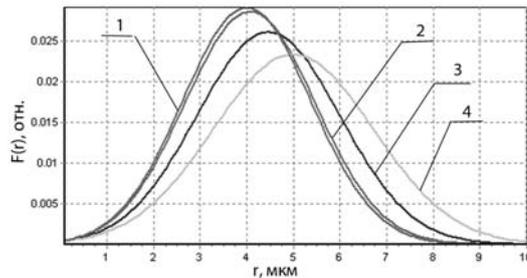


Рис. 3. Функция распределения частиц по размерам без учета влажности (1) и при относительной влажности 0,1 (2); 0,5 (3); 0,9 (4)

Таким образом, модель для частиц с нерастворимым обводненным ядром $q_1 = r/r_c$ и $q_2 = 0$ находится из соотношений (2) – (4). На рис. 3 представлены функции распределения дисперсного состава обводненных частиц со средним медианным диаметром 4 мкм и при относительной влажности 0,1; 0,5 и 0,9. В качестве функции распределения был взят логарифмически нормальный закон [3]. Анализ расчетных данных для двухслойных шаров показал, что можно с достаточной точностью использовать модель однородного шара со средним показателем преломления m' , определяемым формулой [4]:

$$m' = m_1 \left(1 - \left(\frac{r_c}{r} \right)^3 + m_2 \left(\frac{r_c}{r} \right)^3 \right). \quad (5)$$

Тогда, используя теорию Ми, получим факторы эффективности ослабления двухслойных шаров при различной относительной влажности, для КПП $m_1 = 2 - i$ и $m_2 = 1,33 - i10^{-9}$. На рис. 4 приведены зависимости факторов ослабления Q_e от параметра χ для обводненных угольных частиц.

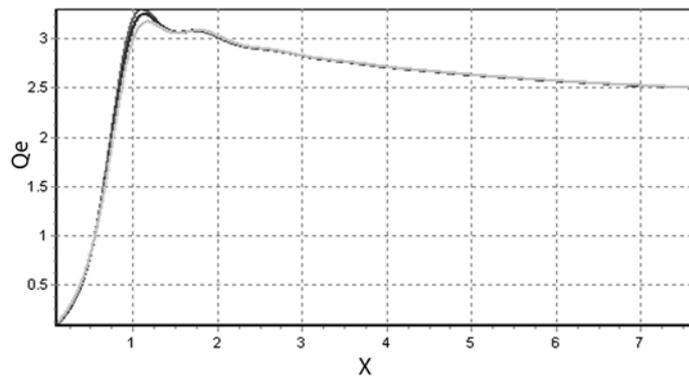


Рис. 4. Зависимости факторов ослабления Q_e от параметра χ для обводненных угольных частиц при относительной влажности 0,1 (верхняя кривая); 0,5 (средняя кривая) и 0,9 (нижняя кривая)

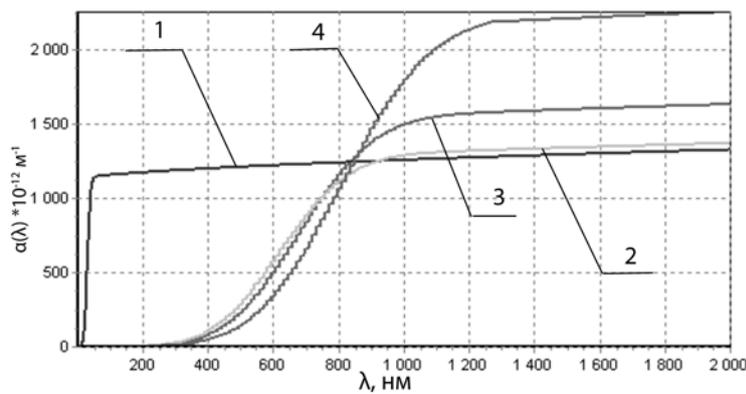


Рис. 5. Зависимость коэффициента ослабления $\alpha(\lambda)$ от длины волны для угольных частиц (1); обводненных угольных частиц при $u = 0,1$ (2); обводненных угольных частиц при $u = 0,5$ (3); обводненных угольных частиц при $u = 0,9$ (4) со средним медианным диаметром 4 мкм и счетной концентрацией $10^7 \cdot \text{м}^{-3}$

Используя соотношение (2), был рассчитан коэффициент ослабления для облака двухслойных сфер (рис. 5). Из рисунка понятно, что в видимой области будет наблюдаться существенная деформация спектра оптического излучения при рассматриваемых исходных параметрах аэрозоля. Причем способность к ослаблению излучения на больших длинах волн усиливается с увеличением влажности.

Далее были рассмотрены физические процессы в угольной пыли. Пространственная структура аэрозолей заметно изменяется во времени в результате процессов коагуляции и ослабления частиц при их распространении в атмосфере. Частицы размером более 10 мкм оседают в неподвижном воздухе с возрастающей скоростью, размером 0,25 – 10 мкм оседают в воздухе с постоянной скоростью, размером менее 0,25 мкм находятся в непрерывном броуновском движении. Сопротивление среды движению шарообразных частиц может быть выражено уравнением Осена [5]:

$$F = -6\pi\eta r V \left(1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{r\gamma_g V}{\eta} \right) = -6\pi\eta r V \left(1 + \frac{3}{16} \text{Re} \right), \quad (6)$$

где γ_g – плотность среды; η – вязкость газа; V – скорость оседания, а

$$\text{Re} = 2 \frac{r\gamma_g V}{\eta} - \quad (7)$$

число Рейнольдса. Было рассмотрено оседание частиц под действием силы тяжести [5]:

$$F = \frac{4}{3} \pi r^3 g \gamma, \quad (8)$$

где g – ускорение силы тяжести; γ – плотность частицы. Выражение для расчета скорости оседания примет вид

$$V = \frac{2r^2 g \gamma}{9\eta \left(1 + \frac{3}{16} \text{Re} \right)}. \quad (9)$$

Для того чтобы рассчитать скорость оседания частиц, необходимо определить Re , для этого можно вывести следующее уравнение:

$$x = \text{Re}^2 \psi = \frac{32}{3} \cdot \frac{r^3 \gamma_g g}{\eta^2}, \quad (10)$$

где ψ – коэффициент лобового сопротивления шара.

Далее воспользуемся формулой, связывающей ψ и Re , предложенной Л. Клячко [5]:

$$\psi = \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt[3]{\text{Re}}}. \quad (11)$$

В результате решения системы уравнений получим

$$\text{Re} = \frac{-24 + \sqrt{576 + 18x}}{9}. \quad (12)$$

На рис. 6 представлена зависимость скорости оседания угольных частиц в воздухе от их радиуса.

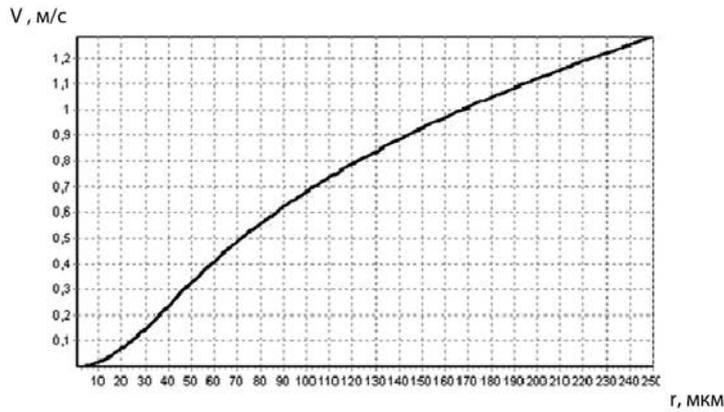


Рис. 6. Зависимость скорости оседания угольных частиц в воздухе от радиуса r , мкм

Также важным механизмом формирования спектра размеров атмосферных аэрозолей является коагуляция. В общем случае константа коагуляции полидисперсного аэрозоля выражается формулой

$$K = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} K(r_1, r_2) f(r_1, t) f(r_2, t) dr_1 dr_2, \quad (13)$$

где $f(r, t)$ – функция распределения частиц по размерам в момент t , а $K(r_1, r_2)$ – константа коагуляции частиц с радиусами r_1 и r_2 , выражающаяся в случае грубых аэрозолей формулой

$$K(r_1, r_2) = 8\pi \frac{r_1 + r_2}{2} \cdot \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{kT}{3\eta} \left(\sqrt{\frac{r_1}{r_2}} + \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \right)^2. \quad (14)$$

Коагуляция полидисперсной системы с произвольным начальным распределением размеров частиц исследована Н. Туницким [5]. Пусть $f(r, t)$ – относительная концентрация частиц с радиусом r в момент t . Изменение $f(r, t)$ со временем выражается уравнением

$$\frac{df(r, t)}{dt} = \frac{1}{2} \int_0^m K(r, r - r_1) f(r - r_1) dr_1 - f(r) \int_0^{\infty} K(r, r_1) f(r_1) dr_1. \quad (15)$$

На рис. 7 представлены кривые изменения функции распределения частиц по размерам с учетом коагуляции и осаждения. График показывает существенное уменьшение концентрации за счет осаждения крупных частиц и сдвиг максимума в сторону меньших частиц.

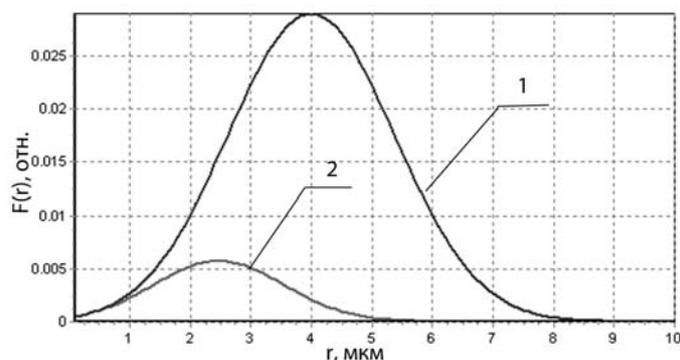


Рис. 7. Изменение функции распределения частиц по размерам с учетом коагуляции и осаждения под действием силы тяжести: 1 – в начальный момент времени; 2 – через 900 с

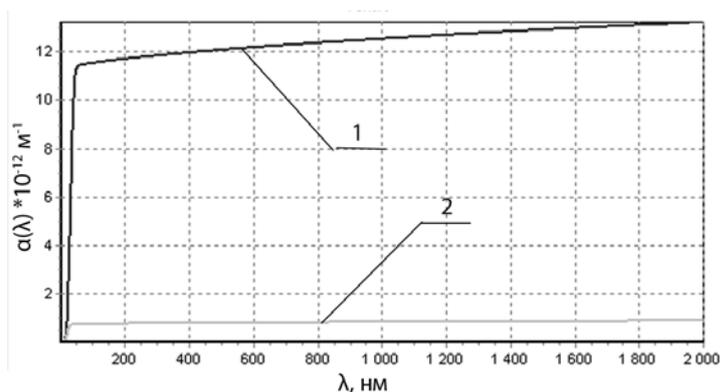


Рис. 8. Зависимость коэффициента ослабления $\alpha(\lambda)$ от длины волны для угольных частиц со средним медианным диаметром 24 мкм в начальный момент времени (1) и через 900 с (2)

На рис. 8 представлена зависимость изменения коэффициента ослабления излучения от времени в результате осаждения и коагуляции. Видно, что за время наблюдения порядка 15 мин коэффициент ослабления уменьшился на 80%.

В результате проведенной работы построена модель ослабления излучения на частицах угольной пыли с учетом влажности атмосферы. Также были рассмотрены наиболее важные динамические параметры аэрозольного облака, такие как осаждение и коагуляция.

ЛИТЕРАТУРА

1. Райст П. Аэрозоли: Учеб. пособие. М.: Мир, 1987. 240 с.
2. Тимофеев Ю.М., Васильев А.В. Теоретические основы атмосферной оптики. СПб.: Наука, 2003. 474 с.
3. Ивлев Л.С., Довгалоюк Ю.А. Физика атмосферных аэрозольных систем. СПб.: НИИХ СПбГУ, 1999. 194 с.
4. Зуев В.Е., Кабанов М.В. Современные проблемы атмосферной оптики. Т. 4: Оптика атмосферного аэрозоля. Л.: Ленинградгидрометеоздат, 1987. 255 с.
5. Фукс Н.А. Механика аэрозолей. М.: Изд-во Академии наук СССР, 1955. 350 с.

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ПЛОСКОЙ
ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В СЛУЧАЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО
КОНТУРА КАК ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ГАРМОНИЧЕСКОЙ
ФУНКЦИИ**

М.С. Павлов, А.А. Светашков

Рассматривается способ определения объемной деформации для плоской задачи теории упругости путем решения задачи Дирихле для гармонической функции. Приводятся примеры.

**REPRESENTATION OF A BOUNDARY PROBLEM OF THE
FLAT THEORY OF ELASTICITY BY THE DECISION OF
DIRICHLET'S PROBLEM FOR HARMONIOUS FUNCTION**

M.S. Pavlov, A.A. Svetashkov

The way of definition of cubic strain for a flat problem of the theory of elasticity by the decision of Dirichlet's problem for harmonious function is considered. Examples are resulted.

В настоящее время для решения задач математической физики, в том числе задач теории упругости, широко применяются различные численные методы. Однако большинство таких методов предъявляют достаточно высокие требования к вычислительной технике. В этой связи актуальным является вопрос о поиске методов, минимизирующих вычислительные затраты.

В большинстве случаев при реализации какого-либо численного алгоритма возникает необходимость решения систем линейных алгебраических уравнений достаточно высокого порядка, тем большего, чем выше желаемая точность результатов. В этой связи хорошо известны преимущества, которые дают преобразования матрицы коэффициентов алгебраической системы уравнений, в частности её приведение к диагональному виду. Оказывается, что система уравнений равновесия теории упругости допускает приведение к диагональной форме в дифференциальном виде, минуя процедуру перехода к приближённой СЛАУ. Последнее позволяет сформулировать метод решения плоской задачи теории упругости на основе диагонализированной системы уравнений равновесия [1, 2].

Согласно этому методу для плоской задачи в области необходимо найти решение двух независимых гармонических функций:

$$\Delta\theta(x, y) = 0, \quad \Delta f(x, y) = 0. \quad (1)$$

Здесь θ – объёмная деформация, f – вспомогательная гармоническая функция. Компоненты тензора напряжений определяются через эти функции, например, следующим образом:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= d_2(y\theta) + d_1f, \\ \sigma_y &= 2\theta - d_2(y\theta) - d_1f, \\ \tau_{xy} &= -yd_1\theta + d_2f.\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь через d_1, d_2 обозначены операторы дифференцирования по x, y соответственно [3]. Напряжения должны удовлетворять граничным условиям:

$$\sigma_x l + \tau_{xy} m = X, \quad \sigma_y m + \tau_{xy} l = Y, \quad (3)$$

где l, m – направляющие косинусы нормали к границе; X, Y – компоненты поверхностных сил, отнесенных к единице площади. В случае прямоугольного контура система граничных условий в декартовых координатах принимает следующий вид:

на вертикальных границах

$$\pm\sigma_x = X, \quad \pm\tau_{xy} = Y; \quad (4)$$

на горизонтальных границах

$$\pm\sigma_y = Y, \quad \pm\tau_{xy} = X. \quad (5)$$

Причем выбор знака плюс или минус определяется направлением нормали. Поскольку объемная деформация есть

$$\theta = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y), \quad (6)$$

граничные условия для θ в случае прямоугольной области можно записать следующим образом:

на горизонтальных границах

$$\theta = \pm \frac{1}{2} X; \quad (7)$$

на вертикальных границах

$$\theta = \pm \frac{1}{2} Y. \quad (8)$$

Выбор знака плюс или минус определяется направлением нормали.

Таким образом, в случае прямоугольного контура гармоническую функцию объемной деформации $\theta(x, y)$ можно определить, решив задачу Дирихле для гармонического уравнения. Решение уравнения Лапласа с граничными условиями первого рода для прямоугольной области известно [4].

Граничные условия для гармонической функции w задаются в виде

$$\begin{aligned}w &= f_1(y) \text{ при } x = 0, & w &= f_2(y) \text{ при } x = L, \\ w &= f_3(x) \text{ при } y = 0, & w &= f_4(x) \text{ при } y = h.\end{aligned}$$

Здесь L – горизонтальный размер области; h – вертикальный. Решение уравнения Лапласа есть

$$w(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \operatorname{sh} \left[\frac{n\pi}{h} (L-x) \right] \sin \left(\frac{n\pi}{h} y \right) + \sum_{n=0}^{\infty} B_n \operatorname{sh} \left(\frac{n\pi}{h} x \right) \sin \left(\frac{n\pi}{h} y \right) + \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin \left(\frac{n\pi}{L} x \right) \operatorname{sh} \left[\frac{n\pi}{L} (h-y) \right] + \sum_{n=0}^{\infty} D_n \sin \left(\frac{n\pi}{L} x \right) \operatorname{sh} \left(\frac{n\pi}{L} y \right), \quad (9)$$

где коэффициенты A_n, B_n, C_n, D_n определяются формулами

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{2}{\lambda_n} \int_0^h f_1(\xi) \sin \left(\frac{n\pi\xi}{h} \right) d\xi, & B_n &= \frac{2}{\lambda_n} \int_0^h f_2(\xi) \sin \left(\frac{n\pi\xi}{h} \right) d\xi, \\ C_n &= \frac{2}{\mu_n} \int_0^L f_3(\xi) \sin \left(\frac{n\pi\xi}{L} \right) d\xi, & D_n &= \frac{1}{\mu_n} \int_0^L f_4(\xi) \sin \left(\frac{n\pi\xi}{L} \right) d\xi, \\ \lambda_n &= h \operatorname{sh} \left(\frac{n\pi L}{h} \right), & \mu_n &= L \operatorname{sh} \left(\frac{n\pi h}{L} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Для того чтобы определить напряжения, необходимо знать функцию $f(x, y)$, которая также является гармонической. Граничные условия для гармонической функции f можно получить из первого уравнения системы (3). Для этого необходимо подставить в него выражения для напряжений (2):

$$\frac{\partial(y\theta)}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial n} = X. \quad (11)$$

Таким образом, зная θ , функцию f можно определить, решив задачу Неймана для гармонического уравнения при граничных условиях:

$$\frac{\partial f}{\partial n} = X - \frac{\partial(y\theta)}{\partial s}. \quad (12)$$

Ниже приведено несколько примеров определения объемной деформации в простых задачах.

Примеры решения задач:

а) Задача о простом растяжении (сжатии) плоской прямоугольной полосы.

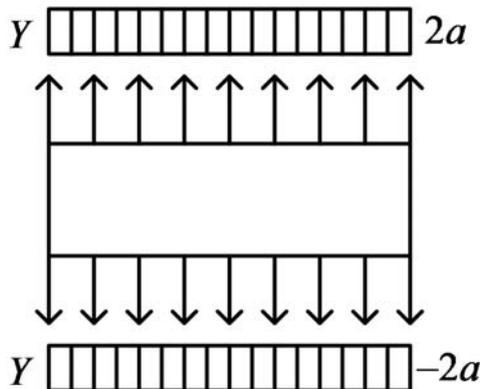


Рис. 1. Эпюра нагружения нормальными усилиями

Плоская прямоугольная полоса растягивается постоянной нагрузкой $Y=2a$. Размеры пластины приняты $L=1, h=1$. Коэффициент $a=2$. Граничные условия для напряжений:

на левой границе $\sigma_x = X = 0$, $\tau_{xy} = Y = 0$,

на нижней границе $\sigma_y = -Y = 2a$, $\tau_{xy} = X = 0$,

на правой границе $\sigma_x = X = 0$, $\tau_{xy} = Y = 0$,

на верхней границе $\sigma_y = Y = 2a$, $\tau_{xy} = X = 0$.

Для определения объемной деформации необходимо знать σ_x и σ_y на всей границе, в то время как система (3) дает условие только для одной компоненты из двух на каждой границе. Исходя из соображений непрерывности функций $\sigma_x(x,y)$, $\sigma_y(x,y)$, можно аппроксимировать линейной функцией. В случае растяжения прямоугольной полосы постоянной нагрузкой такая аппроксимация даст на левой границе $\sigma_y=2a$, на нижней границе $-\sigma_x=0$, на правой $-\sigma_y=2a$, на верхней $-\sigma_x=0$. Тогда граничные условия для гармонической функции $\theta(x,y)$:

$$\begin{aligned} f_1(y) &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 2a, & f_2(y) &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 2a, \\ f_3(y) &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 0, & f_4(y) &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

На рис. 2 представлено сравнение результатов. Слева – объемная деформация, рассчитанная по (9) и (13), справа – полученная с помощью функции Эри, взятой в виде полинома [5]. При вычислении ряда (9) находилась сумма первых 10 членов.

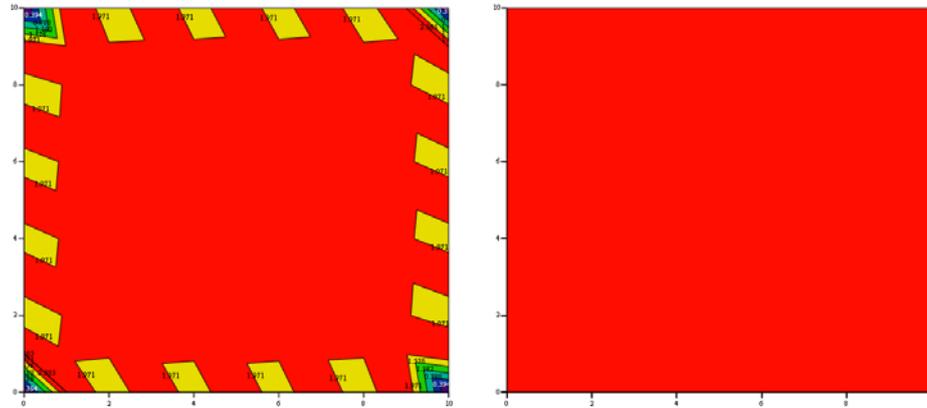


Рис. 2. Результаты расчетов объемной деформации для случая нагружения нормальными усилиями

б) Задача о растяжении прямоугольной полосы длиной L нагрузкой, распределённой по треугольному закону.

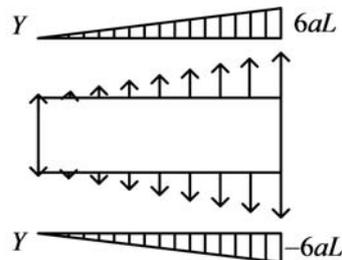


Рис. 3. Эпюра нагружения нормальными усилиями, распределенными линейно

Плоская прямоугольная полоса растягивается линейно распределенной нагрузкой $Y=6ax$. Размеры пластины приняты $L=1, H=1$. Коэффициент $a=2$. Граничные условия для напряжений:

$$\begin{aligned} \text{на левой границе } \sigma_x = X = 0, \quad \tau_{xy} = Y = 0, \\ \text{на нижней границе } \sigma_y = Y = 6ax, \quad \tau_{xy} = X = 0, \\ \text{на правой границе } \sigma_x = X = 0, \quad \tau_{xy} = Y = 0, \\ \text{на верхней границе } \sigma_y = Y = 6ax, \quad \tau_{xy} = X = 0. \end{aligned}$$

Линейная аппроксимация даст на левой границе $\sigma_y = 0$, на нижней границе $-\sigma_x = 0$, на правой $-\sigma_y = Y=6aL$, на верхней $-\sigma_x = 0$. Граничные условия для гармонической функции $\theta(x,y)$:

$$\begin{aligned} f_1(y) = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 0, \quad f_2(y) = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 6aL, \\ f_3(x) = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 6ax, \quad f_4(x) = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 6ax. \end{aligned} \tag{14}$$

На рис. 4 представлено сравнение результатов. Слева – объемная деформация, рассчитанная по (9), (14), справа – полученная с помощью функции Эри. При вычислении ряда (9), определялась сумма первых 10 членов.

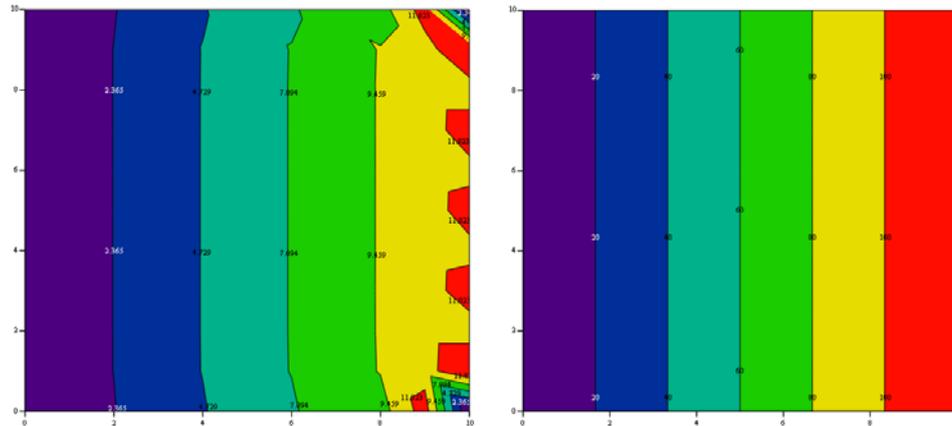


Рис. 4. Результаты расчетов объемной деформации для случая нагружения нормальными усилиями, распределенными линейно

в) Случай, когда к полосе приложены нормальные и касательные напряжения.

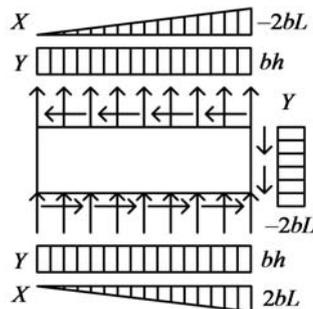


Рис. 5. Эпюра нагружения нормальными и касательными напряжениями

Плоская прямоугольная полоса растягивается нагрузкой $Y=0$ на правой границе, $Y=bh$ на верхней и нижней границах, $Y=-2bL$ на правой границе. $X=0$ на левой границе, $X=2bx$ на нижней границе, $X=0$ на правой границе, $X=-2bx$ на верхней границе. Размеры пластины приняты $L=1$, $h=1$. Коэффициент $b=2$. Граничные условия для напряжений:

$$\begin{aligned} \text{на левой границе } \sigma_x = X = 0, \quad \tau_{xy} = -Y = 0, \\ \text{на нижней границе } \sigma_y = -Y = -bh, \quad \tau_{xy} = -X = -2bx, \\ \text{на правой границе } \sigma_x = X = 0, \quad \tau_{xy} = Y = -2bL, \\ \text{на верхней границе } \sigma_y = Y = bh, \quad \tau_{xy} = X = -2bx. \end{aligned}$$

Линейная аппроксимация даст на левой границе $\sigma_y = 2b\left(y - \frac{h}{2}\right)$, на нижней границе $-\sigma_x=0$, на правой $-\sigma_y = 2b\left(y - \frac{h}{2}\right)$, на верхней $-\sigma_x=0$. Граничные условия для гармонической функции $\theta(x,y)$:

$$\begin{aligned} f_1(y) = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = b\left(y - \frac{h}{2}\right), \quad f_2(y) = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 2b\left(y - \frac{h}{2}\right), \\ f_3(y) = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \left(\frac{1}{2}bh\right), \quad f_4(y) = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}bh. \end{aligned} \quad (15)$$

На рис. 6 представлено сравнение результатов. Слева – объемная деформация, рассчитанная по (9) и (15), справа – полученная с помощью функции Эри. При вычислении ряда (9), находилась сумма первых 10 членов.

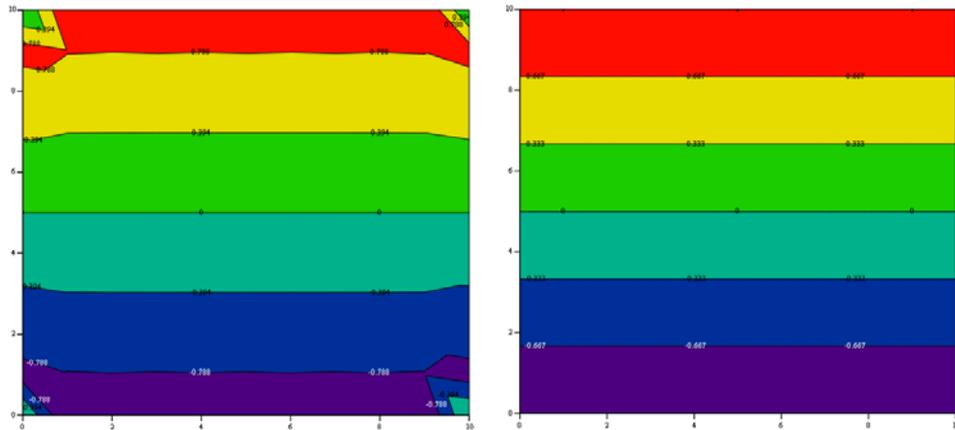


Рис. 6. Результаты расчетов объемной деформации для случая сложного нагружения

з) Изгиб прямоугольной полосы моментами, приложенными по торцам.

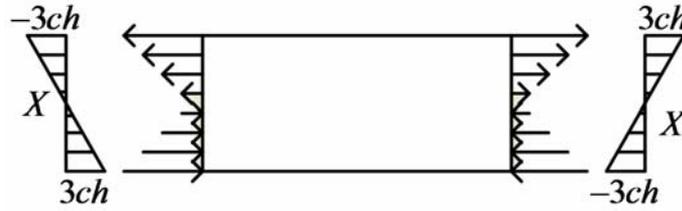


Рис. 7. Эпюра нагружения изгибающими моментами, приложенными по торцам

К прямоугольной полосе приложены нагрузки: на левой границе $X = -6c\left(y - \frac{h}{2}\right)$, на правой границе $X = 6c\left(y - \frac{h}{2}\right)$, на горизонтальных границах $X=0$, $Y=0$ на всем контуре. Размеры пластины приняты $L=1$, $h=1$. Коэффициент $c=2$. Граничные условия для напряжений:

$$\text{на левой границе } \sigma_x = -X = 6c\left(y - \frac{h}{2}\right), \quad \tau_{xy} = -Y = 0,$$

$$\text{на нижней границе } \sigma_y = -Y = 0, \quad \tau_{xy} = -X = 0,$$

$$\text{на правой границе } \sigma_x = X = 6c\left(y - \frac{h}{2}\right), \quad \tau_{xy} = Y = 0,$$

$$\text{на верхней границе } \sigma_y = Y = 0, \quad \tau_{xy} = X = 0.$$

Линейная аппроксимация даст на левой границе $\sigma_y=0$, на нижней границе $\sigma_x = 6c\left(y - \frac{h}{2}\right)$, на правой $\sigma_y=0$, на верхней $\sigma_x = 6c\left(y - \frac{h}{2}\right)$. Граничные условия для гармонической функции $\theta(x,y)$:

$$\begin{aligned} f_1(y) &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 3c\left(y - \frac{h}{2}\right), & f_2(y) &= \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) = 3c\left(y - \frac{h}{2}\right), \\ f_3(x) &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = 3c\left(y - \frac{h}{2}\right), & f_4(x) &= \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) = 3c\left(y - \frac{h}{2}\right). \end{aligned} \quad (16)$$

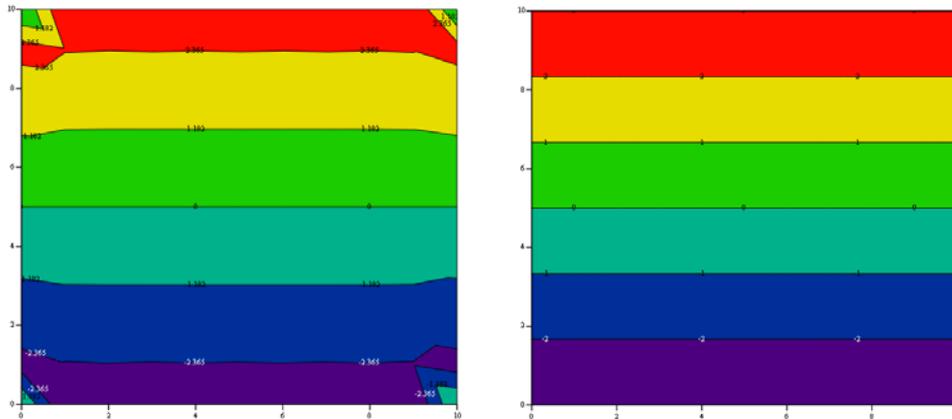


Рис. 8. Результаты расчетов объемной деформации для случая нагружения изгибающими моментами, приложенными по торцам

На рис. 8 представлено сравнение результатов. Слева – объемная деформация, рассчитанная по (9) и (16), справа – полученная с помощью функции Эри. При вычислении ряда (9), находилась сумма первых 10 членов.

Выводы. Представлен способ определения объемной деформации в случае прямоугольного контура путем решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Решения в рассмотренных примерах качественно совпадают с решениями, полученными на основе бигармонической функции, взятой в виде полинома. Расхождение в решениях объясняется малым количеством учтенных членов ряда (9) при определении гармонической функции $\theta(x,y)$ в прямоугольной области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Светашков А.А. Собственные преобразования системы уравнений теории упругости // Изв. вузов. Физика. 2004. № 10. С. 98–101.
2. Светашков А.А. О приведении системы дифференциальных уравнений пространственной теории упругости к диагональному виду // Изв. вузов. Физика. 2005. № 11. С. 116–120.
3. Розин Л.А. Задачи теории упругости и численные методы их решения. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1998. 532 с.
4. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 576 с.
5. Жемочкин Б.Н. Теория упругости. М.: Госстройиздат, 1957. 256 с.

МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗРАБОТКИ ВОДОПЛАВАЮЩИХ НЕФТЯНЫХ ЗАЛЕЖЕЙ

А.В. Поушев

Устанавливаются основные причины образования конусов подошвенной воды в вертикальных и горизонтальных скважинах. Предлагается применение технологий одновременно-раздельной эксплуатации водонасыщенной и нефтенасыщенной зон нефтяного пласта с помощью двухствольных скважин.

ENHANCED OIL RECOVERY TECHNIQUES IN DEVELOPMENT OF BOTTOM WATER-DRIVE RESERVOIRS

A.V. Poushev

The present research highlights fundamental reasons of water coning in vertical wells and water cresting in horizontal wells. Research presents two innovative dual-completion concepts for controlling water cresting in horizontal wells by means of dual well.

Большинство нефтяных залежей, разрабатываемых в настоящее время, частично или полностью подстилаются подошвенными водами, оконтуриваются краевыми водами, а в ряде случаев имеет место и то и другое одновременно. При добыче нефти из пласта с подошвенной водой поверхность водонефтяного контакта деформируется и принимает вид конуса. Как показывают анализы разработки месторождений с подошвенной водой, конусообразование (процесс стягивания подошвенных вод в скважину через забой или в нижние отверстия перфорированного интервала колонны) является основной причиной обводнения скважин, что значительно снижает конечные значения коэффициента извлечения нефти и рентабельность разработки месторождения в целом.

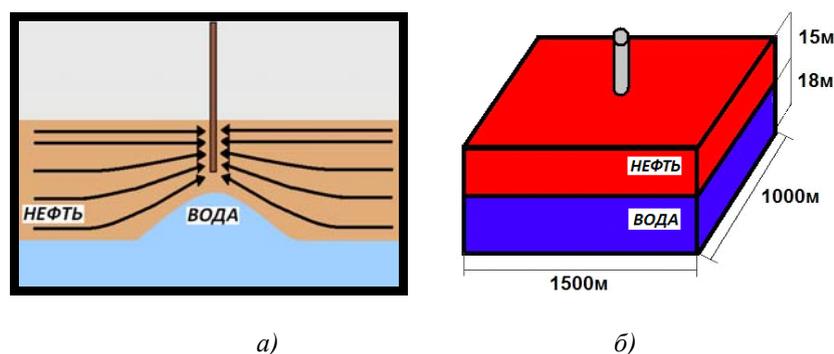


Рис. 1. Схематичное представление конусообразования в скважине (а) и модель призабойной зоны нефтяного пласта БВ₈¹⁻³ месторождения А (б)

Вследствие отбора нефти появляется тенденция к деформированию поверхности раздела двух фаз, которая принимает холмообразный вид, называе-

мый конусом подошвенной воды. Такая поверхность образуется вследствие того, что поток нефти к несовершенной скважине на расстоянии, большем одного-двух значений продуктивной толщины от ее оси (внешняя зона), можно считать плоскорадиальным, где линии тока располагаются параллельно кровле и подошве пласта (рис. 1, а).

В силу того, что горизонтальная проницаемость для малопроницаемых пород в несколько раз больше вертикальной и в нефти присутствует значительное количество парафинистых веществ, градиент давления сдвига для жидкости увеличивается в направлении, перпендикулярном напластованию. Поэтому линии тока в этой зоне располагаются параллельно кровле и подошве пласта. Создавая повышенные градиенты давления на пласт и снижая давление ниже давления насыщения, мы тем самым способствуем снижению структурно-механических свойств нефти в околоскважинной зоне и увеличению скорости фильтрации, вокруг забоя скважины образуется внутренняя зона, характеризующаяся пространственным притоком, в которой линии тока искривлены.

В результате такого искривления линий тока появляется вертикальная составляющая скорости фильтрации, значение которой возрастает с приближением к оси скважины. Наличие вертикальной составляющей приводит к подтягиванию поверхности раздела вода–нефть или газ–нефть, а ее уменьшение с увеличением расстояния от оси скважины обуславливает образование конусообразной границы раздела [4, 5].

К настоящему времени надежные способы, позволяющие без значительных потерь нефти и материальных затрат добиться длительной работы скважин без появления в их продукции воды, еще не найдены. В общем случае процесс конусообразования, как и многие другие задачи разработки месторождений, не имеет точного решения, поэтому был использован гидродинамический симулятор ECLIPSE 100 для физико-математического моделирования процесса конусообразования. Для этой цели была создана модель призабойной зоны нефтяного пласта БВ₈¹⁻³ месторождения А, представляющая собой нефтенасыщенный куб размерами 1500×1000×33 метров, разбитый на ячейки по 20 метров по длине и ширине, 1,5 метра – по высоте (рис. 1, б). Геометрические параметры модели представлены в таблице.

Параметры модели пласта БВ₈¹⁻³ месторождения А

№	Параметры	Значение	№	Параметры	Значение
1	Количество ячеек	82500 шт.	3	Свойства пластовой воды:	
	По X	75 шт.		Вязкость	0,4 сантипуаза
	По Y	50 шт.		Плотность	1018 кг/м ³
	По Z	22 шт.		Свойства пластовой нефти:	
2	Проницаемость по горизонтали:		4	Вязкость	0,85 сантипуаз
	В нефтенасыщенной зоне	100 мД		Плотность в стандартных условиях	841 кг/м ³
	В водонасыщенной зоне	100 мД		Пластовое давление	213 атм
	Коэффициент анизотропии	0,1		Пористость пласта	22,5%

Одним из способов повышения эффективности разработки водоплавающих нефтяных залежей может быть способ образования обратного конуса пластовой нефти в водонасыщенной толщине подошвенных вод путем вскрытия и совместной эксплуатации водонасыщенного и нефтенасыщенного слоев пласта [1, 2].

Так как отбор только одного из флюидов неизбежно приводит к конусообразованию, предложено перфорировать колонну против нефтенасыщенного и водонасыщенного интервалов и отбирать одновременно и нефть и воду. Физически это означает, что слив воды через перфорационные отверстия, расположенные в водонасыщенной зоне, изменяет поле потенциала потока вокруг скважины таким образом, что водяной конус «подавляется». Течение в перфорационные отверстия воды образует направленную вверх вязкостную силу, которая образуется при прохождении через верхние (для нефти) перфорационные отверстия. В результате равновесия сил устойчивое равновесие конуса образуется и сохраняется внизу, вокруг и ниже перфорационных отверстий для нефти. В дальнейшем наличие обратного конуса будет препятствовать быстрому прорыву подошвенной воды в скважину [2, 6].

Одним из решений проблемы конусообразования в пласте является технология бурения двухзабойных скважин. Природа образования гребней подошвенной воды в горизонтальных скважинах такова, что прорыв подошвенной воды в первую очередь происходит в области пятки горизонтальной скважины, а затем распространяется вдоль всей длины ствола [3]. Для того чтобы замедлить скорость образования гребней воды в пласте, предлагается применение следующих двух технологий:

1) *Раздельная эксплуатация водонасыщенного и нефтенасыщенного пластов с помощью двухствольной скважины (вертикальный и горизонтальный стволы)*

Данная технология предполагает использование двухствольной скважины таким образом, что нижняя (водонасыщенная) часть коллектора эксплуатируется с помощью вертикально пробуренного ствола скважины, а верхняя (нефтенасыщенная) часть эксплуатируется с помощью горизонтального ствола протяженностью 500 метров, вскрывающего 10% от верхней части нефтяного пласта (рис. 2, а) [3].

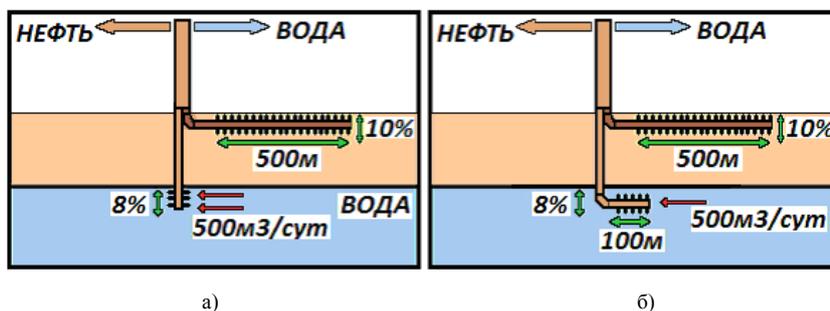


Рис. 2. Раздельная эксплуатация водонасыщенного (а) и нефтенасыщенного (б) слоев пласта с помощью двухствольных скважин

Анализ результатов показал, что для данной технологии наиболее оптимальными являются перфорация 8% водонасыщенной толщины от кровли пласта к подошве и отбор из данного интервала 500 куб. метров чистой воды в сутки. При этом по сравнению со случаем горизонтальной скважины, вскрывающей 10% нефтенасыщенной толщины от кровли пласта к подошве, наблюдается

ся значительное увеличение накопленной добычи нефти на 30,2 % – с 619,1 до 886,7 тыс. куб. метров при достижении обводненностью предельного значения 98% и увеличение времени рентабельной добычи нефти на 50,5 % – с 18 до 37 лет.

2) *Раздельная эксплуатация водонасыщенного и нефтенасыщенного пластов с помощью двух параллельных горизонтальных стволов.*

Данная технология предполагает использование скважины, которая имеет два ствола, расположенных параллельно друг над другом в пласте. Один из стволов такой скважины бурится ниже водонефтяного контакта с целью эксплуатации водонасыщенной части резервуара, второй же ствол протяженностью 500 метров бурится вблизи кровли нефтяного продуктивного пласта (рис. 2, б) [3].

Исходя из полученных результатов, для данной технологии наиболее оптимальными являются эксплуатация нижней водонасыщенной части пласта с помощью горизонтального ствола протяженностью 100 метров, вскрывающего 8 % от верхней части водонасыщенной зоны пласта, и отбор из данного интервала 500 куб. метров чистой воды в сутки. При этом по сравнению со случаем горизонтальной скважины, вскрывающей 10 % нефтенасыщенной толщины от кровли пласта к подошве, наблюдается увеличение накопленной добычи нефти на 24,5 % с 619,1 до 820,5 тыс. куб. метров при достижении обводненностью предельного значения 98 % и увеличение времени рентабельной добычи нефти на 50,5 % – с 18 до 37 лет.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Inikori S.O. and Wojtanowicz A.K.* Contaminated Water Production in Old Oil Fields With Downhole Water separation: Effects of Capillary Pressures and Relative //Proceeding. Permeability Hysteresis. SPE/EPA/DOE Exploration and Production Environmental Conference. San Antonio, TX, 2001. 26–28 February.
2. *Swisher M.D. and Wojtanowicz A.K.* New Dual Completion Eliminates Bottom Water Coning. // SPE Annual Technical Conference & Exhibition. Dallas, TX, 1995. 22–25 October.
3. *Wojtanowicz A.K., Hui Xu, and Bassiouni Z.* Oilwell Coning Control Using Dual Completion With Tailpipe Water Sink // SPE Production Operation Symposium. Oklahoma City, OK, 1991. 7–9 April.
4. *Телков А.П., Грачев С.И., Краснова Т.А., Сохошко С.К.* Особенности разработки нефтегазовых месторождений. Тюмень. 2001. Ч. 2. 482 с.
5. *Маскет М.* Течение однородной жидкости в пористой среде. М.: Гостоптехиздат. 1949. 628 с.
6. *Телков А.Л., Стеглянин Ю.И.* Образование конусов воды при добыче нефти и газа. М.: Недра, 1965.

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ
ПРОТИВООТКАТНЫХ УСТРОЙСТВ*****И.О. Савихин**

Описывается новая методика численного моделирования динамики противооткатных устройств, позволяющая учитывать взаимное влияние потоков жидкости внутри гидравлических тормозов.

**NUMERICAL MODELLING OF THE DYNAMICS
OF ANTI-RECOIL DEVICES****I.O. Savikhin**

A new method of numerical modeling the dynamics of anti-recoil devices is described which allows taking into account the mutual influence of fluid flows inside the hydraulic brakes.

Одним из важнейших элементов современных артиллерийских орудий является противооткатное устройство (ПОУ), которое гасит импульс от выстрела, предотвращая разрушение орудия. ПОУ может состоять из одного или нескольких гидравлических тормозов. Гидротормоз представляет собой замкнутую совокупность полостей, заполненных рабочей жидкостью, соединяющихся через систему отверстий. Применение технологии численного моделирования работы подобных устройств упрощает процесс проектирования и снижает его стоимость. В настоящее время численное моделирование динамики подобных устройств в нестационарной постановке с помощью современных расчетных комплексов, таких как CFX, GDT, FLOTTRAN, может быть осуществлено только на мощнейших многопроцессорных ЭВМ. Разработанная методика и алгоритм позволяют реализовать широкие возможности этих вычислительных комплексов для решения подобных задач на персональных компьютерах.

Описывается алгоритм расчета, основанный на разбиении полной задачи на одномерную динамическую задачу и совокупность стационарных трехмерных задач [1]. Предлагаемый алгоритм рассматривается на примере построения модели специализированного ПОУ. Одномерная задача динамики ПОУ описывает поступательное движение откатных частей под действием нагружающей силы пороховых газов с учетом реакции жидкости в системе на это движение. В этой задаче производится расчет перетекания жидкости в системе полостей сквозь отверстия перфорированных цилиндров на основе использования коэффициентов гидравлического сопротивления. Они рассчитываются в результате решения серии трехмерных стационарных задач с учетом особенности реальной геометрии системы. Полученные результаты интерполируются, чтобы получить распределение значений гидравлических сопротивлений в любой момент расчетного времени. Полученное распределение коэффициентов гидрав-

* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (№ проекта 2010-1.2.1-101-013-005).

лических сопротивлений должно быть использовано в качестве входных данных для одномерной динамической задачи.

Разработанный алгоритм расчета специализированного ПОУ был использован при моделировании работы стенда свободного отката (ССО).

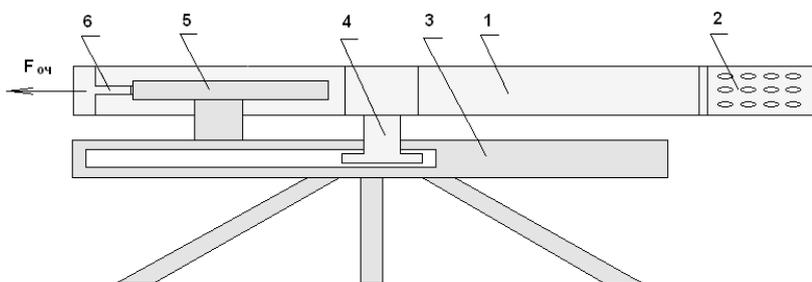


Рис. 1. Схема стенда свободного отката: 1 – ствол; 2 – дульный тормоз; 3 – станина; 4 – направляющая; 5 – противооткатное устройство; 6 – шток; $F_{оч}$ – сила давления пороховых газов

Противооткатное устройство 5 (рис. 1) состоит из двух параллельно закрепленных гидравлических тормозов с участком свободного отката (рис. 2).

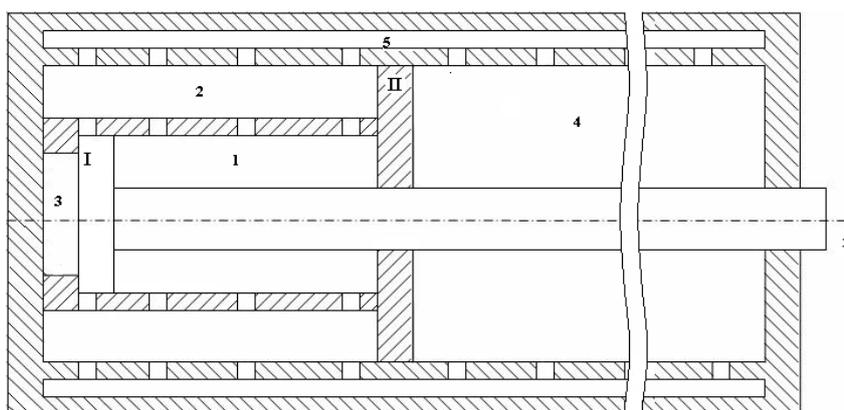


Рис. 2. Схема гидравлического тормоза с участком свободного отката: 1–5 – рабочие полости, заполненные жидкостью; I и II – рабочие поршни

Одномерная динамическая задача, описывающая поступательное движение откатных частей, реализована в виде программы, написанной на C++. Решение серии стационарных трехмерных задач перетекания жидкости в системе полостей гидравлического тормоза осуществляется с помощью пакета программ CFX 10.0. На рис. 3а, 3б приведено сравнение результатов численных расчетов (тонкая сплошная линия) с экспериментальными данными (жирная сплошная линия), а также с результатами решения одномерной динамической задачи по упрощенной методике (пунктирная линия), где используются постоянные коэффициенты гидравлических сопротивлений [2].

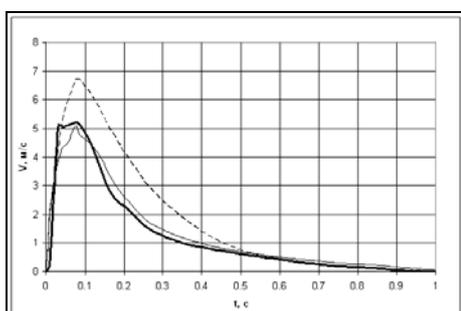


Рис. 3а. Скорость движения поршня

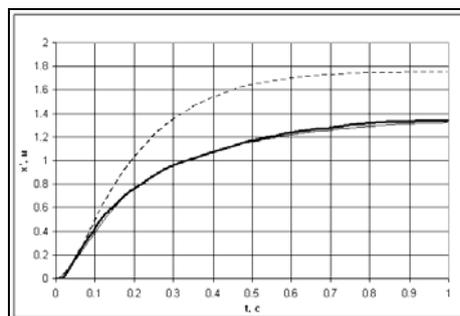


Рис. 3б. Перемещение поршня I

Описанный алгоритм позволил получить численное решение, хорошо приближающееся к экспериментальным данным, как по перемещениям, так и по скоростям движения откатных частей. Таким образом, предложенный алгоритм дает решение рассматриваемых задач с точностью, достаточной для проектирования и анализа динамики высокоскоростных демпферов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочетков А.В., Савихин И.О., Садовский В.В. Моделирование работы противооткатных устройств с учетом стадии свободного отката // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2007. Вып. 69. С. 159–169.
2. Кочетков А.В., Савихин И.О., Садовский В.В. Математическое моделирование действия противооткатных устройств с учетом стадии свободного отката // Сб. докладов V науч. конф. ВРЦ РАРАН «Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения»: В 2 т. Саратов, 2008. Т. 2. С. 904–914.

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ
В ЗАДАЧАХ ТРАЕКТОРНОЙ БАЛЛИСТИКИ****Н.В. Савкина**

Основная задача обработки данных баллистического эксперимента в математической постановке является обратной и неустойчива к ошибкам исходных данных, т. е. некорректна. Наиболее удобным и математически разработанным аппаратом аппроксимации является представление решения конечным отрезком ряда Фурье.

**RECONSTRUCTION OF EXPERIMENTAL DATA IN TASK OF
TRAGECTORY BALLISTICS****N.V. Savkina**

The primary purpose of data processing of ballistic experiment in mathematical statement is inverse problem. It is unstable to errors of the initial data that is incorrect. The most convenient and mathematical developed device of approximation is the decision of presentation of this problem by finite Fourier series.

Основная задача обработки данных баллистического эксперимента – это задача восстановления непрерывной функции и ее производной на конечном интервале $[a, b]$ по измеренным в эксперименте дискретным значениям этой функции на том же интервале. Эта задача, как и любая задача интерпретации наблюдений, является обратной и неустойчива к ошибкам исходных данных, т. е. некорректна [1]. Наиболее удобным и математически разработанным аппаратом аппроксимации является представление решения конечным отрезком ряда Фурье по некоторой системе ортогональных функций. Значения производных определяются путем аналитического дифференцирования полученных приближенных зависимостей.

Здесь встает ряд проблем построения и обоснования вычислительной технологии устойчивого и однозначного суммирования рядов Фурье для аппроксимации функции и ее производных первого и второго порядка. Круг вопросов, которые необходимо решать, следующий: выбор числа узлов сетки исходных данных $\{x_i\}$; выбор системы координатных функций $\varphi_j(x)$; выбор степени аппроксимации M .

Наилучшей системой координатных функций с точки зрения теории аппроксимации и с вычислительной точки зрения, как показали исследования [2], являются полиномы Чебышева $T_j(x)$.

Представляя функцию конечным отрезком ряда Фурье, мы допускаем методическую ошибку за счет отбрасывания старших членов ряда. Но при увеличении степени ряда M растет вычислительная погрешность, обусловленная некорректностью задачи суммирования рядов Фурье с приближенными коэффициентами [3]. Так как с увеличением степени ряда M методическая ошибка уменьшается, а вычислительная возрастает, то существует в некотором смысле оптимальная степень $M_{\text{опт}}$. Применение точечного среднеквадратического кри-

терия для выбора степени M позволяет получать удовлетворительные оценки в узлах сетки. При этом допускаются большие ошибки в отдельных точках между узлами и совершенно не учитывается точность аппроксимации производных. Хотя полученные таким образом аппроксимирующие полиномы имеют, как правило, среднеквадратичную погрешность, близкую к минимальной, ценность их для совместного приближения функции и ее производных невелика, поскольку эти полиномы в силу ошибок между узлами сетки не соответствуют физическому смыслу исследуемых процессов.

Указанное обстоятельство вызвало необходимость применения методов регуляризации к таким задачам [4]. Для этого вместо суммирования ряда

$$\tilde{f}(x) = \sum_{k=0}^M \tilde{C}_k \varphi_k(x), \quad x \in [a, b], \quad (1)$$

где коэффициенты \tilde{C}_k определяются приближенно по приближенным значениям f_δ исходной функции $f(x)$, $\|f_\delta - f\| \leq \delta$:

$$\tilde{C}_k = \int_a^b f_\delta(x) \varphi_k(x) dx, \quad (2)$$

необходимо суммировать ряд с коэффициентами

$$\bar{C}_k = \frac{\tilde{C}_k}{1 + \alpha \xi_k}, \quad (3)$$

где α – параметр регуляризации; ξ_k – последовательность собственных чисел задачи Штурма–Лиувилля для системы координатных функций $\varphi_k(x)$.

Введение параметра регуляризации α приводит к подавлению высших гармоник ряда и позволяет согласовать гладкость решения с ошибками исходных данных δ , причем $\alpha \rightarrow 0$ при $\delta \rightarrow 0$.

Выбор параметров α и M является наиболее ответственным этапом алгоритма регуляризации. Рациональный способ выбора α и M состоит в следующем [5, 6]. Число M устанавливается из критерия

$$\int_{-1}^1 f_\delta^2(x) dx - \sum_{k=0}^M \tilde{C}_k^2 \leq \delta^2, \quad (4)$$

а выбор подходящего α производится по критерию

$$\sum_{i=0}^M (\tilde{C}_i - \bar{C}_i^{(\alpha)})^2 = \delta^2. \quad (5)$$

На численных экспериментах проведен анализ работоспособности алгоритма и правильность критериев (4), (5). Качество аппроксимации оценивалось двумя характеристиками: величиной нормированного максимального отклонения аппроксимации от невозмущенной функции σ_m^f и величиной нормированного среднеквадратического отклонения σ_{ck0}^f .

Зависимость ошибок аппроксимации скорости \dot{V} и ускорения \dot{V} от ошибок δ_1 измерения времени t приведены на рис.1.

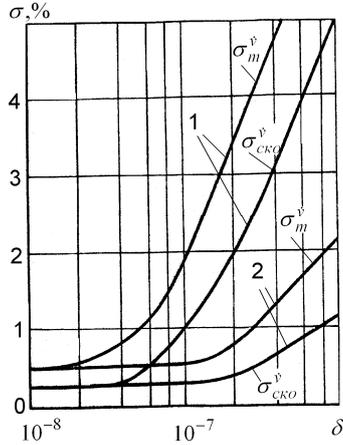


Рис. 1. Зависимость ошибок аппроксимации от ошибок исходных данных: без регуляризации (1) и с регуляризацией (2), $M=M_{\text{опт}}$, $\alpha=\alpha_{\text{опт}}$, $N=15$

Видно, что без регуляризации устойчивая аппроксимация наблюдается лишь для очень малых ошибок измерения времени, недостижимых на современных баллистических трассах. Включение алгоритма регуляризации увеличивает диапазон устойчивой аппроксимации относительно исходных данных.

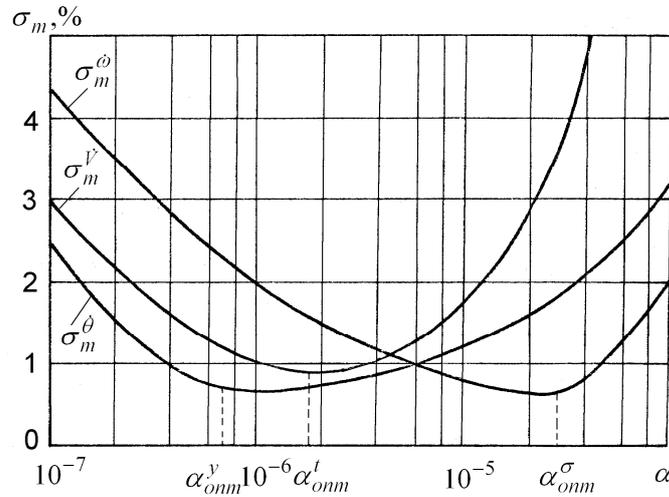


Рис. 2. Зависимость ошибок аппроксимации от параметра регуляризации: $N=15$, $\delta_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ с}$, $\delta_2 = 0.2 \text{ мм}$, $\delta_3 = 0^{\circ}.1$

Для проверки правильности критерия (5) выбора α были проведены расчеты производных \dot{V} , $\dot{\omega}$, θ с параметрами регуляризации в диапазоне $\alpha = 10^{-8} \div 10^{-4}$ для различных ошибок исходных данных. Расчеты показали хорошее согласование оптимальных $\alpha_{\text{опт}}$, полученных в численных экспериментах, и значений $\bar{\alpha}$, полученных из критерия (5) (рис. 2). Незначительное

ухудшение точности аппроксимации позволяет использовать соотношение (5) для выбора параметра регуляризации α .

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лаурентьев М.М.* О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: Изд-во СО РАН СССР, 1962.
2. *Бахвалов Н.С.* Численные методы. М.: Наука, 1973. 632 с.
3. *Арсенин В.Я.* Об оптимальном суммировании рядов Фурье с приближенными коэффициентами // ДАН СССР. 1968 Т. 183, № 2. С. 257–261.
4. *Тихонов А.Н.* О решении некорректно поставленных задач // ДАН СССР. 1963. Т. 151, № 3. С. 501–504.
5. *Морозов В.А.* О задаче дифференцирования и некоторых алгоритмах приближения экспериментальной информации // Выч. методы и программир. М.: Изд-во МГУ, 1970. Вып. 14. С. 46–62.
6. *Долгополова Т.Ф., Иванов В.К.* О численном дифференцировании // ЖВМ и МФ. 1966. Т. 6, № 3. С. 570–576.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ПОРИСТОЙ НАНОКЕРАМИКИ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЯХ*

В.В. Скрипняк, М.В. Коробенков, А.А. Козулин, В.А. Скрипняк

Представлены постановка задачи и результаты компьютерного численного моделирования деформации и разрушения пористых керамических материалов на мезоскопическом уровне при интенсивном динамическом нагружении. Показано, что при ударных воздействиях деформация локализуется на мезоскопическом уровне в полосах, имеющих характерные ориентации. Структура пористости оказывает существенное влияние на деформацию и разрушение.

NUMERICAL INVESTIGATION OF POROSITY CERAMICS AT DYNAMIC LOADS

V.V. Sckrypnak, M.V. Korobekov, A.A. Kozulyn, V.A. Sckrypnak

Results of computer modelling of deformation and destruction of porous ceramic materials on mezo-level are presented at intensive dynamic load. It is shown that at shock influences deformation is localised on mezo-level in the strips having characteristic orientations. The porosity structure makes essential impact on deformation and destruction

Экспериментальные исследования [1–4] выявили существенные повреждения Al_2O_3 , $ZrO_2-Y_2O_3$ керамики даже под влиянием импульсных воздействий с амплитудами ниже предела упругости Гюгонио [1]. Кинетика и закономерности формирования фрагментов керамических материалов в процессе динамического нагружения изучены недостаточно хорошо. Для более полного понимания процессов деформации и разрушения нанокерамики, помимо натуральных экспериментов, необходимо проводить численное моделирование. В процессе ударного нагружения оксидных керамических материалов на основе Al_2O_3 , $ZrO_2-Y_2O_3$, MgO происходят существенные структурные изменения, приводящие к накоплению повреждений структуры и фрагментации материала [1–3].

В данной работе проведено исследование керамических материалов со структурой пористости методами компьютерного моделирования. Элементарный объем представляет собой многосвязную пространственную область, в которой расположены полости пор, окруженные конденсированной фазой.

Для описания механического поведения конденсированной фазы может быть использован континуальный подход механики повреждаемых сред [5–6]. Кинематика конденсированной фазы керамики описывается компонентами тензоров деформации и изгиба-кручения:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

где u_i – компоненты вектора массовой скорости; $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – компоненты тензора скорости деформаций; $\dot{\omega}_{ij}$ – компоненты тензора скорости изгиба–кручения.

В лагранжевой системе отсчета уравнения сохранения массы, импульса и энергии имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{d u_i}{d t}, \quad \frac{d \rho}{d t} = \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, \quad \rho \frac{d E}{d t} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij},$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжения; ρ – массовая плотность; E – удельная внутренняя энергия на единицу массы.

Компоненты тензора напряжения представляются в виде

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + S_{ij},$$

где δ_{ij} – символ Кронекера; p – давление; S_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжения.

Давление p в диапазоне до 10 ГПа может быть рассчитано с помощью уравнения состояния

$$p = K_1\theta + K_2\theta^2 + K_3\theta^3 + \Gamma\rho_0 E,$$

при сжатии $\theta > 0$, $p = K_1\theta$, при растяжении $\theta \leq 0$, где K_1, K_2, K_3 – постоянные материала; $\theta = (\rho / \rho_0) - 1$; Γ – коэффициент Грюнайзена.

При деформации в конденсированной фазе хрупкой пористой керамики могут зародиться микротрещины сдвига [1–4]. При этом сопротивление сдвигу элементарного объема материала, содержащего трещины, уменьшается. Для учета потери локальной сдвиговой прочности в элементарном объеме материала вводится параметр поврежденности среды D :

$$D = \sum_{k=0} [\Delta\varepsilon^p / \varepsilon_f]_k,$$

где $[\Delta\varepsilon^p]_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \dot{\varepsilon}_u^p dt$, $\dot{\varepsilon}_u^p$ – интенсивность тензора скорости неупругой деформации; ε_f – деформация, при которой элементарный объем разделяется трещинами на фрагменты.

При отсутствии микротрещин в конденсированной фазе в начальном состоянии параметр поврежденности D равен нулю. Критерий локального разрушения конденсированной фазы имеет вид

$$D = 1.$$

Тогда девиатор тензора эффективных напряжений может определяться соотношением

$$S_{ij} = (1 - D)[S_{ij}]_c,$$

где $[S_{ij}]_c$ – компоненты тензора напряжений в конденсированной фазе.

При фрагментации кристаллической фазы сопротивление сдвигу снижается пропорционально росту поврежденности. В рамках модели [5] предельная эф-

фактивная сдвиговая деформация до разрушения ε_f аппроксимируется соотношением

$$\varepsilon_f = D_1 (P^* + T^*)^{D_2},$$

где D_1 , D_2 – постоянные материала; $T^* = (T - T_r) / (T_m - T_r)$, T_m – температура плавления, $T_r = 293$ К, $P^* = p / P_{HEL}$, P_{HEL} – давление, соответствующее пределу упругости Гюгонио.

Девiator напряжения вычисляется в рамках модели Друккера–Прагера с пластическим потенциалом Джонсона–Холмквиста [5]:

$$\frac{d[S_{ij}]_c}{dt} = 2\mu(\dot{\varepsilon}_{ij}^e - \frac{1}{3}\dot{\varepsilon}_{kk}\delta_{ij}), \quad \frac{d[S_{ij}]_c}{dt} = [\dot{S}_{ij}]_c - [S_{ik}]_c\dot{\omega}_{jk} - [S_{jk}]_c\dot{\omega}_{ik},$$

где μ – модуль сдвига конденсированной фазы;

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad g = \left[\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \right]^{1/2} - \sigma_s, \quad g = \left[\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \right]^{1/2} - \sigma_s,$$

$$\sigma_s = A(P^* + T^*)^m (1 + C \ln \dot{\varepsilon}),$$

где A , C , m – постоянные материала; $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_u / 1 [c^{-1}]$ – нормированная интенсивность тензора скорости деформации.

Механическое поведение керамики сопряжено со структурными превращениями в процессе нагружения. Анализ результатов моделирования показал, что при воздействии ударных волн на однофазную пористую керамику происходит коллапс пор и фрагментация конденсированной фазы. В зоне разрушения возникает фрагментация керамики, сопровождающаяся сдвигом и разворотом блоков, разделенных полосами локализации деформации. Движение блоков происходит в нестационарном и неоднородном поле интенсивностей напряжений. Наличие пор в структуре материала приводит не только к формированию неоднородных полей напряжений, но и вызывает осцилляции напряжений от времени. Аналогичный осциллирующий характер имеют зависимости локальных значений массовой скорости от времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lourdo H.L., Meyers M.A.* Effect of stress state and microstructural parameters on impact damage of alumina-based ceramics // *J. Math. Sci.* 1989. Vol. 24. P. 2516–2532.
2. *Woodward R.L., Gooch W.A., O'Donnell R.G. et al.* A study fragmentation in the ballistic impact of ceramics // *Int. J. of Impact J.I.E.* 1994. Vol. 15, № 5. P. 605–618.
3. *Grady D.E.* Shock-wave compression of brittle solids // *Mechanics of Materials.* 1998. Vol. 29. P. 181–203.
4. *Denoval C., Cottenot C.E., Hild F.* Analysis of the degradation mechanisms in an impacted ceramics // *Shock Compression of Condensed Matter – 1997.* AIP. 1998. P. 427–430.
5. *Johnson G.R., Holmquist T.J.* A computational constitutive model for brittle materials subjected to large strains, high strain rates and high pressure // *Shock-Wave and High Strain Rate Phenomena in Materials* /Ed. M.A. Meyers, L.E. Murr, K.P. Staudhammer, M. Dekker. New York, 1992. P. 1075–1081.
6. *Скрипняк В.А., Скрипняк Е.Г., Жукова Т.В.* Повреждаемость керамических покрытий и конструкционной керамики при интенсивном импульсном нагружении // *Хим. физика.* 2002. Т. 21, № 9. С. 76–82.

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СРЕДСТВА И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДИСПЕРСНО-АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ*

А.П. Соколов, К.В. Михайловский, А.А. Веретенников

Предложен метод вычисления эффективных упругопрочностных характеристик композиционных материалов с периодической многоуровневой иерархической структурой армирования, в том числе наноструктурированных композитов. Разработана оригинальная методика вычисления прочностных свойств композитов, позволяющая рассчитывать поверхность прочности композита, если известны поверхности прочности составляющих его компонентов. Разработано специализированное программное обеспечение для автоматизированного решения указанных задач.

COMPUTER-AIDED ANALYSIS AND COMPUTATIONAL METHODS FOR OBTAINING MECHANICAL PROPERTIES OF FIBRE-REINFORCED COMPOSITE MATERIALS

A.P. Sokolov, K.V. Mikhailovskiy, A.A. Veretennikov

Original computational method of effective elastic-strength properties processing as applied to composite materials with multi-scale periodically reinforced inner structure including nano-particles reinforcement is proposed. Original computational method of strength analysis processing is proposed too including analysis of strength surface of composite material using information of its components. Distributed software was developed to implement methods described above.

Введение. Понятие многоуровневости предполагает, что компоненты рассматриваемой модели КМ, в свою очередь, могут также быть композитами и т.д. Математическая модель материала конструкции предполагала наличие сложной многоуровневой внутренней структуры армирования, что выражалось в необходимости моделирования наполнителя и матрицы многоуровневого композиционного материала (МКМ) независимо (рис. 1–2).

Предлагаемый метод обладает высокой точностью вычислений, возможные погрешности могут быть связаны только с неточностью «входных данных метода» – параметров геометрической структуры композитов и исходных свойств составляющих КМ. Метод основан на теории многоуровневых периодических структур и конечно-элементном анализе специального класса задач – «локальных задач на ячейках периодичности» [1, 12]. Разработана оригинальная методика вычисления прочностных свойств композитов, позволяющая приближенно рассчитывать поверхность прочности КМ по известным прочностным характеристикам составляющих КМ компонентов. Разработано специализированное программное обеспечение для автоматизированного решения задач расчета эффективных упругопрочностных характеристик композитов, в том числе и полей микронапряжений для всех структурных уровней композита. Пред-

* Исследование выполнено при поддержке гранта Президента РФ МК-4223.2010.8.

ставлены результаты моделирования упругопрочностных свойств дисперсно-армированных МКМ.

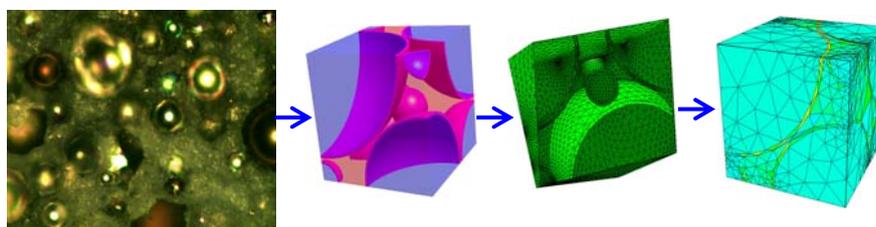


Рис. 1. Модель одного уровня дисперсно-армированного КМ

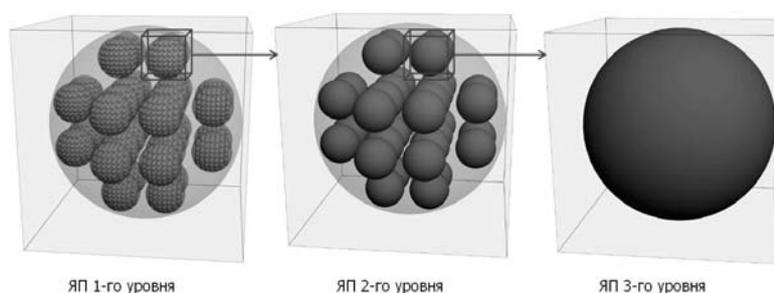


Рис. 2. Упрощенная модель трехуровневого дисперсно-армированного КМ

Существенный прогресс в области разработки математических методов расчета свойств гетерогенных периодических структур был достигнут после разработки метода асимптотического осреднения (МАО) (метода гомогенизации – МГ), предложенного в работах Н.С. Бахвалова, Г.П. Панасенко [1] и Б.Е. Победри [12], – этот метод был адаптирован для многоуровневых иерархических структур (МИС) в сочетании с методом конечных элементов. Метод гомогенизации, основанный на введении двухмасштабных координат, оказался достаточно универсальным [1, 2, 11, 12, 13]. Метод позволяет найти точные (в математическом смысле) ЭХ с помощью решения так называемой «задачи на ячейке периодичности» (ЯП). Однако эта задача является достаточно сложной даже для численных методов, так как имеет смешанный интегродифференциальный тип и неклассические граничные условия периодического типа, а также не позволяет определять ЭХ МКМ. Известно лишь несколько работ [2, 11, 12, 13], в которых МГ применялся для двухуровневых иерархических структур. В настоящей работе, при использовании идеи введения разномасштабных координат, предложен метод многоуровневой асимптотической гомогенизации (МАГ) для иерархических структур с произвольным числом уровней.

Актуальность и области использования. Дисперсно-армированные композиты, так же как тканевые и пр., находят широкое применение в авиационной промышленности, ракетостроении, машиностроении, производстве космической техники, медицинской техники (протезирование), при изготовлении легких велосипедов и другого спортивного инвентаря. Из них изготавливают ответственные детали конструкции летательных аппаратов: силовые элементы крыльев; элементы, обеспечивающие защиту важных конструктивных узлов конструкции от воздействия ударных нагрузок и пр. Использование КМ в целом позволяет снижать общую взлетную массу летательного аппарата, что дает

серьезный экономический эффект, связанный с требуемыми запасами топлива. Ярким примером современного эффективного использования композитов в авиастроении является разработка новейшего пассажирского самолета Boeing 787 Dreamliner, конструкция которого более чем на 50% состоит из композитов.

Большинство свойств получаемых различными технологическими процессами КМ определяют экспериментально (см., например, [3, 4, 8]) либо с использованием приближенных формул [3, 9, 14, 15] и др. Натурные исследования изделий очень дороги (стоимость одного испытания изделия аэрокосмической техники исчисляется миллионами рублей), в то время как существующие формулы и оценки зачастую не дают требуемой точности. По данным IV международной научно-практической конференции «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности», прошедшей в 2007 г., трудозатраты при проектировании одного материала, используемого в составе конструктивного элемента изделия, могут составлять 10–20 человеко-месяцев.

Практическая ценность предлагаемого подхода заключается: а) в возможности получения результатов с наперед заданной точностью; б) сокращении финансовых затрат на экспериментальные исследования; в) возможности адаптации предлагаемого метода для решения задач синтеза материалов; г) возможности повышения качества получаемого на производстве материала.

Обоснованность результатов. Достоверность результатов работы обусловлена применением обоснованных математических методов и проведенным сравнительным анализом получаемых результатов, который не вошел в публикацию. Основные результаты, полученные в рамках настоящих исследований, докладывались на многочисленных конференциях.

Математическая модель упруго-прочностных МКМ с периодической структурой. Для определения эффективных упруго-прочностных характеристик и полей микронапряжений в МКМ предлагается математическая модель МИС, представляющая древовидную структуру связанных ячеек периодичности (рис. 3).

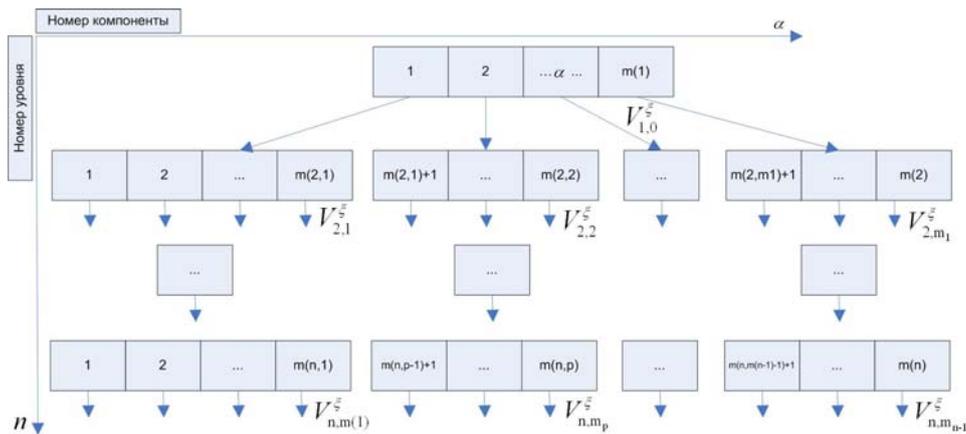


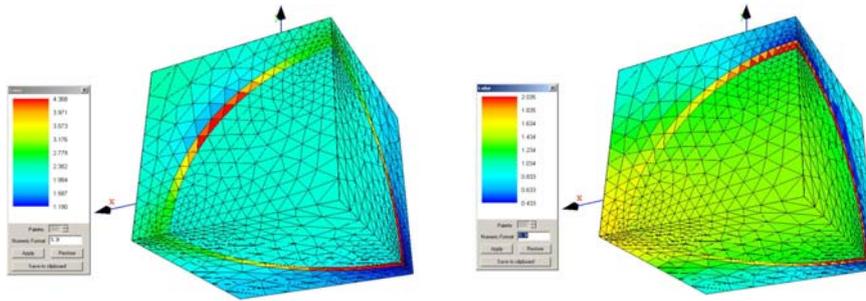
Рис. 3. Схема МИС

Задача определения ЭХ МКМ с произвольной МИС армирования включала вычисление: а) компонент эффективного тензора модулей упругости C_{ijkl} ; б) эффективных технических постоянных (модулей Юнга, коэффициентов Пу-

ассона, модулей сдвига); в) полей компонент тензора концентрации напряжений $B_{ijkl}(\xi)$. Известными были характеристики составляющих МКМ и структура армирования. Использовался метод многоуровневой гомогенизации. В рамках стандартного метода гомогенизации решение задачи ищется в виде асимптотического ряда по малому параметру [1, 12]. Дополнительно формулируются вспомогательные «локальные задачи» L_{pq} на ЯП, решая которые, удается получить эффективные характеристики одноуровневого КМ, которые используются в осредненной постановке задачи упругости, являющейся приближением исходной задачи. Указанная методика была расширена для случая МКМ.

Расчет прочностных характеристик МКМ (тензоров прочности и аппроксимация поверхности прочности) осуществлялся с использованием модификации тензорного критерия прочности Гольденבלата–Копнова – критерия Малмейстера–Ву [10]. Прочностные характеристики отдельных компонент КМ считались заданными. Для определения напряженно-деформированного состояния для данного шага нагружения использовались предварительно рассчитанные поля компонент тензора концентраций напряжений $B_{ijkl}^{(n)}(\xi)$.

Некоторые графические результаты расчетов



Модули Юнга E , [МПа]	Коэффициенты Пуассона ν	Модули сдвига G , [МПа]
$E_1 = 3883,327$	$\nu_{12} = 0,33$	$G_{12} = 1306,28$
$E_2 = 3883,677$	$\nu_{13} = 0,33$	$G_{13} = 1306,22$
$E_3 = 3882,928$	$\nu_{23} = 0,33$	$G_{23} = 1306,32$

Рис. 4. Поля компонент тензора концентрации напряжений слева направо V_{1212} и V_{1111} для верхнего уровня дисперсно-армированного КМ и полученные эффективные значения технических постоянных

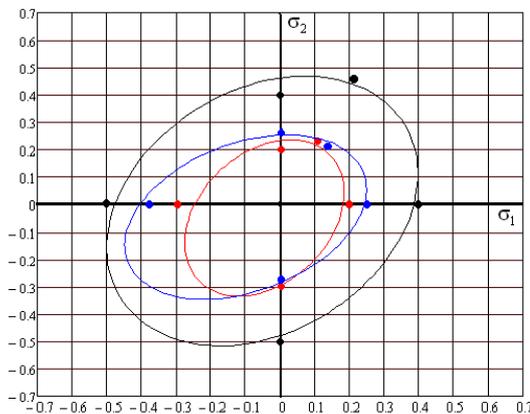


Рис. 5. Сечение аппроксимированных поверхностей прочности компонент КМ и самого КМ

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П.* Осреднение процессов в периодических средах. М.: Наука, 1984. 352 с.
2. *Бардзокас Д.И., Зобнин А.И.* Математическое моделирование процессов в композиционных материалах периодической структуры. М.: УРСС, 2003. 374 с.
3. *Ванин Г.А.* Микромеханика композиционных материалов. Киев: Наукова думка, 1985. 300 с.
4. *Васильев В.В.* Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
5. *Димитриенко Ю.И., Соколов А.П.* Об упругих свойствах композиционных материалов // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, № 4. С. 96–110.
6. *Димитриенко Ю.И., Соколов А.П.* Разработка численного метода расчета эффективных упругих характеристик композиционных материалов // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. 2008. № 2. С. 56–67.
7. *Димитриенко Ю.И., Соколов А.П.* Система автоматизированного прогнозирования свойств композиционных материалов // Информационные технологии. 2008. № 8. С. 31–38.
8. *Композиционные материалы: Справочник / Под ред. В.Ж. Васильева, Ю.М. Тарнопольского.* М.: Машиностроение, 1989. 510 с.
9. *Кристенсен Р.* Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 335 с.
10. *Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А.* Сопротивление полимерных и композитных материалов. Рига: Зинатне, 1980. 572 с.
11. *Мольков В.А., Победря Б.Е.* Эффективные характеристики однонаправленного волокнистого композита с периодической структурой // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. М., 1985. № 2. С. 119–130.
12. *Победря Б.Е.* Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ, 1984. 336 с.
13. *Санчес-Паленсия Э.* Неоднородные среды и теория колебаний. М.: Мир, 1984. 471 с.
14. *Сендецкий Дж.* Механика композиционных материалов. М.: Мир, 1978. 563 с.
15. *Тарнопольский Ю.М., Жигун И.Г., Поляков В.А.* Пространственно-армированные композиционные материалы. М.: Машиностроение, 1987. 225 с.
16. *Graeme W. Milton* The theory of composites // University of Utah. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 719 p.

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ О КОЛЕБАНИЯХ УПРУГОЙ СРЕДЫ

И.Н. Стебнев, В.Б. Пеньков

Метод граничных состояний (МГС) применен для решения основных задач упругости изотропных призматических и цилиндрических тел произвольного односвязного поперечного сечения при стационарных гармонических колебаниях. Используется новый эффективный алгоритм МГС для разрешения поставленной задачи.

NUMERICALLY-ANALYTICAL SOLUTIONS OF TWO- DIMENSIONAL PROBLEMS ABOUT OSCILLATIONS OF ELASTIC MEDIUM

I.N. Stebenev, V.B. Pen'kov

Method of boundary states (MBS) is used for solving of main problems elasticity of isotropic prismatic and cylindrical bodies of any simply connected cross-section by stationary harmonic oscillations.

Все разработанные к настоящему времени методы решения задач МДГТ формируют погрешность метода.

Возникает необходимость совершенствования существующих способов решения задач теории упругости (ТУ) в следующих направлениях: а) снижение уровня инструментальной ошибки; б) построение аналитического решения, так как в этом состоит новое направление развития современных вычислительных средств. Актуальным методом, отвечающим этим требованиям, является метод граничных состояний (МГС). Первоначально он был предложен в качестве эффективного средства решения линейных задач механики сплошных сред [1] и основательно разработан для первой, второй, основной смешанной задач и основной контактной задачи линейной теории упругости. В дальнейшем МГС получил свое развитие в применении к «гармоническим» средам: электростатическому полю, идеальной жидкости; анизотропии; ньютоновской жидкости.

Перспективным развитием метода граничных состояний является рассмотрение задач динамики (в частности, стационарных гармонических колебаний).

Основы метода граничных состояний. МГС основан на понятии состояния среды, под которым понимается любое частное решение определяющих уравнений среды, не привязанных к условиям, поставленным на границе тела.

Внутреннее состояние ξ в МГС определяется наборами компонент вектора перемещений u_i , тензоров деформаций ε_{ij} и напряжений σ_{ij} : $\xi = \{u_i, \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}\}$. Совокупность всех допустимых элементов ξ образует пространство внутренних состояний Ξ .

Применим решение Кильчевского [2] для определения основных характеристик вынужденных стационарных колебаний среды. Через полученные раз-

решающие соотношения [3] для периодических плоских колебаний упругих тел «набирается» сепарабельный базис пространств внутренних состояний $\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(n)}, \dots \in \Xi$. Найдена взаимосвязь между функциями в разрешающих уравнениях Н.А. Кильчевского и Н.И. Остросаблина [4].

Вводится скалярное произведение, определяемое через интеграл от свертки тензоров напряжений и деформаций по занятой телом области dS (потенциальная энергия упругого деформирования). При плоском состоянии соотношение имеет вид

$$\left(\xi^{(1)}, \xi^{(2)}\right)_{\Xi} = \int_S \left(\sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)}\right) dS, \quad i, j = 1, 2. \quad (1)$$

Выполняется ортогонализация исходного базиса. Сам процесс ортогонализации проводится по схеме, использующей матрицу Грама предварительно вычисленных перекрестных скалярных произведений элементов базиса пространства Ξ . Ортонормированный базис состояний связан с исходным через H -матрицу Гильберта–Шмидта. С вычислительной точки зрения работа с исходным базисом существенно менее энергозатратна, чем с ортонормированным, поскольку в соответствии с теоремой Гильберта–Шмидта n -й его элемент является линейной комбинацией всех предшествующих элементов исходного базиса. Достоинства рекурсивного матричного алгоритма существенны [5].

На границе dS тела внутреннее состояние ξ оставляет «след» в виде поверхностных усилий p_i , которые вместе с граничными значениями перемещения u_i образуют граничное состояние $\gamma = \{u_i, p_i\}$. Строится базис пространства граничных состояний Γ , ортогональный в смысле скалярного произведения – поверхностного интеграла от свертки векторов поверхностных усилий и перемещений. В пространстве граничных состояний скалярное произведение определим так:

$$\left(\gamma^{(1)}, \gamma^{(2)}\right)_{\Gamma} = \int_{dS} p_i^{(1)} u_i^{(2)} dl - \int_{dV} \rho \ddot{u}_i^{(1)} u_i^{(2)} dS, \quad (2)$$

где \ddot{u}_i – компоненты вектора ускорения элемента среды.

Постольку по граничному состоянию γ можно единственным образом восстановить внутреннее ξ (формулы Сомильяны), то между пространствами Ξ, Γ установлено взаимно-однозначное соответствие: $\Xi \leftrightarrow \Gamma$.

В силу теорем Бетти и принципа виртуальных работ [6] оба пространства внутренних и граничных состояний Ξ, Γ сопряжены гильбертовым изоморфизмом

$$\left(\xi^{(1)}, \xi^{(2)}\right)_{\Xi} = \left(\gamma^{(1)}, \gamma^{(2)}\right)_{\Gamma}. \quad (3)$$

Это позволяет задачу отыскания внутреннего состояния свести к проблеме построения изоморфного ему граничного состояния, которое существенно зависит от краевых условий. В общем случае проблема сводится к решению системы уравнений разложением относительно коэффициентов Фурье искомых состояний в ряд по элементам ортонормированного базиса.

Разложение элементов $\gamma \in \Gamma$ по коэффициентам Фурье c_j (первые две основные задачи):

$$\sum_{j=1}^{\infty} (\delta_{kj} + a_{kj}) c_j = b_k, \quad (4)$$

где δ_{kj} – символ Кронекера; $a_{kj} = \int_S \rho u_i^k u_i^j dS$; ρ – плотность среды; u_i^k – k -й

компонент вектора перемещений внутреннего состояния ξ ; $b_k = \int_{\partial S} p_i u_i^k \Big|_{\partial S} dl$ –

для первой основной задачи, $b_k = \int_{\partial S} p_i^k \Big|_{\partial S} u_i dl$ – для второй основной задачи;

p_i^k – k -й компонент вектора поверхностных усилий внутреннего состояния ξ .

Построив решение для одного члена ряда, мы можем воспользоваться принципом суперпозиций для построения полного решения.

С применением системы символьных вычислений Mathematica 7.0 выполнены все процедуры по формированию базисов, ортогонализации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пеньков В.Б., Пеньков В.В. Метод граничных состояний для решения задач линейной механики // Дальневосточный математический журнал. 2001. Т. 2, № 2. С. 115–137.
2. Кильчевский Н.А. Основы тензорного исчисления с приложениями к механике. Киев: Наукова думка. 1972. 148 с.
3. Пеньков В.Б., Стебнев И.Н. Генерирование базиса пространства состояний колеблющейся упругой среды // Авиакосмические технологии «АКТ-2008»: Труды IX Всерос. науч.-техн. конф. и школы молодых ученых, аспирантов и студентов. Воронеж: ГОУ ВПО «Воронежский гос. техн. ун-т», 2008. С. 169–173.
4. Остросаблин Н.И. Функции кинетических напряжений в механике сплошных сред // Динамика сплошных сред: Сб. научных трудов. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО РАН, 2007. Вып. 125. С. 76–116.
5. Пеньков В.Б., Саталкина Л.В. Эффективные алгоритмы метода граничных состояний // Научно-методич. семинар преподавателей теоретич. механики вузов России: Тезисы докладов (5–9 октября 2009 г.) / Юж.-Рос. гос. техн. ун-т. Новочеркасск: ЮРГТУ, 2009. С. 29–31.
6. Горшков А.Г., Старовойтов Э.И., Тарлаковский Д.В. Теория упругости и пластичности. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 416 с.

БИФУРКАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ПЛОСКИЙ СИММЕТРИЧНЫЙ КАНАЛ С РЕЗКИМ РАСШИРЕНИЕМ

Ф.Х. Тазюков Х.А. Халаф, К.М. Алиев

Проведены численные исследования течения несжимаемой жидкости в симметричном плоском канале с резким расширением на входе в канал. Получены стационарные решения для заданных значений числа Рейнольдса ($0.00 < Re < 150$). Показано, что при значении числа Re больше критического, существует устойчивое несимметричное течение.

BIFURCATION OF THE DECISION OF THE PROBLEM OF THE CURRENT TO LIQUIDS THROUGH FLAT SYMMETRICAL CHANNEL WITH SHARP EXPANSION

F.H. Tazyukov, H.A. Halaf, K.M. Aliev

They Are Organized numerical studies of the current to incondensable liquid in symmetrical flat channel with sharp expansion in channel at the input. Stationary decisions are Received for givened importances of the number Reynoldisa ($0.00 < Re < 150$). It Is Shown that at importance of the number Re more critical, exists the firm asymmetrical current.

Введение. Существует достаточно много технологических приложений течений ньютоновских и неньютоновских жидкостей в каналах, снабженных внезапным расширением. Это различные насадки в процессе литья под давлением, течения в каналах рефрижераторов и т.д. Исследования подобных течений проводились как экспериментально Durst et al. [1], так и численно в работах Dennis и Smith [2], Hunt [3], Hawken et al. [4] и Huang и Seymour [5].

Математическая постановка задачи. Рассмотрим течение несжимаемой жидкости в двумерной и изотермической постановке (рис. 1). Жидкость втекает из узкой части канала ширины h в часть канала ширины H . Уравнения, описывающие течение в канале, запишутся в виде

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{v} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} = -\bar{\nabla} p + \bar{\nabla} \cdot \bar{\tau}, \quad (2)$$

где \bar{v} – вектор скорости; p – давление; ρ – плотность жидкости; $\bar{\nabla} = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y}$.

В качестве конститутивного реологического соотношения использована модель обобщенной ньютоновской жидкости вида

$$\bar{\tau} = \eta \bar{\gamma}, \quad (3)$$

где $\tilde{\gamma} = \nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T$ – тензор скоростей деформаций; $\eta = m |\tilde{\gamma}|^{n-1}$ – коэффициент эффективной вязкости; m – коэффициент консистенции; n – показатель неньютоновости.

На стенках канала задавались условия прилипания, на входе в канал – параболический профиль скоростей, на выходе из канала – установившееся течение.

Система уравнений (1)–(3) записывалась в безразмерном виде и совместно с условиями на границах канала решалась методом контрольного объема с применением алгоритма SIMPLE.

При обезразмеривании использовались характерная длина L , равная ширине канала, характерная скорость V , характерная вязкость $m(V/L)^{n-1}$ и число Рейнольдса:

$$Re = c L^n V^{2-n} / m .$$

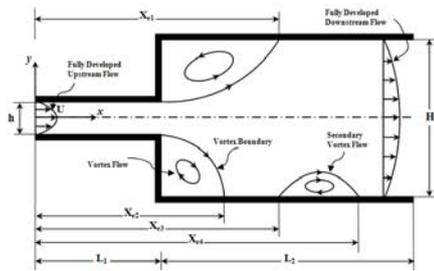


Рис. 1. Схема течения в канале

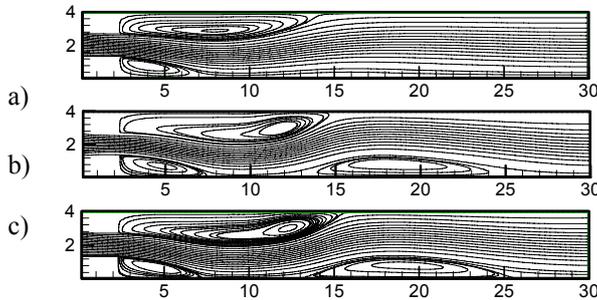


Рис. 2. Функции тока для ньютоновской и неньютоновской жидкостей при $Re=130$:
 a – псевдопластики;
 b – ньютоновская жидкость;
 c – дилатантная жидкость

Результаты моделирования. Из анализа рис. 2 можно видеть, что при малых значениях числа Рейнольдса ($Re < 50$) течение остается симметричным относительно оси канала. С ростом значения числа Рейнольдса появляется вторая ветвь в решении задачи.

На рис. 2 показано сравнение функций тока для псевдопластичной ($n=0.8$), ньютоновской ($n=1.0$) и дилатантной ($n=1.2$) жидкостей при значении числа Рейнольдса $Re=130$. Можно видеть, что для псевдопластиков не возникает вторичное циркуляционное течение на нижней стенке, тогда как для ньютоновской и дилатантной жидкостей вторичное течение характерно. Можно также видеть (рис. 2–3), что интенсивность и размеры циркуляционных течений различаются для псевдопластиков, ньютоновской и дилатантной жидкостей. Из рис. 3 следует, что переход от симметричного течения к несимметричному происходит при $Re_{cr}=48$ для ньютоновской жидкости, при $Re_{cr}=46$ – для дилатантной жидкости и при $Re_{cr}=51$ – для псевдопластика.

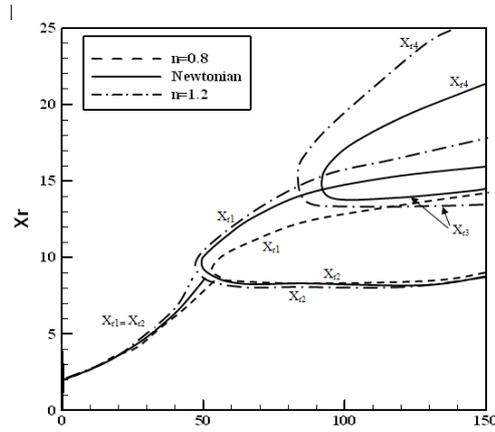


Рис. 3. Области бифуркации решения

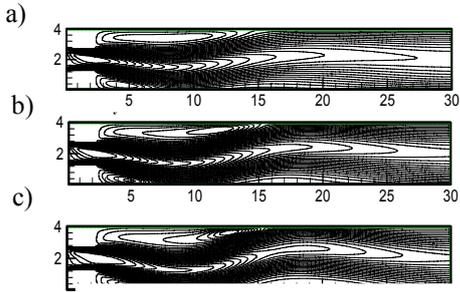


Рис. 4. Изолинии осевой компоненты скорости при $Re=130$:
a – псевдопластик,
b – ньютоновская жидкость;
c – дилатантная жидкость

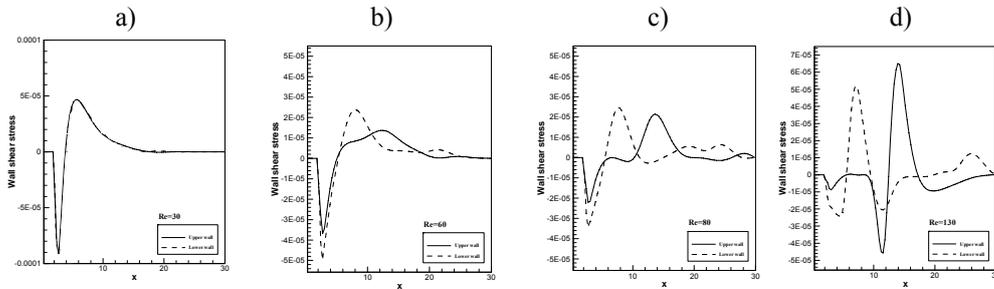


Рис. 5. Распределение пристенных сдвиговых напряжений для ньютоновской жидкости

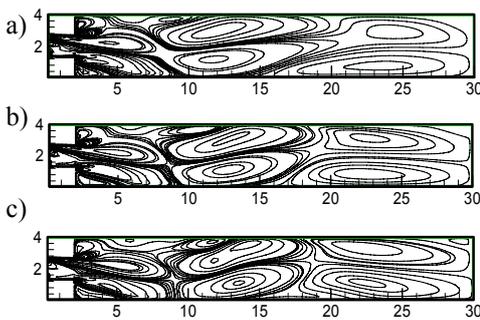


Рис. 6. Изолинии нормального напряжения τ_{xx} для $Re=130$: *a* – псевдопластик; *b* – ньютоновская жидкость; *c* – дилатантная жидкость

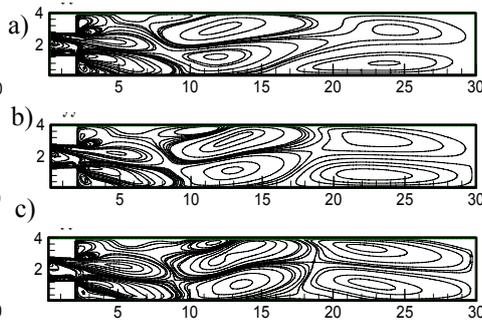


Рис. 7. Контуры нормального напряжения τ_{yy} для $Re=130$: *a* – псевдопластик; *b* – ньютоновская жидкость; *c* – дилатантная жидкость

Вторичное циркуляционное течение на нижней стенке для ньютоновской жидкости возникает при значении числа Рейнольдса $Re=80$.

Влияние значения числа Рейнольдса на распределение тангенциальных напряжений вдоль верхней и нижней стенок показано на рис. 5 для ньютоновской жидкости. Видно, что при $Re=30$ распределение напряжений вдоль верхней и

нижней стенок одинаково. При увеличении значения числа Рейнольдса эти распределения начинают отличаться друг от друга, особенно при $Re=130$.

На рис. 4 приведены изолинии осевой компоненты скорости при значении $Re = 130$ для ньютоновской и неньютоновской жидкостей. На рис. 6–7 приведены изолинии нормальных напряжений τ_{xx} и τ_{yy} при значении $Re=130$.

Выводы. Проведено численное моделирование течения ньютоновской и обобщенной ньютоновской жидкости в канале, содержащем внезапное расширение масштаба 1:3. Определена точка бифуркации решения для исследуемых жидкостей и показан переход от симметричного к несимметричному течению. Критическое значение числа Рейнольдса для возникновения бифуркации решения происходит при $Re_{cr}=48$ для ньютоновской жидкости, при $Re_{cr}=46$ – для дилатантной жидкости и при $Re_{cr}=51$ – для псевдопластика. Вторичное циркуляционное течение на нижней стенке для ньютоновской жидкости возникает при значении числа Рейнольдса $Re=80$. Результаты моделирования хорошо согласуются с теоретическими и экспериментальными данными других авторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Durst, F., Schierholz, W.F., Wunderlich, A.M.* Experimental and numerical investigations of plane duct flows with sudden contraction // *ASME J. Fluids Eng.*, 1987. Vol. 109. P. 376–383.
2. *Dennis, S.C.R., Smith, F.T.* Steady flow through a channel with a symmetrical constriction in the form of a step // *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 1980. Vol. 372. P. 393–414.
3. *Hunt R.* The numerical solution of the laminar flow in a constricted channel at moderately high Reynolds number using Newton iteration // *Int. J. Numer. Methods Eng.* 1990. Vol. 11. P. 247–259.
4. *Hawken D.M., Townsend, P., Webster, M.F.* Numerical simulation of viscous flows in channels with a step // *Comput. Fluids.* 1991. Vol. 20. P. 59–75.
5. *Huang H., Seymour B.R.* A finite difference method for flow in a constricted channel // *Comput. Fluids.* 1995. Vol. 24. P. 153–160.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УПЛОТНЕНИЯ
ПОРОШКОВЫХ СРЕД ТИПА Zr-B ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ
ВОЗДЕЙСТВИЯХ*****А.О. Товпинец, Е.В. Жуков, М.А. Дмитриева**

Исследования посвящены численному моделированию физико-химических процессов при уплотнении реагирующих порошковых материалов типа Zr-B.

**SIMULATION OF SHOCK COMPACTION POWDER
MATERIALS SUCH AS Zr-B WITH DYNAMIC EFFECTS****A.O. Tovpinets, E.V. Zhukov, M.A. Dmitrieva**

Studies devoted to numerical modeling of physical and chemical processes in reactive powder materials compaction such as Zr-B.

Для проведения вычислительных экспериментов использована многоуровневая модель реагирующей порошковой смеси [1], описывающая физико-химические процессы ударного синтеза на микро- и макроуровнях, учитывающая параметры исходной структуры, пористости, начальной температуры, возможности фазовых переходов всех компонентов реагирующей среды, образования жидкой и газовой фаз реагирующих компонентов, изменения их реакционной способности в процессе механического нагружения и другие технологические факторы.

Особенность поведения реагирующих порошковых материалов, не образующих прочного тугоплавкого каркаса в процессе физико-химических превращений, может проявиться в их специфической реакции на увеличение интенсивности механического воздействия. С ростом интенсивности ударного воздействия выход продукта реакции сначала растет, а затем может уменьшиться практически до нуля [2]. Для объяснения этого явления вводится дополнительный структурный уровень физического моделирования реагирующего порошкового материала – уровень порошковой частицы [3].

Считается, что гипотеза о гомогенности состояния микрообъема порошковой среды не выполняется по объему отдельной порошковой частицы. Интенсивность химических превращений, инициированных ударным импульсом, объясняется механической активацией компонентов смеси, определяемой, в свою очередь, пластическим деформированием кристаллической структуры и разрушением поверхностных слоев частиц порошкового тела в процессе схлопывания пор действием ударного импульса. В процессе пластического деформирования и запуска экзотермических химических превращений частицы нагреваются неравномерно по толщине, и если температура поверхностного слоя материала частиц приближается к температуре плавления, то материал пере-

* Исследования проводились по проекту АВЦП РНП ВШ 2.1.2/3862.

стает уплотняться как пористое деформируемое твердое тело. Это определяет возможность смены механизма внутреннего трения порошковой среды вследствие плавления поверхностного слоя хотя бы одного из реагирующих компонентов. При интенсивном механическом воздействии этот эффект может реализоваться уже в первые моменты ударного перехода и привести к уплотнению порошкового компакта, обеспеченному переупаковкой порошковых частиц без значительного искажения кристаллической структуры материала. Такое уплотнение вызывает уменьшение степени механической активации реагирующей порошковой смеси и невозможность ударного инициирования химических превращений во всем объеме реагирующих компонентов. Исследование этого явления возможно с привлечением модели вязкопластического поведения порошковой реагирующей среды.

Этот подход был применен для исследования процессов уплотнения порошковой смеси Zr-B из-за неспособности твердофазного каркаса сопротивляться большим сдвиговым нагрузкам вследствие близких температур плавления компонентов.

Порошковая структура характеризуется различной степенью концентрационной неоднородности и описывается безразмерным параметром b/a [1].

Проводилось исследование влияния смены механизма внутреннего трения порошковой среды на особенности протекания синтеза.

На рис. 1 представлены зависимости массовой доли прореагировавших компонентов смеси, достигаемой к моменту окончания действия ударного импульса, от амплитуды динамического импульса для различных значений степени концентрационной неоднородности моделируемой смеси. Линии 1–4 отвечают следующим распределениям концентраций компонентов модельных образцов: $b/a=1.1$; $b/a=1.2$; $b/a=1.3$; $b/a=1.4$ соответственно.

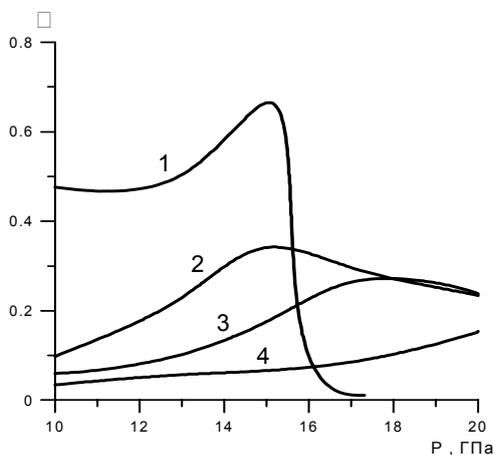


Рис. 1. Зависимость массовой доли прореагировавших компонентов смеси от величины амплитуды динамического импульса

Реализация режима смены механизмов внутреннего трения проявляется в падении выхода продукта реакции при росте амплитуды ударного импульса.

Переупаковка твердых частиц за счет расплава одного или обоих компонентов смеси является одним из определяющих факторов ударного запуска хи-

мических превращений наряду с параметрами структуры и интенсивности механического воздействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лейцин В.Н., Дмитриева М.А.* Моделирование механохимических процессов в реагирующих порошковых средах. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 188 с.
2. *Гордолов Ю.А.* Действие ударных волн на процессы и продукты самораспространяющегося высокотемпературного синтеза // Самораспространяющийся высокотемпературный синтез: теория и практика. Черногловка: Территория, 2001. С. 294–312.
3. *Лейцин В.Н., Кобраль И.В., Дмитриева М.А.* Исследование процессов динамического уплотнения реагирующих порошковых смесей типа Ti-C // Вестн. Том. гос. ун-та: Общонаучный периодический журнал. Бюллетень оперативной научной информации. 2003. № 13. С. 23–27.

ТРЕХКОМПОНЕНТНАЯ ДИФФУЗИЯ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ДВУХСЛОЙНОМ СПЛАВЕ ПРИ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ ОБРАБОТКЕ

А.В. Тян, А.Г. Князева

Численно исследуется сопряженная задача трехкомпонентной неравновесной диффузии в двухслойной системе «покрытие-подложка» в условиях импульсного электронно-лучевого воздействия. В задаче учитывается влияние внутренних механических напряжений на диффузию компонентов и влияние диффузионного потока одного компонента на кинетику перераспределения другого. Теплофизические свойства приняты постоянными (свойства покрытия и подложки различны). На границе раздела «покрытие-подложка» приняты условия идеального контакта.

THREE-COMPONENT DIFFUSION ACCOUNTING FOR EFFECT OF STRESSES IN TWO-LAYER ALLOY UNDER ELECTRON-BEAM TREATMENT

A.V. Tyan, A.G. Knyazeva

The adjoint problem of three-component nonequilibrium diffusion in two-layer system “coating-substrate” under pulse electron-beam treatment is numerically investigated in the article. Effect of internal mechanical stresses on diffusion of components and dependence of kinetics of redistribution of one component on diffusion flux of another component are taken into account in the model. It is assumed that thermophysical properties are constant (properties of coating and substrate are various). Conditions of ideal contact are assumed on the coating-substrate interface.

Введение. Изучение диффузии в многокомпонентных и многослойных материалах является комплексной многофакторной проблемой. В экстремальных условиях электронно-лучевых воздействий, когда за малые времена (порядка 10^{-6} с) происходит локальный разогрев поверхности материала вплоть до температуры его плавления, математическое моделирование приобретает важное значение для оценки глубины и характера прогрева и характеристик диффузионной зоны, а также для выбора технологических параметров электронно-лучевой обработки.

В настоящей работе предложена связанная математическая модель трехкомпонентной диффузии в двухслойном сплаве. На внешней поверхности образца моделируются условия, соответствующие импульсной электронно-лучевой обработке. На внутренней границе раздела двух областей с различающимися механическими, диффузионными и теплофизическими свойствами приняты условия идеального контакта. В начальный момент времени на внутренней границе раздела областей имеем ступенчатый перепад концентраций диффундирующих компонентов. В модели учитываются перекрестные потоки, зависимость парциальных коэффициентов диффузии от температуры и влияние внутренних механических напряжений и деформаций на диффузию, возникающих в материале вследствие изменения температуры и различия мольных объемов компонентов.

Задача исследуется в безразмерных переменных методом конечных разностей. Численные расчеты позволяют получать распределения температуры, концентраций диффундирующих элементов, напряжений и деформаций по глубине материала в различные моменты времени, зависимости осредненных характеристик от времени. Кроме этого, приводится оценка зон прогрева и диффузии для разных условий воздействия с учетом и без учета напряжений.

Математическая постановка задачи. В неизотермических условиях требуется совместное решение диффузионных уравнений и уравнения теплопроводности. Для трехкомпонентной диффузии в двухслойном материале в приближении твердого неидеального раствора записываем уравнения теплопроводности и по два уравнения диффузии для каждой области:

$$(c_p \rho)^k \frac{\partial T^k}{\partial t} = \lambda^k \frac{\partial^2 T^k}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial C_1^k}{\partial t} = -\frac{\partial J_1^k}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C_2^k}{\partial t} = -\frac{\partial J_2^k}{\partial x}, \quad (3)$$

где выражения для перекрестных диффузионных потоков с учетом напряжений определяются по формулам [1]:

$$J_1^k = -D_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} - D_1 g_{12}^k \frac{\partial C_2}{\partial x} + \frac{\alpha_1 D_1 M_1 C_1}{\rho^k RT} \nabla \sigma_{ii}^k, \quad (4)$$

$$J_2^k = -D_2 \frac{\partial C_2}{\partial x} - D_2 g_{21}^k \frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\alpha_2 D_2 M_2 C_2}{\rho^k RT} \nabla \sigma_{ii}^k, \quad (5)$$

где M_i – молярная масса i -го компонента; D_i – коэффициенты самодиффузии i -го компонента; D_{ij} – матрица парциальных коэффициентов; $\alpha^{(i)}$ – коэффициент концентрационного расширения i -го компонента; $\rho^{(k)}$ – плотность k -й области; R – универсальная газовая постоянная; T – температура; $\sigma_{ii}^{(e)}$ – тензор напряжений.

Покрытие содержит один подвижный элемент, основа – два, так что мы можем говорить о трехкомпонентной системе с заданным начальным распределением концентраций:

$$t = 0: \quad \begin{aligned} C_1 = 1, \quad C_2 = C_3 = 0, \quad 0 \leq x \leq H, \\ C_1 = 0, \quad C_2 = C_3 = 0.5, \quad H < x \leq H + L, \end{aligned} \quad (6)$$

где C_i , $i = 1, 2, 3$, – массовые концентрации компонентов; H – толщина покрытия; L – толщина основы; $H+L$ – суммарная длина обеих областей.

Далее будем обозначать все величины, относящиеся к покрытию, верхним индексом «С», а относящиеся к основному материалу – верхним индексом «S».

Первый инвариант тензора напряжений $\sigma_{ii} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$ имеет одинаковый вид для обоих потоков и определяется аналитически из решения задачи о механическом равновесии пластины [2], в которой связь между напряжениями σ_{ij} и деформациями ε_{ij} обеспечивается линейными соотношениями Дюамеля-Неймана:

$$\sigma_{ij} = 2\mu_L \varepsilon_{ij} + \delta_{ij} (\lambda_L \varepsilon_{kk} - Kw), \quad (7)$$

где относительное объемное изменение w в общем виде запишется так:

$$w = 3 \left[\alpha_T (T - T_0) + \sum_{k=1}^n \alpha_k (C_k - C_k^0) \right], \quad (8)$$

где α_T – линейный коэффициент теплового расширения, $1/^\circ\text{K}$; C_k^0 – начальные распределения концентрации элементов в недеформированной среде; α_k – коэффициенты концентрационного расширения, характеризующие объемные изменения в расчете на единицу концентрации при отсутствии напряжений. В общем случае $\alpha_k = \alpha_k(C_k)$, K – модуль объемной упругости, λ_L и μ_L – коэффициенты Ламе.

Задача о механическом равновесии решается в приближении симметричной, изотропной, не закрепленной и свободной от действия внешних сил тонкой пластины [2]. Из ее решения определяем формулы для компонентов тензора напряжений и деформаций:

$$\begin{aligned} \sigma_{22}^k = \sigma_{33}^k &= \frac{E^k}{1-\nu^k} \left[A_1 x + A_2 - \frac{w^k}{3} \right], \\ \varepsilon_{11}^k &= -\frac{2\nu^k}{1-\nu^k} (A_1 x + A_2) + \frac{1+\nu^k}{1-\nu^k} \frac{w^k}{3}, \\ \varepsilon_{22} &= \varepsilon_{33} = A_1 x + A_2. \end{aligned} \quad (9)$$

$$w^k = 3 \left[\alpha_T^k (T - T_0) + (\alpha_1 - \alpha_3)(C_1 - C_1^0) + (\alpha_2 - \alpha_3)(C_2 - C_2^0) \right],$$

где A_1 и A_2 – постоянные интегрирования, определяемые из условий равенства нулю по контуру пластины равнодействующего усилия и равнодействующего момента сил.

Плотности ρ^k , удельные теплоемкости c_p^k и коэффициенты теплопроводности λ^k в каждой из областей приняты постоянными и не зависящими от температуры и состава. Эффекты плавления, явления термодиффузии, диффузионной теплопроводности, а также тепловое расширение и связанные с ним эффекты в модели не учитываются.

Граничное условие на поверхности для температуры имеет вид

$$x = 0: \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = q(t) - \varepsilon \sigma (T^4 - T_e^4), \quad (10)$$

где второе слагаемое в правой части описывает потери тепла излучением во внешнюю среду по закону Стефана – Больцмана. $q(t) = q_0 f_1(t)$, q_0 – плотность мощности в импульсе [$\text{Дж}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$]; $f_1(t) = 1$ при $t \leq t_i$ и $f_1(t) = 0$ при $t > t_i$ (для одного импульса длительностью t_i), ε , σ – постоянная Стефана–Больцмана; ε – степень черноты; T_e – температура окружающей среды (или стенок вакуумной камеры).

На внешней границе $x = H+L$ источники и стоки тепла отсутствуют:

$$x = H + L: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0. \quad (11)$$

На границе раздела двух областей приняли условие идеального контакта (граничное условие четвертого рода):

$$x = H: \quad \lambda^C \frac{\partial T^S}{\partial x} = \lambda^S \frac{\partial T^S}{\partial x}, \quad T^C = T^S. \quad (12)$$

Диффузионные потоки на внешних поверхностях равны нулю:

$$x = 0, H + L: \quad J_1^C = J_2^S = J_2^C = J_1^S = 0. \quad (13)$$

В задаче диффузии на границе раздела в точке $x = H$ также принимаем условия идеального контакта:

$$x = H: \quad J_1^C = J_1^S, \quad J_2^C = J_2^S, \quad C_1^C = C_1^S, \quad C_2^C = C_2^S. \quad (14)$$

Температура в начальный момент времени:

$$T = T_e.$$

Таким образом, имеем сопряженную задачу неизотермической диффузии (1) – (3) с начальными (6) и граничными условиями (10)–(14).

Результаты. Переход к безразмерным переменным позволил сократить общее число параметров с 32 до 25. При этом, как показал параметрический анализ, некоторые безразмерные комплексы и параметры оказывают несущественное влияние на процесс тепломассопереноса или имеют вполне определенные значения, общие для многих металлов и сплавов. Кроме этого, в безразмерных переменных размер первой области и длительность импульса всегда равны единице, что удобно при сравнительном анализе и графическом представлении результатов. Также переход к безразмерным переменным «укрупняет» расчетные пространственно-временные масштабы, что позволяет использовать в разностной схеме относительно более мелкие шаги по пространству и времени.

Время наблюдения $\tau_o = 2$, один импульс. Варьировали параметры, непосредственно относящиеся к диффузии, перекрестным эффектам и явлениям связанности. Стоит заметить, что математическая модель не привязана к конкретной системе. Расчеты осуществлялись не только для одного фиксированного набора параметров, соответствующего конкретной системе, а рассматривались достаточно широкие диапазоны значений параметров. Поэтому модель применима к самым разнообразным металлическим системам.

Таким образом, построена и исследована связанная математическая модель трехкомпонентной диффузии в двухслойном материале с внутренней границей раздела (идеальный контакт) с учетом перекрестных диффузионных потоков и напряженно-деформированного состояния при воздействии мощного теплового импульса. Проведено параметрическое исследование модели в широком диапазоне значений безразмерных параметров. Даны оценки глубины диффузии и прогрева, а также максимальных напряжений и деформаций. Показаны характер и степень влияния напряжений на скорость и глубину диффузии, зависимость глубины и характера перераспределения элементов в зависимости от ин-

тенсивности перекрестных диффузионных потоков. Более подробные результаты представлены в других публикациях авторов (см. [3–6]).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Князева А.Г.* Перекрестные эффекты в твердых средах с диффузией // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 3. С. 85–99.
2. *Боли Б., Уэйнер Дж.* Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964. 517 с.
3. *Князева А.Г., Тян А.В.* Влияние поверхностной активации и внутренних механических напряжений на диффузию атомов кислорода при электронно-лучевой обработке TiNi-сплавов // Физическая мезомеханика. 2010. Т. 3, № 1. С. 95–106.
4. *Князева А.Г., Тян А.В.* Численное моделирование электронно-лучевой обработки материалов с учетом поверхностной активации и внутренних механических напряжений // Вычислительные технологии. 2010. Т. 15, № 3. С. 82–98.
5. *Тян А.В., Князева А.Г., Псахье С.Г.* Нелинейные эффекты в поверхностном слое никелида титана в условиях его неравновесной активации импульсным электронным пучком // Изв. вузов. Физика. 2007. Т. 50, № 3. С. 8–16.
6. *Тян А.В.* Численное исследование сопряженных задач неравновесной диффузии при импульсном электронно-лучевом воздействии: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2010. 189 с.

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ФАЗ В СИСТЕМЕ Ti-AL ПРИ САМОРАСПРОСТРАНЯЮЩЕМСЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОМ СИНТЕЗЕ*

Е.В. Шишкина, М.А. Дмитриева, Т.В. Колмакова

Моделировалось поведение реагирующей порошковой среды в системе Ti-Al с учетом многостадийности химических превращений. Исследовалось влияние исходного размера частиц титана на степени превращений исходных компонентов.

FORMATION OF PHASES IN THE Ti-AL AT SELF- PROPAGATING HIGH-TEMPERATURE SYNTHESIS

E.V. Shishkina, M.A. Dmitrieva, T.V. Kolmakova

The behavior of reacting powder medium in the Ti-Al based system with taking into account multistage chemical transformations was simulated. The effect of initial particle size of titanium on the degree of transformation of the initial components was investigated.

Одной из основных задач фундаментального и прикладного материаловедения является управление процессом самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС). Для этих целей необходимо понимание механизмов процессов структурообразования при СВ-синтезе. В последнее время большой интерес вызывают соединения на основе алюминидов титана. Указанные соединения обладают малым удельным весом, высокой жаростойкостью. Процессы, протекающие при СВС [1], характеризуются многостадийностью, многофазностью и широким диапазоном изменения физико-химических параметров. Разработка методов исследования физико-химических процессов синтеза в реагирующих порошковых материалах имеет практическую значимость для развития современных технологий получения материалов.

Процесс фазообразования в системе Ti-Al зависит как от состава исходной реакционной системы, так и от исходного размера частиц Ti [2, 3]. Возможные формируемые фазы $TiAl_3$, $TiAl$, Ti_3Al образуются в результате протекания последовательных реакций.

Исследование взаимодействия в порошковой смеси Ti-Al привело к построению следующей качественной модели формирования многофазных продуктов реакции в рассматриваемой системе. Наиболее вероятным механизмом, реализующимся на первом этапе взаимодействия, является зарождение слоя интерметаллида $TiAl_3$ путем диффузии атомов Al из расплава в решетку частиц Ti [2]. Дальнейшее снижение концентрации Al в области контакта с титановым материалом приводит к образованию соединения $TiAl$. При распространении процесса в глубь титановой массы концентрация алюминия уменьшается, что становится причиной зарождения интерметаллида Ti_3Al . Заключительной ста-

* Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проект №10-01-90717-моб_ст).

дией структурообразования является выравнивание состава интерметаллидных слоев, в первую очередь благодаря перекристаллизации Ti_3Al в $TiAl$ [2, 3].

Моделировался процесс СВС в системе $Ti-Al$ в режиме теплового взрыва. В рамках модели решается ряд сопряженных задач: теплового баланса реагирующей смеси, макрокинетики химических превращений, фильтрации расплава легкоплавкого компонента [4]. Исследовалось влияние степени концентрационной неоднородности порошковой смеси с исходной пористостью $\Pi = 0,4$ на характер формирования продуктов реакции в зависимости от исходного размера частиц титана. На рис. 1, 2 представлены степени превращений исходных компонентов смеси при формировании соответствующих продуктов реакции к моменту времени окончания превращений (t в секундах) для однородной (рис. 1) и неоднородной (рис. 2) исходной порошковой смеси и различного исходного размера частиц титана 55 мкм (а), 115 мкм (б), 130 мкм (в).

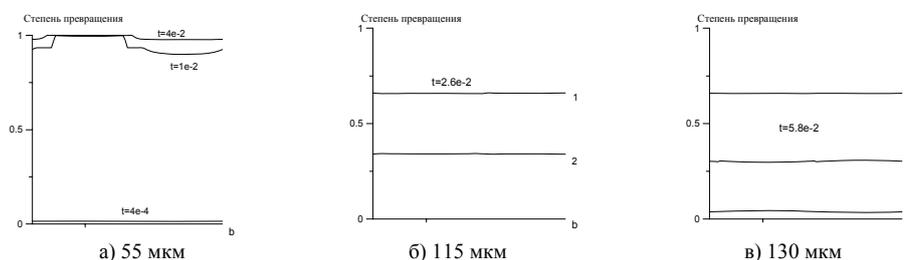


Рис. 1. Распределение степени превращений исходных компонентов смеси по длине реакционной ячейки при формировании соответствующих продуктов реакции: 1 – $TiAl_3$; 2 – $TiAl$; 3 – Ti_3Al . Параметр концентрационной неоднородности $b/a=1,4$

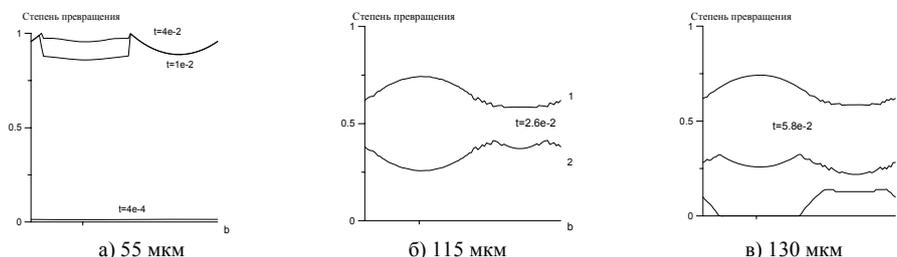


Рис. 2. Распределение степени превращений исходных компонентов по длине реакционной ячейки при формировании соответствующих продуктов реакции: 1 – $TiAl_3$; 2 – $TiAl$; 3 – Ti_3Al . Параметр концентрационной неоднородности $b/a=1,45$

Для исходного размера частиц титана $d=55$ мкм образуется только одна фаза $TiAl_3$, на рис. 1, а и 2, а формирующаяся фаза представлена в разные моменты времени (t в секундах). При увеличении исходного размера частиц титана число образующихся фаз продукта реакции увеличивается вплоть до трех фаз $TiAl_3$, $TiAl$, Ti_3Al в случае размера частиц $d=130$ мкм.

Увеличение степени концентрационной неоднородности смеси приводит также к неоднородному распределению продуктов реакции по длине реакционной ячейки. Повышение параметра неоднородности для смеси с исходным размером частиц титана 130 мкм (рис. 2, в) приводит к формированию преимущественно только двух фаз (1 – $TiAl_3$, 2 – $TiAl$) в области ячейки с повышенным содержанием пластичного компонента (Al), что связано с нехваткой титана в этой области для формирования 3-й фазы – Ti_3Al .

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мержанов А.Г.* Самораспространяющийся высокотемпературный синтез // Физическая химия. 1983. Т. 3. № 44. С. 6–45.
2. *Середа Б.П., Жеребцов А.А.* Исследование структурообразования алюминидов титана при их получении методом СВС // Запорожская государственная инженерная академия: Сб. трудов «Строительство, материаловедение, машиностроение». 2008. С. 15–17.
3. *Filimonov V.Yu., Evstigneev V.V., Afanas'ev A.V. and Loginova M.V.* Thermal explosion in Ti+3Al mixture: mechanism of phase formation// International of Self-Propagating Higt-Temperature Synthesis. 2008. Vol. 17, № 2. P. 101–105.
4. *Лейцин В.Н., Дмитриева М.А.* Моделирование механохимических процессов в реагирующих порошковых средах. Томск: Изд-во НТЛ, 2006. 188 с.

СЕКЦИЯ IV
ГАЗОВАЯ ДИНАМИКА
МНОГОФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ
В ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВАХ

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВИХРЕВЫХ ДОРОЖЕК В ГИДРОДИНАМИКЕ КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ТЕЛ

С.С. Гартман

Рассматривается задача об автоколебаниях упруго подвешенного тела, которые возбуждаются срывающейся вихревой дорожкой.

APPLICATION OF THE THEORY OF A VORTICAL PATHS IN HYDRODYNAMICS OF FLUCTUATING BODIES

S.S. Gartman

The problem about self-oscillations is considered is elastic the suspended solid body, which are raised by a breaking vortical path.

Ветер всегда раскачивает деревья, провода линий электропередачи и т.д. Кинематическая схема подобной задачи в упрощенной постановке показана на рис. 1.

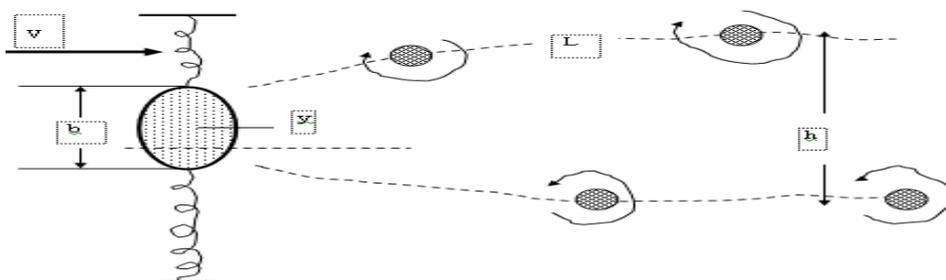


Рис. 1. Схема течения вокруг упруго подвешенного тела

Твердое тело с основным размером по вертикали, равным b , подвешено на упругой связи так, что оно может перемещаться только по направлению оси y . Необходимо установить, как будет взаимодействовать упруго подвешенное тело с ветром, дующим со скоростью V . Позади тела при этом образуется вихревая дорожка Кармана. Направление вращения вихрей в ней будет таким же, как при обтекании неподвижного тела, т. е. верхний ряд вихрей вращается по направлению часовой стрелки. Уравнение колебаний рассматриваемого тела можно получить исходя из простых физических соображений. Кажущаяся ширина вихревой дорожки h будет равна не b , а $b+2|y|$. Если за отсутствием более точных знаний о явлении мы применим к препятствию такой ширины законы чередующихся вихрей [1], то найдем, что подъемная сила будет иметь вид $F = AV^2h \sin \omega t$. Здесь ω – частота срыва вихрей; A — коэффициент, который не зависит от скорости ветра V .

Учтем также, что частота срыва вихрей равна V/h и, таким образом, получаем дифференциальное уравнение колебательного движения

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + Ky = AV^2 (b + 2|y|) \sin \left(\frac{Vt}{b + 2|y|} \right). \quad (1)$$

Полученное уравнение, предложенное в работе [2], является нелинейным, так как содержит в себе модуль величины y и явно входящее время t . Аналитическое решение для уравнения (1), по-видимому, получить невозможно, поэтому необходимо применять для его исследования численный метод. Приведем сначала уравнение (1) к безразмерному виду. Если ввести обозначения

$$y = b\xi, \quad \omega_0 = \sqrt{K/m}, \quad \tau = \omega_0 t, \quad (2)$$

где ω_0 — собственная частота колебаний; τ — безразмерное время, то (1) примет сначала вид

$$mb\omega_0^2 \frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + Kb\xi = AV^2 b(1 + 2|\xi|) \sin \left(\frac{V}{\omega_0 b} \frac{\tau}{1 + 2|\xi|} \right). \quad (3)$$

Деля его на $m\omega_0^2 b$, будем иметь

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \xi = \frac{AV^2}{m\omega_0^2} (1 + 2|\xi|) \sin \left(\frac{V}{\omega_0 b} \frac{\tau}{1 + 2|\xi|} \right). \quad (4)$$

Введем безразмерное число Струхала по формуле

$$C = \frac{V}{\omega_0 b}. \quad (5)$$

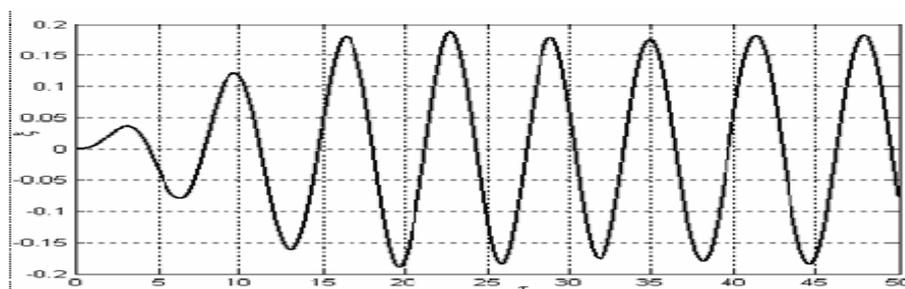
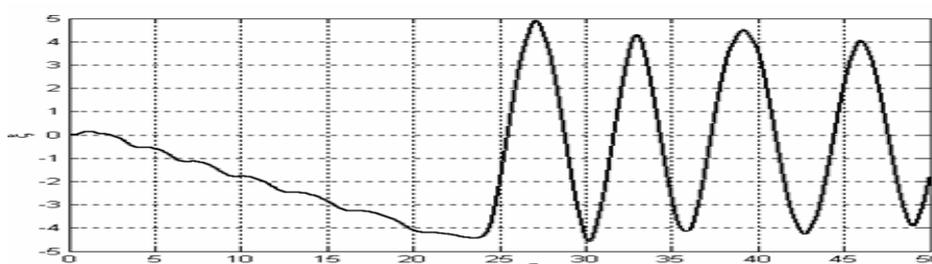
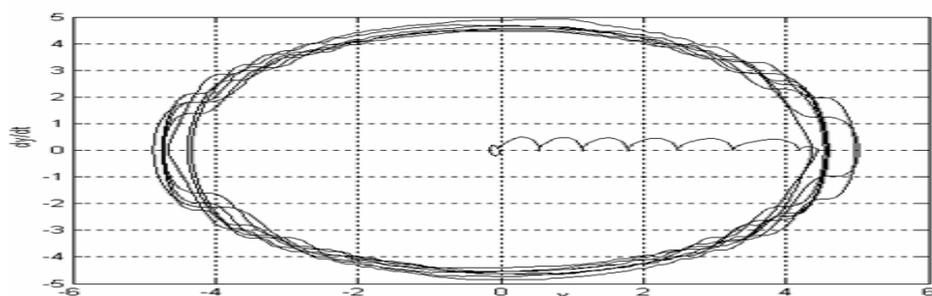
Тогда формула (4) запишется в виде

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \xi = \alpha C^2 (1 + 2|\xi|) \sin \left(\frac{C\tau}{1 + 2|\xi|} \right), \quad (6)$$

где множитель $\alpha = Ab^2/m$ не зависит от скорости ветра, но может зависеть от формы обтекаемого тела и его массы.

Исследование дифференциального уравнения (6) численным методом показало, что оно описывает автоколебательный процесс. Действительно, из него непосредственно видно, что для величины ξ не существует положения равновесия $\xi = 0$ и в то же время оно совершает колебания во времени.

Ниже представлены графики расчетов, выполненные методом Рунге–Кутты. Из рис. 2 видно, что при малой скорости ветра ($C=1$) упругие колебания, возбуждаемые образовавшейся вихревой дорожкой, начиная из состояния покоя, быстро устанавливаются на определенный режим амплитуды и частоты. Это как раз и характерно для явления автоколебания.

Рис. 2. Колебание упруго подвешенного тела при малой скорости ветра/ $C=1$ Рис. 3. Колебание упруго подвешенного тела при большой скорости ветра. $C=4$ Рис. 4. Фазовый портрет колебаний. $C=4$

При увеличении скорости ветра (рис. 3) сначала отклонение от начального положения покоя растет почти по линейному закону, а затем оно переходит в автоколебания. На рис. 4 для этого случая показан вид фазового портрета, когда по оси абсцисс отложено отклонение ξ , а по оси ординат — его скорость $\dot{\xi}$. Таким образом, примененная в данной задаче упрощенная модель, основанная на учете вихревой дорожки за обтекаемым телом, вполне объясняет причину возникновения автоколебаний упругих тел в потоке воздуха.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голубев В.В. Труды по аэродинамике. М.; Л.: Гостехиздат, 1957. 980 с.
2. Рокар И. Неустойчивость в механике. Автомобили, самолеты, висячие мосты: Пер. с фр. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 287 с.

**ПОЛУЧЕНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ КОМПАКТНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ ТРЕБУЕМЫХ МАСС
ПРИ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОМ ИЗМЕНЕНИИ РАЗМЕРОВ
КУМУЛЯТИВНЫХ УСТРОЙСТВ**

И.В. Жданов, А.С. Князев, Д.В. Маляров

Рассматривается возможность получения высокоскоростных компактных элементов требуемых масс.

**FORMING OF A HIGH VELOCITY PREDEFINE MASS COM-
PACT ELEMENTS DUE TO PROPORTIONAL CHANGING OF
THE DIMENSIONS OF A CUMULATIVE DEVICES**

I.V. Zhdanov, A.S. Knyazev, D.V. Malyarov

The ability of forming a high velocity predefine mass debris is performed in this paper.

Целью данной работы является экспериментальное подтверждение возможности получения высокоскоростных компактных элементов требуемых масс при пропорциональном изменении размеров кумулятивных метаящих устройств.

За основу выбрано хорошо себя зарекомендовавшее взрывное метаящее устройство (ВМУ) типа ПЦ (кумулятивный заряд с облицовкой в форме полу-сфера-цилиндр) [1], показанное на рис. 1 и формирующее компактный элемент (КЭ) массой 17 ± 4 г со скоростью 6 км/с. Типовая рентгенограмма такого элемента приведена на рис. 2.

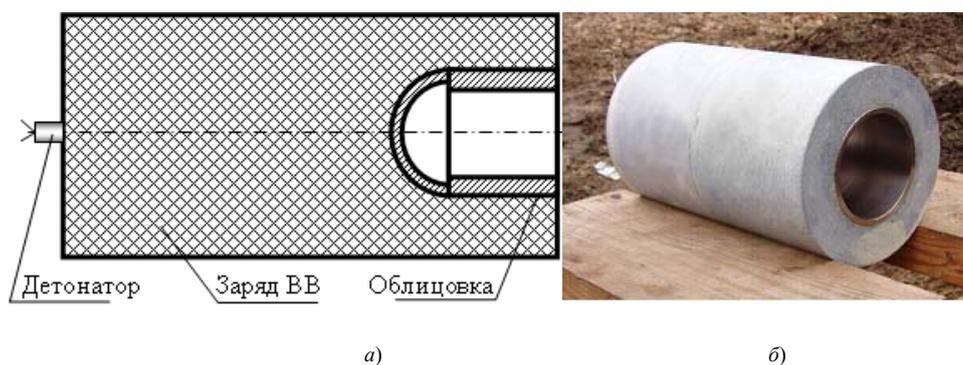


Рис. 1. Схема и фотография ВМУ типа ПЦ

Было решено получить массы КЭ 40 и 100 г. Для этого изготовлены ВМУ, масштабно увеличенные в 1,33 и 1,8 раза. Предполагалось, что это приведёт к

пропорциональному увеличению массы КЭ до заданных значений при сохранении их скорости.

На рис. 3, 4 приведены характерные экспериментальные рентгенограммы сформированных элементов. Они показывают, что в увеличенных ВМУ формируется сохраненный компактный элемент с удлинением, соответствующим КЭ, формируемого базовой конструкцией. Средняя скорость элементов, измеренная на базе ~ 4 м, составила 6,1 км/с, что также хорошо совпадает со скоростью элемента в базовом ВМУ.



Рис. 2. КЭ, формируемый базовым ВМУ



Рис. 3. КЭ, формируемый ВМУ, увеличенным в 1,33 раза

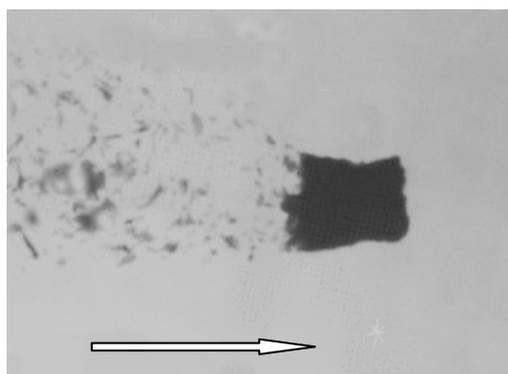


Рис. 4. КЭ, формируемый ВМУ, увеличенным в 1,8 раза

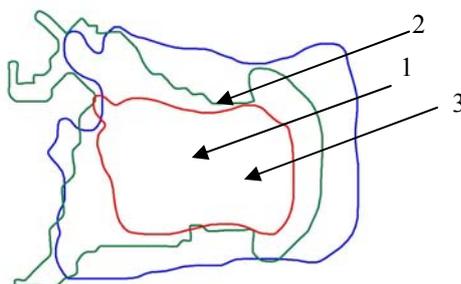


Рис. 5. Сравнение контуров КЭ: контур 1 – масса КЭ 17 ± 4 г; контур 2 – масса КЭ 40 ± 9 г; контур 3 – масса КЭ 100 ± 13 г

Оценка их масс проводилась двумя способами – по рентгенограмме, путём аппроксимации изображения на ней КЭ телом вращения эквивалентной пло-

щади и удлинения, а также по кратеру на мишени [2, 3], и показала хорошее соответствие предварительно проведенным расчетным оценкам. Так, ВМУ, увеличенное в 1,33 раза, формирует КЭ массой 40 ± 9 г, а увеличенное в 1,8 раза – КЭ массой 100 ± 13 г.

Как видно из рентгенограмм, сформированные КЭ имеют четкие границы и равномерное потемнение, что говорит о их сплошной структуре.

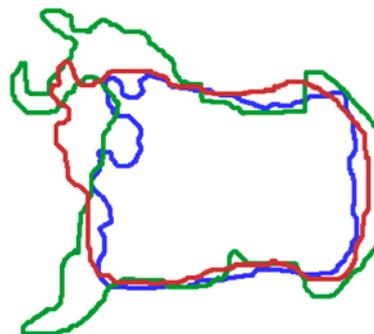


Рис. 6. Наложение контуров КЭ

Сравнение контуров приведено на рис. 5 и 6, при этом на рис. 5 контуры приведены каждый в одном масштабе, на рис. 6 – контур 1 оставлен без изменений, контур 2, соответствующий элементу на рис. 5, уменьшен в 1,33 раза, а контур 3 уменьшен в 1,8 раза.

Видно, что при таком наложении контуров они достаточно хорошо совпадают и что получаемые КЭ близки по форме.

Таким образом, экспериментально подтверждена возможность получения КЭ, требуемых масс (при сохранении их скорости) путём пропорционального изменения размеров кумулятивных взрывных метаяющих устройств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балеевский А.Г., Киселев Ю.Г., Могилев В.А. и др. Высокоскоростное метание компактных элементов // Сб. докладов науч. конф. Волжского регионального центра РАН «Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения». Саров: ВНИИЭФ, 2000.
2. Эйчельбергер Р., Кайнике Дж. Высокоскоростной удар // Физика быстропотекающих процессов. М.: Мир, 1971.
3. Понд Р., Глас К. Металлофизические исследования и распределение энергии // Высокоскоростные ударные явления. М.: Мир, 1973.

ФУНКЦИЯ ГРИНА ДЛЯ РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА

К.Б. Липунова

Получено решение двумерного уравнения Лапласа, записанного в конечно-разностной форме, на бесконечной сетке.

GREEN'S FUNCTION FOR DIFFERENCE POISSON'S EQUATION

K.B. Lipunova

In article the solution of the two dimensional equation of Laplace, which has been written down in finite-difference form on an infinite grid, is received.

Разностные уравнения можно решать аналитическим способом, подобным тому, который применяется для решений дифференциальных уравнений в частных производных. В частности, можно применять метод разделения переменных, или метод функции Грина, для получения решения задачи с источником членом.

Если шаг дискретизации принять равным единице, то математическая постановка решаемой задачи будет выглядеть следующим образом:

$$\Phi(n+1, m) + \Phi(n-1, m) + \Phi(n, m+1) + \Phi(n, m-1) - (4 + k^2)\Phi(n, m) = \frac{\sin \pi n}{\pi n} \frac{\sin \pi m}{\pi m}. \quad (1)$$

Здесь в правой части стоит функция, равная нулю при всех целых значениях m и n , кроме случая $m=n=0$, где она равна единице. Множитель k^2 введен здесь для того, чтобы обобщить тип решаемой задачи, превратив ее в эллиптическое уравнение Гельмгольца.

Решение уравнения (1) не трудно получить, если сначала записать его правую часть в виде интегрального представления, имеющего следующий вид:

$$\frac{\sin \pi x}{\pi x} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{iux} du, \quad \frac{\sin \pi n}{\pi n} \frac{\sin \pi m}{\pi m} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{iun+ivm} dudv. \quad (2)$$

Будем искать решение уравнения (1) в той же форме (2), но с дополнительным множителем в виде функции $F(u, v)$, т.е.

$$\Phi(n, m) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(u, v) e^{iun+ivm} dudv. \quad (3)$$

Подстановка (2) и (3) в уравнение (1) приводит его к равенству:

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(u, v) 2 \left[2 + \frac{k^2}{2} - \cos u - \cos v \right] e^{iun+ivm} du dv = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{iun+ivm} du dv. \quad (4)$$

Отсюда видно, что искомая функция $F(u, v)$ должна быть равна

$$F(u, v) = \frac{1}{2} \frac{1}{2 + \frac{k^2}{2} - \cos u - \cos v}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в формулу (3), получим

$$\Phi(n, m) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos nu \cos mv du dv}{2 + k^2/2 - \cos u - \cos v}. \quad (6)$$

Отсюда видно, что потенциал источника для конечно-разностной задачи не обладает круговой симметрией. Он имеет четыре оси симметрии, проходящие через начало координат: вертикальную ось, горизонтальную ось и две оси, наклоненные к вертикали под углами $\pm 45^\circ$. Двойной интеграл в формуле (6) можно превратить в одномерный интеграл. Для этого достаточно воспользоваться интегральным представлением функции $1/x$:

$$\frac{1}{x} = \int_0^{\infty} e^{-tx} dt.$$

Приравнявая к равенству (6), найдем

$$\Phi(n, m) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \cos nu \cos mv du dv \int_0^{\infty} e^{-t[2+k^2/2]} e^{t\cos u} e^{t\cos v} dt.$$

После изменения порядка интегрирования будем иметь

$$\Phi(n, m) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-t[2+k^2/2]} dt \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos nu e^{t\cos u} du \right) \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos mv e^{t\cos v} dv \right).$$

Но интегралы, стоящие в круглых скобках, являются функциями Бесселя мнимого аргумента [2], и поэтому получается, что формула (6) эквивалентна следующему выражению:

$$\Phi(n, m) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-t[2+k^2/2]} I_n(t) I_m(t) dt. \quad (7)$$

Данный интеграл расходится, если $k=0$. Но если ввести одновременно источник и сток одинаковой интенсивности, то можно получить решение и для уравнения Лапласа, когда $k=0$. Пусть, например, источник расположен (как и раньше) в точке $n = m = 0$, а сток помещен в точку $n = n'$ и $m = m'$, где n' и m' – целые числа. Суммарное выражение для (7) тогда примет следующий вид:

$$\Phi(n, m) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-2t} [I_n(t) I_m(t) - I_{n-n'}(t) I_{m-m'}(t)] dt. \quad (8)$$

На рис. 1 показан пример расчета функции $\Phi(n, m)$ по формуле (7). Регуляризирующий параметр k в этом расчете имел малое значение: $k \approx 0.01$.

Характер изолиний (рис. 1, с) показывает, что круговая симметрия приближенно получается на значительном удалении от источника поля.

Аналогичным способом можно получить и решение для трехмерного разностного уравнения Лапласа. Оно в этом случае будет представляться в виде

$$\Phi(n, m, p) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-3t} I_n(t) I_m(t) I_p(t) dt . \quad (9)$$

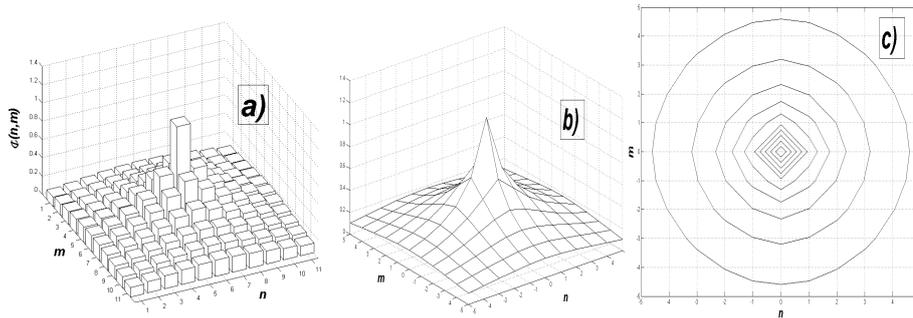


Рис. 1. Представление решения $\Phi(n, m)$ столбиковой диаграммой (а). Представление решения каркасной поверхностью (б). Изолинии функции Φ в плоскости (n, m) (с)

Причем интеграл (9), в отличие от двумерного случая, будет сходящимся. Это следует из асимптотического поведения модифицированных функций Бесселя при больших значениях аргумента:

$$I_n(t) \approx \frac{e^t}{\sqrt{2\pi t}} \left[1 - \frac{n-1}{8t} + \dots \right].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Беллман Р. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1963. 548 с.
2. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1963. 1100 с.
3. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит. 1963. 487 с.
4. Потемкин В.Г. MATLAB 6: среда проектирования инженерных приложений. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. 445 с.

РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОГАЗОДИНАМИКИ ПОЖАРА В ОФИСНЫХ ПОМЕЩЕНИЯХ

К.Ю. Литвинцев, А.А. Дектерев, Д.С. Серебренников

Раскрываются основные подходы к численному решению проблемы газодинамики пожара в офисном помещении. Описывается сравнение эксперимента с моделью.

COMPUTATIONAL RESEARCH OF FIRE DYNAMICS IN OFFICE SPACE

K.Yu. Litvintsev, A.A. Dekterev, D.S. Serebrennikov

The present research concentrated on the basic methods of CFD-calculations of fire dynamics in office space. Research describes assimilation of experimental data and computational model.

В современных условиях разработка экономически оптимальных и эффективных противопожарных мероприятий немыслима без научно обоснованного прогноза динамики опасных факторов пожара (ОФП) [1].

Прогнозирование ОФП необходимо:

- при разработке рекомендаций по обеспечению безопасной эвакуации людей при пожаре;
- созданию и совершенствовании систем сигнализации и автоматических систем пожаротушения;
- разработке оперативных планов тушения;
- оценке фактических пределов огнестойкости;
- для многих других целей.

На данный момент в России все большее распространение получает подход оценки пожарной опасности строительных и технологических объектов при помощи математического моделирования. Пожар характеризуется сложными физико-химическими процессами, таким как интенсивный радиационный теплообмен, горение как твердого, так и газообразного топлива, пиролиз, образование и распространение частиц сажи, сопряженный теплообмен. На сегодняшний день для описания развития пожара в зданиях используются три основных вида математических моделей: интегральная, зонная и полевая. Наиболее мощным инструментом для моделирования пожара из них является полевая модель, которая позволяет наиболее корректно учитывать протекающие процессы при пожаре [2].

Одна из основных проблем для проведения моделирования пожара – неопределенность параметров пожарной нагрузки. Фактически для моделирования пожаров в России для всех трех подходов используется модель распространения пожара, описанная в работах [1, 3], когда пожар распространяется с постоянной линейной скоростью, кроме этого, заданы скорости выгорания горючего и выхода ОФП. В данных по типовой пожарной нагрузке, представленных

Академией ГПС МЧС России [1, 3], отсутствуют сведения по новым материалам, появившимся за последние 30 лет.

Коллективом авторов, представляющих Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, СФУ, ООО «ТОРИНС», ООО «НИИППБ», на базе программного комплекса «SigmaFire» проводится моделирование пожаров для различных объектов защиты (рис. 1) полевым методом [4]. Для пополнения базы данных по пожарной нагрузке и модификации существующей модели распространения пожара предполагается активно использовать результаты экспериментальной работы по определению параметров распространения пожара при горении различных материалов. Основные цели проведения экспериментов:

1. Определение параметров нетиповой пожарной нагрузки.
2. Изучение зависимости дымообразующей способности материалов от температуры, режима горения (и от времени).
3. Корректировка математической модели дымообразования.

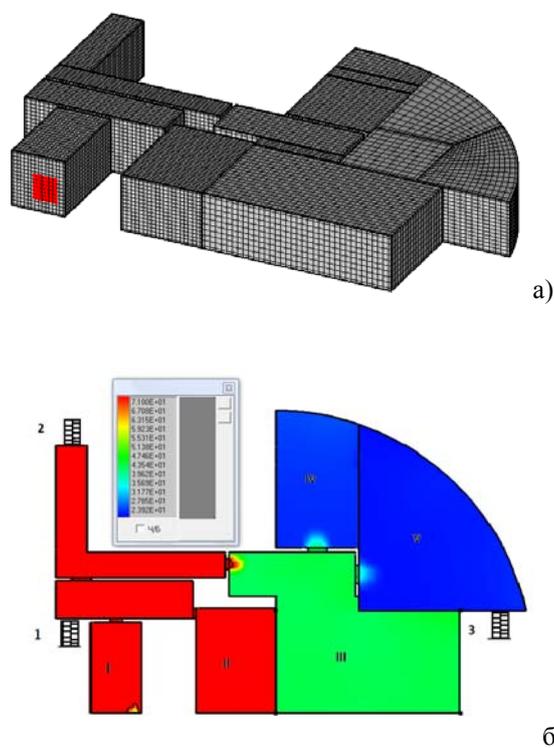


Рис. 1. Пример расчета пожара в офисном здании:
a – геометрия и расчетная сетка; *б* – распределение поля температуры на 9-й минуте пожара, °С

Коэффициенты дымообразования

Материалы	Коэффициент дымообразования, Нп м ² /кг	
	Тление	Горение
Полиэтилен	674,4	
Подоконник ПВХ	416	
Картон рифленый	350,5	352
Поролон	902,3	20,9
Кабинет: мебель+бумага (0,75+0,25) [1]		53,00

В таблице для сравнения приведены результаты эксперимента по определению коэффициентов дымообразования для материалов в офисном здании и данные по типовой пожарной нагрузке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кошмаров Ю. А. Прогнозирование опасных факторов пожара в помещении: Учебное пособие.- М.: Академия ГПС МВД России, 2000. 118 с.
 2. Пузач С.В., Смагин А.В., Лебедченко О.С., Абакумов Е.С. Новые представления о расчете необходимого времени эвакуации людей и об эффективности использования портативных фильтрующих самоспасателей при эвакуации на пожарах. Монография. М.: Академия ГПС МЧС России, 2007. 222 с.
 3. McGrattan, K., et al. Fire Dynamics Simulator (Version 5), Technical Reference Guide. NIST Special Publication 1018-5. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, 2007. 122 p.
- Литвинцев К.Ю., Серебрянников Д.С. Моделирование задымленности помещения при пожаре. // Актуальные проблемы пожарной безопасности: Материалы XXII Междунар. науч.-практ. конф., М.: ВНИИПО, 2010. Ч. 1. С. 49–51.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ДВУХФАЗНОЙ СТРУИ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ АЭРОВЗВЕСИ ПОРОШКОВ МЕТАЛЛОВ*

Е.А. Маслов

Решена плоская нестационарная задача сопряженного конвективно-кондуктивного теплопереноса при термомеханическом разрушении пластины из конструкционного материала под действием высокотемпературной гетерогенной струи вязкого сжимаемого газа, натекающей по нормали к поверхности неподвижной пластины. Представлены типичные поля температур и скоростей, описывающие основные закономерности исследуемого процесса. Проведено сравнение температурного поля пластины в процессе разрушения с данными эксперимента и показано их удовлетворительное соответствие. На основании результатов численного анализа осуществлен выбор технологических параметров перфорации стальной пластины гетерогенной струей.

RESEARCH OF AEROSUSPENSION METALS POWDERS OF PRODUCTS COMBUSTION OF INTERACTION PROCESS WITH THE SURFACE OF THE DIPHASIC STREAM

Ev.A. Maslov

2D nonstationary problem on thermo-mechanical fracture of a concrete plate under the action of hightemperature heterogeneous jet of viscous gas flowing in normal direction to a surface has been solved. Typical velocity and temperature fields are presented which describe the basic governing laws of investigated process. Comparison of the simulation and experimental results shows a satisfactory agreement. On the basis of results of the numerical analysis the choice of technological parametres of punching of a steel plate is carried out by a heterogeneous stream.

Перспективным способом перфорации конструкционных материалов и нанесения на их поверхность износостойких и защитных покрытий является воздействие высокотемпературной гетерогенной струи, содержащей порошки корунда (Al_2O_3). В настоящее время наибольшее распространение имеют два способа получения двухфазной струи – ввод порошка Al_2O_3 в высокотемпературную газовую струю и использование газогенераторов с зарядом смесового металлургического твердого топлива (СТТ). При реализации этих способов возникают проблемы, связанные с предварительным получением порошков оксида алюминия и разработкой оптимальных составов СТТ.

В представленной работе рассматривается способ получения высокотемпературной гетерогенной струи путем сжигания порошка алюминия в высокотемпературном потоке воздуха. Предлагаемый способ обладает рядом преимуществ – использованием относительно недорогих порошков алюминия промышленных марок АСД-1 – АСД-8 и возможностью управления технологическим процессом за счет регулирования структуры и расхода газовой и твердой фаз.

* Исследование выполнено при поддержке РФФИ (проекты № 10-08-90712 – моб_ст).

Представлена физико-математическая модель горения порошка алюминия в высокотемпературном воздушном потоке, гидродинамики и теплообмена при взаимодействии высокотемпературной гетерогенной струи с поверхностью пластины.

В качестве газовой фазы рассматривали трехкомпонентную смесь, состоящую из окислителя (кислород атмосферного воздуха), инертного разбавителя (азот атмосферного воздуха) и континуума частиц алюминия.

Для определения аэродинамических и термодинамических характеристик горячей газозвеси в поле течения рассматриваются две фазы с учетом обмена между ними массой, импульсом и теплом. Задачу расчета локальных характеристик течения и горения в канале рассматривали аналогично [1]. Для газовой фазы записывали уравнения движения в форме Эйлера в предположении о том, что влияние локальных разрывов в потоке, вызванных наличием в газе конденсированных частиц, незначительно. Для частиц алюминия конечного числа фракций записывали уравнения движения в форме Лагранжа, уравнения для изменения диаметра частиц за счет горения и уравнения теплового баланса. В правые части уравнений для газовой фазы включали дополнительные члены, характеризующие взаимодействие частиц с газовой средой.

Характеристики турбулентности рассчитывались на основе двухпараметрической модели с использованием балансных уравнений для кинетической энергии турбулентности k и скорости ее диссипации ε . Период индукции воспламенения частиц каждой фракции определялся из уравнения теплового баланса с учетом уравнения кинетики окисления алюминия [2]. При разогреве частицы до температуры воспламенения T_{ign} стадия воспламенения переходит в стадию горения.

Математическая модель использована для расчета характеристик течения и горения алюминиево-воздушной смеси в камере сгорания. Основная серия расчетов проведена для смеси воздуха и порошка алюминия АСД-4 средним диаметром частиц $D_{32} = 7.4 \cdot 10^{-6}$ м. Радиальные распределения температуры удовлетворительно согласуются с измеренными значениями [3]. Максимальные значения температуры достигаются в периферийной области камеры сгорания. С увеличением начальной степени турбулентности зона горения смещается в приосевую область камеры сгорания. Увеличение размера исходных частиц алюминия приводит к смещению зоны их окисления в периферийную область камеры сгорания.

Процессы гидродинамики и теплопереноса при натекании на пластину высокотемпературной струи, содержащей твердые частицы, рассматривались в рамках модели равновесного течения двухфазной среды «газ – твердые частицы» [4, 5] при следующих допущениях: радиационный теплообмен на поверхности пластины пренебрежимо мал; возможные процессы плавления и окисления материала пластины активными компонентами газовой струи отсутствуют, частицы в струе не взаимодействуют между собой и в течение всего процесса не изменяют своей формы и массы. Математическая модель процессов переноса в газовой фазе представлена системой уравнений Навье – Стокса для сжимаемого вязкого газа с соответствующими начальными и граничными условиями. На границе раздела сред «струя–пластина» задавались условия сопряжения. Движение совокупности частиц дисперсной фазы основано на использовании лагранжева подхода и описывалось уравнением движения частицы с учетом сил вязкого сопротивления и силы тяжести. Численное решение задачи газовой динамики реализовано методом контрольных объемов [6, 7].

На рис. 1, 2 приведены типичные результаты математического моделирования образования кратера в пластине под воздействием дозвуковой высокотемпературной струи с высоким массовым содержанием частиц. Численный анализ осуществлен при значениях параметров, соответствующих условиям перфорации конструкционных материалов.

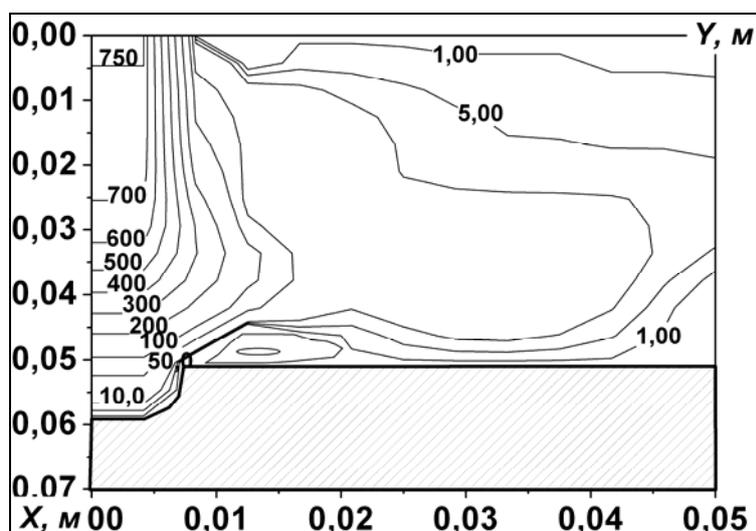


Рис. 1. Изотахи высокотемпературной двухфазной струи при термомеханическом разрушении, $t = 0,8$ с

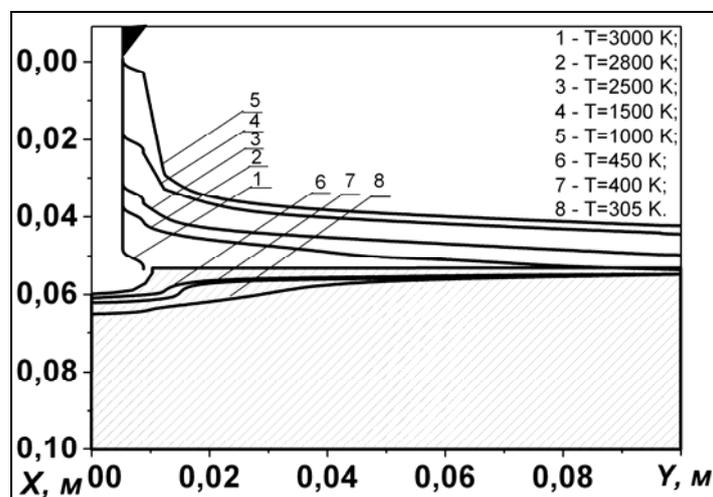


Рис. 2. Изотермы в системе «струя–пластина», $t = 0,8$ с: 1 – $T = 3000$ К; 2 – $T = 2800$ К; 3 – $T = 2500$ К; 4 – $T = 100$ К; 5 – $T = 1000$ К; 6 – $T = 450$ К; 7 – $T = 400$ К; 8 – $T = 305$ К

Предложенная технология получения высокотемпературной гетерогенной струи и физико-математическая модель процессов горения частиц Al, гидродинамики и теплообмена при натекании струи на преграду позволяют проводить оценку и оптимизацию параметров технологических устройств,

ЛИТЕРАТУРА

1. *Архипов В.А., Матвиенко О.В., Трофимов В.Ф.* Горение распыленного жидкого топлива в закрученном потоке // ФГВ. 2005. Т. 41, № 2. С. 26–37.
2. *Похил П.Ф., Беляев А.Ф., Фролов Ю.В. и др.* Горение порошкообразных металлов в активных средах. М.: Наука, 1972. 294 с.
3. *Егоров А.Г.* Горение дисперсного алюминия в потоке воздуха. Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2008. 305 с.
4. *Стернин Л.Е., Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М.* Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980. 172 с.
5. *Райзберг Б.А., Ерохин Б.Т., Самсонов К.П.* Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе. М.: Машиностроение, 1972. 383 с.
6. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
7. *Жарова И.К., Кузнецов Г.В., Маслов Е.А.* Термомеханическое разрушение бетонной пластины под действием высокотемпературной гетерогенной струи // Физика и химия обработки материалов. 2006. № 6. С. 61–68.

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ДВИЖЕНИЯ ТОНКОДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ В ВОЗДУШНО-ЦЕНТРОБЕЖНОМ КЛАССИФИКАТОРЕ

Ш.Р. Садретдинов, А.В. Шваб

Проведено численное моделирование гетерогенного турбулентного закрученного потока в рабочей зоне воздушно-центробежного классификатора. Получены распределения поля скоростей, линии функции тока и траектории движения частиц. Исследованы режимные и геометрические параметры центробежного аппарата.

NUMERICAL STUDYING OF FINE DISPERSED PARTICLES MOTION IN CENTRIFUGAL AIR CLASSIFIER

SH.R. Sadretdinov, A.V. Shvab

A numerical model of a heterogeneous turbulent swirled flow in the separation zone of a centrifugal air classifier is presented. A distribution of velocity field, lines of stream function and particles trajectory motion is obtained. A regime of flow and geometrical parameters of centrifugal apparatus is researched.

В настоящее время получение высокопрочных и износостойких покрытий связано с использованием однородных и тонкодисперсных материалов. Для разделения порошков на фракции используют пневматические центробежные аппараты. Создание новых перспективных конструкций таких аппаратов невозможно без фундаментальных исследований в области двухфазных закрученных турбулентных потоков. В связи с большими сложностями и дороговизной опытных исследований численное моделирование является на сегодняшний день перспективным способом получения необходимой информации.

Рабочая камера воздушно-центробежного классификатора (ВЦК) представляет собой зазоры между тремя дисками, вращающимися вокруг одной оси. Основной поток газа подается через сечение z_1-z_2 , с некоторой начальной аксиальной и окружной компонентой скорости. Воздушный поток с твердыми частицами подается через сечение $0-r_1$ (рис.1). Все стенки классификатора могут вращаться с угловой скоростью Ω_d , вследствие этого поток газа во время движения внутри классификатора получает дополнительную закрутку.

Для математического описания закрученного турбулентного течения газа в сепарационной зоне (ВЦК) используется система уравнений Рейнольдса в цилиндрической системе координат, которая является незамкнутой. Для замыкания данной системы уравнений используется турбулентная модель Буссинеска и хорошо известная модель турбулентности « $k-\omega$ » Уилкокка, где k – кинетическая энергия пульсационного движения потока, а ω – удельная скорость диссипации кинетической энергии:

$$\frac{\partial rk}{\partial \tau} + \frac{\partial ru_r k}{\partial r} + \frac{\partial ru_z k}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(1 + \nu_t \sigma^* \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[r \left(1 + \nu_t \sigma^* \right) \frac{\partial k}{\partial z} \right] \right\} + Gen - \beta^* rk\omega,$$

$$\frac{\partial r \omega}{\partial \tau} + \frac{\partial r u_r \omega}{\partial r} + \frac{\partial r u_z \omega}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[r(1+v_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[r(1+v_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial z} \right] \right\} + \gamma \text{Gen} \frac{\omega}{k} - \beta r \omega^2 -$$

$$-\beta \omega \sqrt{\text{rot}(u)_r^2 + \text{rot}(u)_z^2 + \text{rot}(u)_\varphi^2}, \quad v_t = \text{Re} \frac{k}{\omega}.$$

Здесь v_t – коэффициент турбулентной «кажущейся» вязкости; Gen – генерация скорости, константы модели имеют следующий вид: $\beta=3/40$, $\beta^*=9/100$, $\gamma=5/9$, $\sigma=1/2$, $\sigma^*=1/2$.

Полученная система уравнений решалась численно в физических переменных «скорость–давление» методом физического расщепления по времени полей давления и скорости. Полученная система уравнений Рейнольдса и модель турбулентности « $k-\omega$ » решались с помощью обобщенного неявного метода переменных направлений.

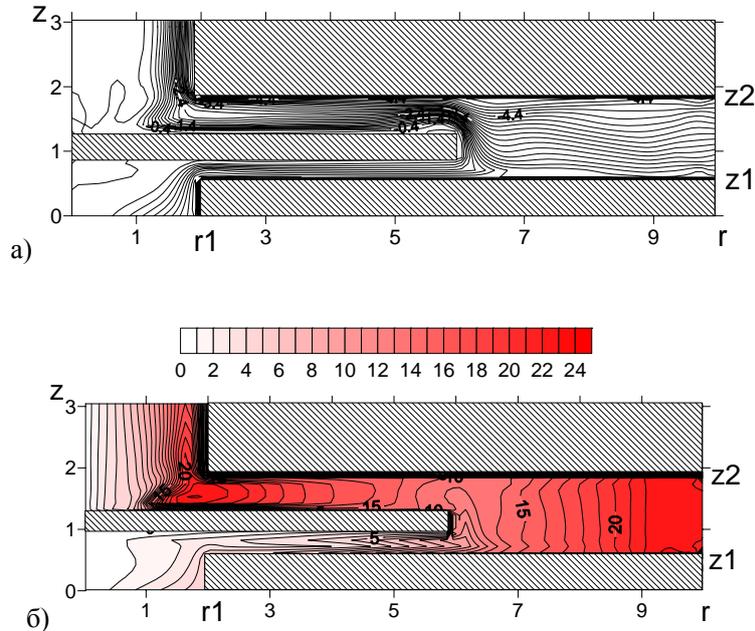


Рис. 1. Распределение: а – линий функции тока; б – поля окружной компоненты скорости (при параметрах течения $\text{Re}=5000$, $\text{Rf}=2.5$, $\text{Rd}=2.5$, $\text{Rp}=2.2$)

На рис. 1 показано распределение линий функции тока (а), изолиний окружной компоненты скорости (б).

Моделирование движения твердых частиц проводилось на основе траекторного подхода [1]. Суть данного подхода заключается в исследовании характера поведения частиц в уже рассчитанном поле скоростей несущей среды. При постановке задачи о движении частиц будем пренебрегать взаимодействием частиц между собой, а также их обратным влиянием на несущий поток. В таком случае на твердую частицу действуют только инерционная, аэродинамическая, центробежная и гравитационная силы.

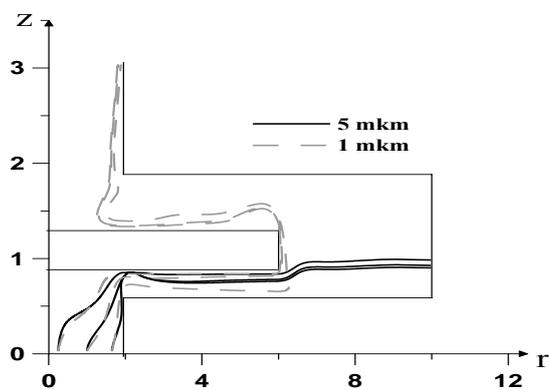


Рис. 2. Траектории движения частиц

На рис. 2 сплошными линиями показаны траектории частиц диаметром 5 мкм, а пунктирными – 1 мкм. Частицы диаметром 5 мкм под действием центробежной и инерционной сил попадают в зону сбора крупного продукта, а частицы диаметром 1 мкм попадают в мелкий продукт. Таким образом, граничный размер разделяемых частиц составляет 2–4 мкм. Подводя итог, можно заключить, что данная конструкция ВЦК может разделять достаточно тонкие порошки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шваб А.В., Зятиков П.Н., Садретдинов Ш.Р., Чепель А.Г. Моделирование процесса фракционного разделения частиц в воздушно-центробежном классификаторе // Теоретические основы химической технологии. 2010. Т. 44, № 5.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЧНЫХ РАЗНОСТНЫХ ОПЕРАТОРОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Е.Ю. Терновых

Показано, что при численном решении уравнений в частных производных дискретизацию можно производить только по пространственной переменной, а время входит как параметр, содержащийся в аналитическом решении.

APPLICATION MATRIX DIFFERENCE OPERATORS FOR THE SOLUTION OF THE THERMAL CONDUCTIVITY EQUATION

E.Yu. Ternovykh

In article it is shown, that at the numerical solution of the partial differential equations discretization can be made only on a spatial variable, and time enters as the parametre containing in the analytical solution.

Символические (операторные) способы решения уравнений математической физики применялись еще в трудах Пуассона [1, 2]. В качестве примера их применения рассмотрим решение обычного нормализованного одномерного уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Полагая, что оператор $\partial^2/\partial x^2$ в уравнении (1) является обычным символом, аналогичным постоянному коэффициенту, можно сразу записать формальное решение уравнения (1) в виде

$$T(x, t) = e^{t \partial^2/\partial x^2} T(x, 0). \quad (2)$$

Здесь в правой части на функцию начальных условий $T(x, 0)$ действует дифференциальный оператор вида

$$e^{t \frac{\partial^2}{\partial x^2}} = 1 + t \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} t^2 \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{1}{3!} t^3 \frac{\partial^6}{\partial x^6} + \frac{1}{4!} t^4 \frac{\partial^8}{\partial x^8} + \dots \quad (3)$$

Если, например, функция $T(x, 0)$ является многочленом, то ряд (3) будет обрываться и формула (2) представляет точное решение, которое также является многочленом как по переменной x , так и по времени. С другой стороны, если начальное условие задано на компактном носителе, как в разностных схемах (в виде вектора-столбца), то оператор $\partial^2/\partial x^2$ можно рассматривать как трехдиагональную матрицу H . После умножения такой матрицы на вектор-столбец начальных условий получается разностная аппроксимация второй производной. Если шаг дискретизации принять равным единице, то на побочных диагоналях у матрицы H будут стоять единицы, а на главной диагонали у нее стоят числа,

равные -2 . Этот случай соответствует нулевым конечным значениям температуры. Если поставить на краях однородное условие Неймана $T_x(0, t) = T_x(N, t) = 0$, то крайние диагональные элементы у матрицы H должны равняться -1 . Таким образом, все, что нужно для вычисления температуры в момент времени t по формуле (2), – это расчет матричной экспоненты e^{tH} . На рис. 1 показан пример расчета температуры при заданных временах расчета.

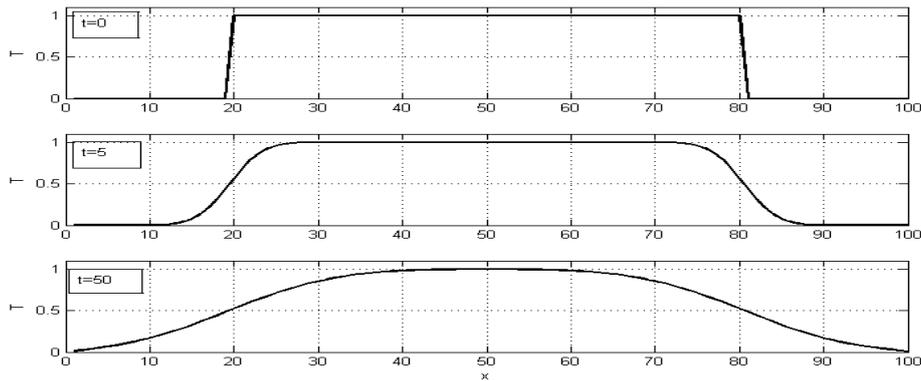


Рис. 1. Решение уравнения теплопроводности при нулевом граничном условии Дирихле

После численного задания начальных условий и построения матрицы H график температуры получается в системе MatLab [3, 4] командой **plot(expm(t*H)*T0)**. Из этого расчета видно, что время t можно задавать произвольно, а не проходить постепенно от одного временного шага к другому. Опыт расчетов показывает, что можно восстанавливать начальные условия по конечному результату, но это оказалось возможным только для $0 \leq t \leq 8$. Тем самым подтверждается известная некорректность решения обратной задачи теплопроводности.

Решение двумерного уравнения теплопроводности, очевидно, будет иметь вид

$$T(x, y, t) = e^{\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] t} T_0(x, y). \quad (4)$$

Так как операции дифференцирования по переменным x и y перестановочны, то экспоненциальный дифференциальный оператор в формуле (4) можно записать в виде произведения двух символических операторов, а именно:

$$T(x, y, t) = e^{\frac{\partial^2}{\partial x^2} t} \cdot e^{\frac{\partial^2}{\partial y^2} t} \cdot T_0(x, y). \quad (5)$$

Из последней записи ясно, что для получения решения массив начальных условий $T_0(x, y)$ нужно обработать сначала оператором $\exp(t\partial^2/\partial y^2)$ по переменной y , а затем оператором $\exp(t\partial^2/\partial x^2)$ по переменной x . Таким образом, решение двумерной задачи происходит без существенного увеличения объема вычислений по сравнению с одномерной задачей. Результат решения двумерной задачи теплопроводности показан на рис. 2.

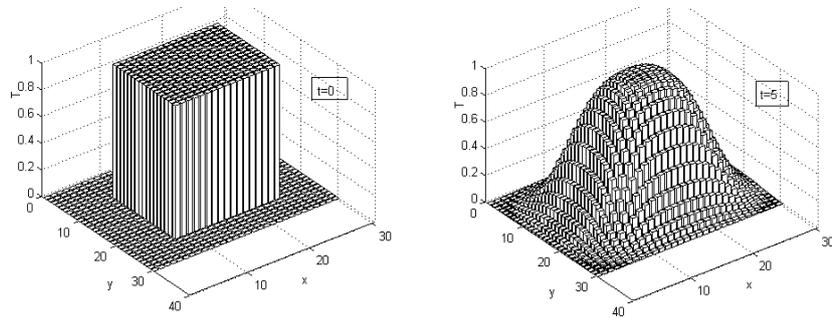


Рис. 2. Распределение температуры в начальный момент времени $t = 0$ и при значении безразмерного времени $t = 5$

Данный метод легко обобщается и на трехмерную задачу, а также и на другие типы уравнений математической физики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов И.В. Курс высшей математики: В 2 т. М.: Гос. изд-во тех.-теорет. лит., 1956. Т. 2. 628 с.
2. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 487 с.
3. Дьяконов В.П. MATLAB 6/6.1/6.5/ SIMULINK 4/5. Основы применения. М.: Изд-во СОЛОН-ПРЕСС. 2002. 767 с.
4. Потемкин В.Г. MATLAB 6: среда проектирования инженерных приложений. М.: ДИАЛОГ-МИФИ. 2003. 445 с.

**АЭРОБАЛЛИСТИКА ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ
СТЕРЖНЕВЫХ УДАРНИКОВ*****И.М. Тырышкин, В.Ф. Толкачев**

Раскрываются способы и конструкции стабилизации высокоскоростных стержневых ударников в полете, которые обеспечивают их взаимодействие с преградой по нормали. Оцениваются возможности их применения на практике.

AEROBALLISTICS OF HIGH VELOCITY ROD PROJECTILS**T.M. Tyryshkin, V.F. Tolkahev**

The present research concentrated on methods and constructions of stabilization high velocity rod projectiles in flight, which provide their interaction with a targets on normal. The research a significance of their application in practice are estimated.

Для изучения закономерностей проникающего и пробивного действия стержневых ударников по преграде необходимы простые конструкции и надежные методики их метания и устойчивой стабилизации в широком диапазоне скоростей полета. На практике наибольший интерес представляет задача торцевого удара либо с минимальным углом нутации.

Известны два принципиально отличных способа стабилизации тел различного удлинения на траектории: стабилизация вращением для тел относительно малого удлинения $\lambda=(l_0/d_0)<5$; стабилизация специальными стабилизирующими устройствами при $\lambda>5$ [1]. Проблема стабилизации ударников большого удлинения остается весьма актуальной. При проведении экспериментальных исследований высокоскоростного взаимодействия ударников с преградами она существенно осложняется факторами, которые необходимо разрешить [2]: 1) снизить силовое воздействие секторов поддона на ударник в момент их отделения; 2) обеспечить торцевой удар по преграде; 3) исключить удар секторов поддона по преграде с целью проведения чистого эксперимента.

В данном направлении разрабатывались различные технические устройства. Сущность решения заключается в смещении центра давления относительно центра тяжести сборки и отделении элементов поддона на трассе полета за счет аэродинамического сопротивления. На этих принципах разработаны устройства для метания и стабилизации ударников стержневого типа удлинением свыше 10 калибров. Предложенный способ заключается в следующем: стабилизация стержня на трассе осуществляется стабилизатором, который располагается на заднем торце в скользящем положении. Отработаны две наиболее работоспособные конструкции стабилизаторов: тонкостенный конус (тип «юбка»); диск с вогнутой передней и усеченной конической задней поверхностями (тип «блюдец»). Вид сборок приведен на рис. 1. Конструкции состоят из следующих эле-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №10-08-00398) и целевой программы РНП 2.1.2.2509.

ментов: 1 – стержневой ударник; 2 – ведущие сегменты поддона; 3 – стабилизатор; 4 – толкающий диск. Сборка соединяется с помощью клея, прочность склейки определяется требованиями жесткости при зарядании и свободного отделения сегментов и толкающего диска на трассе. Стабилизаторы выполнены из дюралюминия марки Д-16Т, размещены на заднем торце стержня в скользящем положении и фиксируется с помощью пояска-упора. Свободное размещение стабилизатора предотвращает его деформацию и разрушение при форсировании давления, при движении по каналу ствола, в период воздействия пороховых газов у дульного среза ствола и последействия за стволом.

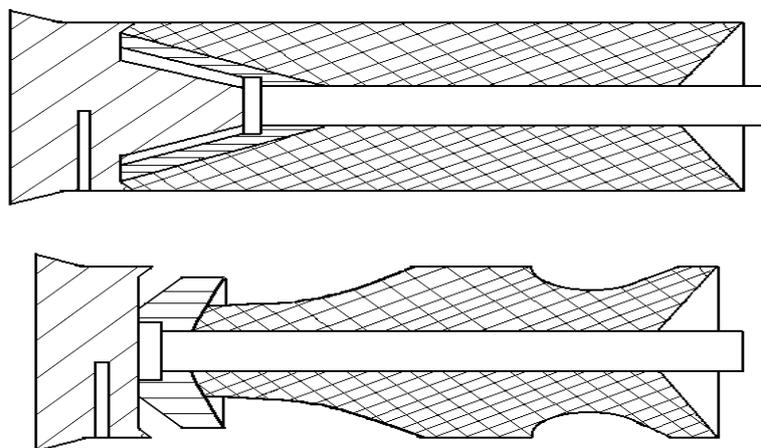


Рис. 1. Сборка типа «юбка» (вверху) и «блюдец» для метания и стабилизации в полете стержневых ударников

Толкающий диск разрезной, скрепленный фиксатором, для стабилизатора типа «блюдец» выполнен с конической выемкой на переднем торце, за счет чего создается радиальная составляющая силы набегающего потока воздуха, которая обеспечивает смещение элементов диска с траектории без существенного влияния на функционирование стабилизатора. Кроме того, выполнение передней части толкающего диска в форме конуса предотвращает разрушение стабилизатора, а имеющийся зазор между коническими поверхностями толкающего диска и стабилизатора позволяет последнему работать в пределах малых деформаций без разрушения [2]. Задняя часть сегментов поддона выполнена в виде конуса с криволинейной образующей, кривизна которой определялась из условий сохранности сегментов при разгоне по каналу ствола и исключения силового воздействия на стабилизатор при радиальном смещении на трассе.

Разрезной толкающий диск для стержней со стабилизаторами типа «юбка» выполнен со штоком, который размещается во внутренней полости стабилизатора с упором в задний торец стержня (рис. 1, внизу). Такая конструкция обеспечивает целостность стабилизатора при ведении по каналу ствола метательной установки и безопасное отделение частей толкающего диска от стержня на траектории полета. Для стержней из высокоплотных материалов используется

усиленный шток сложной конфигурации, где опорная вставка выполняется из высокопрочных материалов, например из высокопрочных титановых сплавов.

Различие в стабилизации данных конструкций связано с особенностями формирования воздушного обтекания при различных скоростях полета стержневых ударников [1]. На рис. 2 приведена фотография характерного спектра обтекания стержня удлинением 25 калибров со стабилизатором в виде вогнутого диска при скорости полета 980 м/с, полученная с помощью искрового генератора на расстоянии 5 м от дульного среза до точки съемки. Течение обладает некоторой асимметрией вследствие возмущений, возникающих при отделении элементов поддона и воздействия пороховых газов. Перед стабилизатором расположена ограниченная конусом ударной волны область газа турбулентного характера. Под действием возмущений, возникающих при переточе газа через кромку стабилизатора, происходит отклонение оси стержня от линии стрельбы. Анализ качественной картины обтекания тел сложной формы при сверхзвуковых скоростях, проведенный методом дискретных вихрей, показал, что устойчивость полета данных конструкций повышается с увеличением скорости метания и при $v_0 > 3M$ с вероятностью 0.9 имеет место устойчивый полет. На рис. 2 справа приведена фотография спектра обтекания при устойчивом полете стержня со скоростью 1350 м/с.

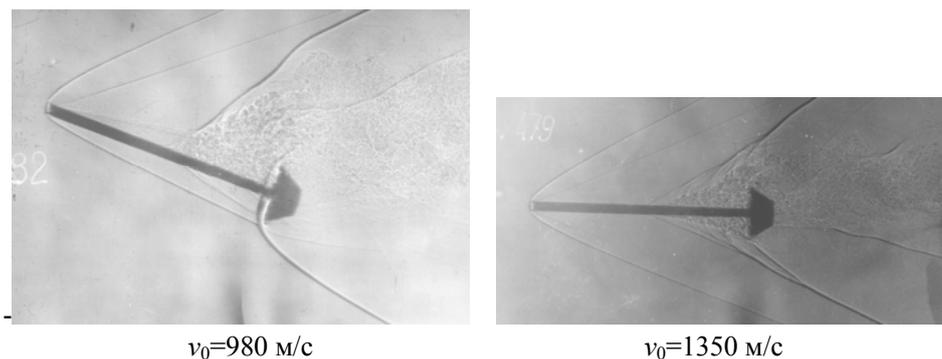


Рис. 2. Фотография спектра обтекания стержня со стабилизатором типа «блюдец»

На рис. 3 слева представлена фотография теневого спектра обтекания стержня ($d_0=3$, $\lambda=25$) с коническим стабилизатором при скорости полета $v_0=917$ м/с, полученная на расстоянии 2 м от дульного среза. Под действием пороховых газов стабилизатор смещен к головной части стержня. Хотя такое смещение приводит к изменению расположения центра тяжести и давления, однако запас устойчивости велик и далее в полете стабилизатор смещается к опорному кольцу, обеспечивая устойчивый полет стержня. Это иллюстрирует рис. 3 справа, на котором представлен теневой спектр обтекания на расстоянии 5 м от дульного среза с хорошей симметрией головной, присоединенной у вершины конуса и хвостовой ударных волн, что обеспечивает равномерность турбулентного следа.

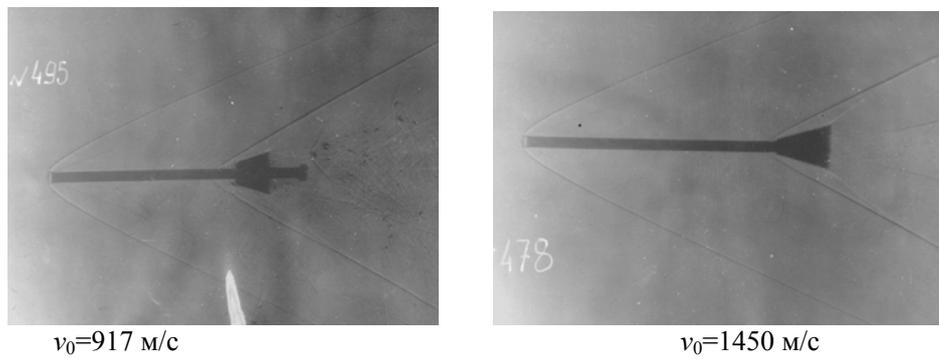


Рис. 3. Искровая фотография спектра обтекания стержня в полете со стабилизатором типа «юбка»

Из анализа проведенных исследований выявлены конструктивные параметры стабилизаторов двух видов для стержней удлинением 10...30 калибров при устойчивом полете при скоростях 1000...3000 м/с [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г.Г. Течение газа с большой скоростью звука. М.: Физматгиз, 1959. 376 с.
2. Динамика удара / Под ред. С.С. Григоряна. М.: Мир. 1985. 296 с.
3. Толкачев В.Ф., Хорев И.Е. Исследование разрушения преград при ударе стержнями под углами нутации // Третьи Окуневские чтения: Материалы докладов. Т. 2: Теоретическая и прикладная механика. СПб.: БГТУ «ВОЕНМЕХ», 2002. С. 91–94.

**РАСТЕКАНИЕ КАПЛИ НА ТВЕРДОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ
ПОВЕРХНОСТИ*****А.С. Усанина**

Представлены экспериментальные данные по физике процесса динамического взаимодействия жидкой частицы с твердой поверхностью. Проведен анализ процесса установления равновесного состояния капли.

THE DROP SPREADING ON A SOLID HORIZONTAL SURFACE**A.S. Usanina**

The experimental results about the physics of the dynamical interaction process of the liquid drop with solid surface are presented. The analysis of an equilibrium condition establishment of the drop was made.

Современная техника и промышленные технологии широко используют процессы и явления, протекающие с участием жидко-капельных аэрозольных систем. Примером областей применения аэрозолей являются технологии нанесения различного рода упрочняющих покрытий на конструкционные материалы, распыление удобрений и ядохимикатов на поверхности листьев растений, повышение качества печати в полиграфии при использовании струйных принтеров, процессы струйной покраски и очистки поверхностей, процессы смазки и пропитки в машиностроении и т.д.

Вследствие существенной нестационарности подобные процессы взаимодействия капельной среды с подстилающими поверхностями являются на сегодняшний день наименее изученными в гидродинамике.

В данной работе проведено экспериментальное исследование динамики процесса растекания капли на твердой горизонтальной поверхности. Для расширения диапазона значений критериев подобия, определяющих процесс, эксперименты проводились для трех жидкостей (дистиллированная вода, силиконовое масло марки ПМС-100, трансформаторное масло) с различными физическими свойствами. В качестве подстилающей поверхности выбрано орг.стекло. Подробное описание и схема экспериментальной установки приведены в работе [1]. Визуализация процесса проводилась при помощи высокоскоростной видеокамеры – скорость съемки составляла более 1000 кадров в секунду.

Получены экспериментальные зависимости динамического краевого угла капли (рис. 1) и скорости движения линии трехфазного контакта от времени процесса. Все эксперименты проводились при малых скоростях столкновения ($u < 0,1$ м/с). Обнаружено, что для капель меньшей вязкости (дистиллированная вода) наблюдаются затухающие колебания высоты капли и динамического

* Исследование выполнено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы при поддержке государственного контракта П474 от 04.08.2009 г. «Создание и переработка высокоэнергетических наполненных полимерных композиций».

краевого угла, максимальная частота колебаний составляет $f \sim 85$ Гц. Для капель более вязких жидкостей (ПМС-100 и трансформаторное масло) в процессе установления равновесного краевого угла наблюдается монотонное уменьшение высоты и динамического краевого угла с течением времени. Получены зависимости динамического краевого угла от капиллярного числа $Ca = \mu u / \sigma$ (где μ , σ – коэффициент динамической вязкости и коэффициент поверхностного натяжения жидкости соответственно), характеризующие соотношение вязких сил и сил поверхностного натяжения. Для капель дистиллированной воды эта зависимость имеет колебательный характер, а для ПМС-100 и трансформаторного масла соответствует аппроксимациям Хоффмана [2] и О.В. Воинова [3] (рис. 2). Для капель ПМС-100 и трансформаторного масла расхождение экспериментальных данных с кривыми Хоффмана и О.В. Воинова не превышает 5%. Для экспериментальных равновесных форм капель проведены сравнения с формами, полученными с помощью численного расчета [4]; расхождение не превышает 5% (рис. 3).

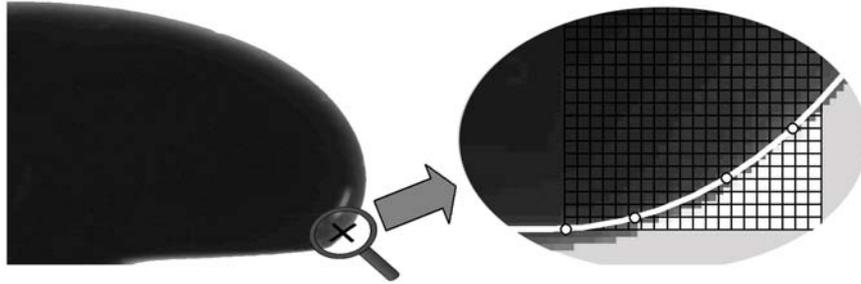


Рис. 1. Схема расчета динамического краевого угла по линии трассирования

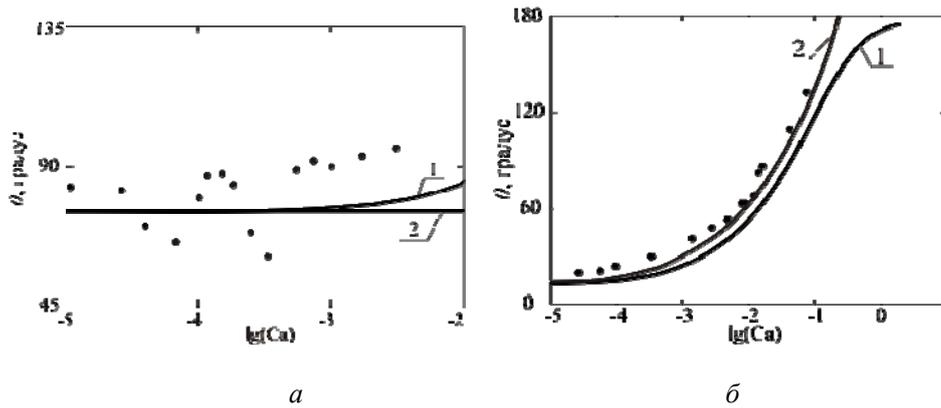


Рис. 2. Зависимость динамического краевого угла θ от капиллярного числа Ca :
 а – дистиллированная вода ($D=3$ мм, $u=0,02$ м/с); б – ПМС-100 ($D=1,69$ мм, $u \approx 0$ м/с);
 • – экспериментальные данные; 1 – зависимость Хоффмана; 2 – зависимость О.В. Воинова

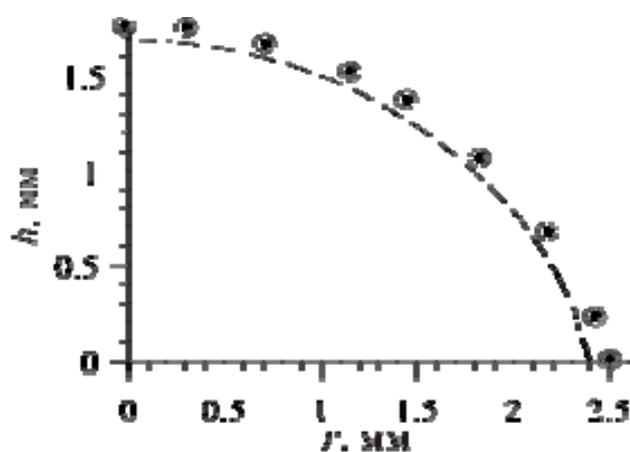


Рис. 3. Равновесная форма капли дистиллированной воды ($D=3$ мм, $u=0,02$ м/с):
 • – экспериментальные данные; - - - - - результаты численного расчета

Анализ результатов экспериментов показал, что эволюционная динамика жидких частиц при взаимодействии с твердой поверхностью определяется преобладанием в системе соответствующих сил (вязкостных сил или сил поверхностного натяжения).

ЛИТЕРАТУРА

1. Усанина А.С., Архипов В.А. Исследование характеристик растекания капли при малых числах Рейнольдса // Инженерная физика. М., 2010. № 5. С. 38–42.
2. Jiang T.S., Oh S.G., Slattery J.C. Correlation for dynamic contact angle // Journal Colloid Interface Science. 1979. № 69. P. 74–79.
3. Воинов О.В. Гидродинамика смачивания // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. Т. 5. С. 76–84.
4. Пономарева М.А. Свидетельство № 2010612178 о государственной регистрации (от 24.03.2010 г.) программы «Определение равновесной формы капли жидкости, расположенной на твердой горизонтальной поверхности. РаФорм-2. Определение равновесной формы» для ЭВМ.

РАСЧЕТ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ МЕЖДУ ПРОФИЛИРОВАННЫМИ ДИСКАМИ НА ОСНОВЕ ОРТОГОНАЛЬНОЙ КРИВОЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

В.Ю. Хайруллина, А.В. Шваб

Проводится исследование гидродинамики в рабочей зоне классификатора, имеющей профилированные дисковые элементы. При постановке задачи был осуществлен переход к ортогональной криволинейной системе координат, в которой границы исследуемой области совпадают с координатными линиями. В результате численного решения задачи были получены поля радиальной, окружной и аксиальной компонент скорости и давления в канале с профилированными дисками. Показано влияние режимных и геометрических параметров на закрученное течение в сепарационной зоне центробежного аппарата.

CALCULATION OF SWIRLED FLOW BETWEEN THE PROFIED AXISYMMETRIC DISKS BASED ON THE SYSTEM OF ORTHOGONAL CURVILINEAR COORDINATE

V.U. Khayrullina, A.V. Shvab

In this paper hydrodynamic behavior of swirling flow is studied in the work zone of classifier, which has profiled disk elements. The problem was formulated in terms of an orthogonal curvilinear coordinate system in which the boundaries of the studied region coincide with coordinate lines. As the result of numerical calculations fields of radial, cross-radial and axial components of velocity and pressure distribution in the channel with profiled disks were obtained. The influence of flow regimes and geometric parameters on the swirling flow in a separation zone of the centrifugal apparatus is shown.

Введение. В настоящее время существенно возросли потребности в получении тонкодисперсных порошков заданного гранулометрического состава. Наиболее эффективными и экологически чистыми способами получения порошков являются пневматические методы переработки. Для процессов фракционной классификации порошковых материалов становится наиболее перспективным использование вихревых камер, циклонных сепараторов, воздушно-центробежных классификаторов. Существенное влияние на весь технологический процесс классификации оказывает аэродинамическая обстановка, складывающаяся в центробежных аппаратах. Поэтому необходимо знать точное распределение полей скоростей и давления.

Физическая и математическая постановка задачи. Геометрия зоны сепарации воздушно-центробежного классификатора, в которой собственно и происходит процесс разделения порошка на крупный и мелкий продукт, представляет собой два диска, вращающихся с угловой скоростью Ω_w вокруг своей оси OZ . Нижний диск является плоским, верхний – профилированным. С внешней стороны в рабочую зону (при $R=R_1$) задается равномерное распределение радиальной скорости $U_1=Q/2\pi HR_1$, где Q – объемный расход несущей среды при стационарном режиме течения, а также считается известным среднее значение угловой скорости вращения газа Ω_g во входном сечении.

Рассматриваемая область представляет собой тело вращения, течение носит осесимметричный характер. Поэтому задачу удобнее решать в криволинейной системе координат:

$$q_1 = \frac{r^2}{2m} + \frac{z^2}{2}, \quad q_2 = \frac{z}{(r/R_1)^m}, \quad q_3 = \varphi.$$

Для этой системы координат условие ортогональности имеет вид

$$\frac{\partial r}{\partial q_1} \frac{\partial r}{\partial q_2} + \frac{\partial z}{\partial q_1} \frac{\partial z}{\partial q_2} = 0,$$

которое выполняется тождественно. Границы зоны классификации совпадают с координатными линиями $q=\text{const}$.

При значении $m = -1$ средняя радиальная скорость по высоте остается постоянной по всей длине канала [1]. Для канала с постоянной высотой средняя радиальная скорость увеличивается от входного до выходного сечения. Это связано с тем, что радиус уменьшается, а расход остается постоянным: $G = 2\pi r H \cdot (u_r)_{\text{ср}}$, где H – высота канала; $(u_r)_{\text{ср}}$ – средняя радиальная скорость по высоте канала. Видно, что для постоянства радиальной скорости высота рабочей области должна увеличиваться от входного до выходного сечения обратно пропорционально радиусу.

Основными уравнениями, описывающими ламинарное течение несжимаемой вязкой жидкости, являются уравнения количества движения (уравнения Навье–Стокса) и уравнение неразрывности. Безразмерная форма уравнений получена с использованием масштабов длины (высота между дисками H) и радиальной скорости U_1 на входе в исследуемую область. Для перевода уравнений в криволинейную систему координат воспользуемся коэффициентами Ляме:

$$H_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial r}{\partial q_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_1}\right)^2}; \quad H_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial r}{\partial q_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_2}\right)^2}, \quad H_3 = r,$$

где r, z, φ – цилиндрические координаты; $q_1, q_2, q_3 = \varphi$ – криволинейные ортогональные координаты.

В результате система уравнений количества движения в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial q_1}(u_1 H_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_2}(u_2 H_3 H_1) + \frac{\partial}{\partial q_3}(u_1 H_1 H_2) = 0,$$

$$H_1 H_2 H_3 \frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_1^2 H_2 H_3)}{\partial q_1} + \frac{\partial(u_1 u_2 H_3 H_1)}{\partial q_2} - \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u_1}{\partial q_1} \right) - \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_3 H_1}{H_2} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u_1}{\partial q_2} \right) = -H_2 H_3 \frac{\partial p}{\partial q_1} + F_1,$$

$$H_1 H_2 H_3 \frac{\partial u_2}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_1 u_2 H_2 H_3)}{\partial q_1} + \frac{\partial(u_2^2 H_3 H_1)}{\partial q_2} - \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u_2}{\partial q_1} \right) - \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_3 H_1}{H_2} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u_2}{\partial q_2} \right) = -H_3 H_1 \frac{\partial p}{\partial q_2} + F_2,$$

$$H_1 H_2 H_3 \frac{\partial u_3}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_3 u_1 H_2 H_3)}{\partial q_1} + \frac{\partial(u_3 u_2 H_3 H_1)}{\partial q_2} - \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u_3}{\partial q_1} \right) - \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_3 H_1}{H_2} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial u_3}{\partial q_2} \right) = F_3,$$

где $\text{Re} = U_1 H / \nu$ – число Рейнольдса; F_1, F_2, F_3 – дополнительные слагаемые за счет преобразования координат.

При постановке граничных условий для окружной компоненты скорости появляются два критерия вращения (обратные числа Россби): безразмерные параметры закрутки газа на входе в зону сепарации $\text{Rg} = \Omega_g H / U_1$ и скорости вращения дисковых элементов $\text{Rd} = \Omega_w H / U_1$, где Ω_g – среднее значение угловой скорости вращения газа во входном сечении; Ω_w – среднее значение угловой скорости вращения дисков.

Численный метод решения. Решение полученной системы проводилось в физических переменных «скорость–давление» на разнесённой разностной сетке. В качестве метода решения использовалась схема физического расщепления полей скорости и давления [2]. Система уравнений сводилась к решению уравнений переноса с помощью метода факторизации, который имеет второй порядок точности по времени. Конвективные члены уравнений переноса представлены с использованием экспоненциальной схемы, что обеспечивает второй порядок точности по координатам и снимает ограничение по сеточному числу Рейнольдса [3]. На каждом шаге по времени вводились дополнительные итерации для уточнения конвективных членов, а также для интегрирования уравнения Пуассона для поправки к давлению с необходимой точностью.

Анализ результатов. Достоверность численного решения проверялась тестовыми исследованиями на сеточную сходимость, сравнением решений, полученных в криволинейных и цилиндрических координатах, а также сравнением с экспериментальными данными. На рис.1 приведено сравнение решений при течении между плоско-параллельными дисками для случая цилиндрической и криволинейной системы координат. Имеет место хорошее согласование распределений радиальной (рис. 1, а) и окружной (рис. 1, б) скоростей.

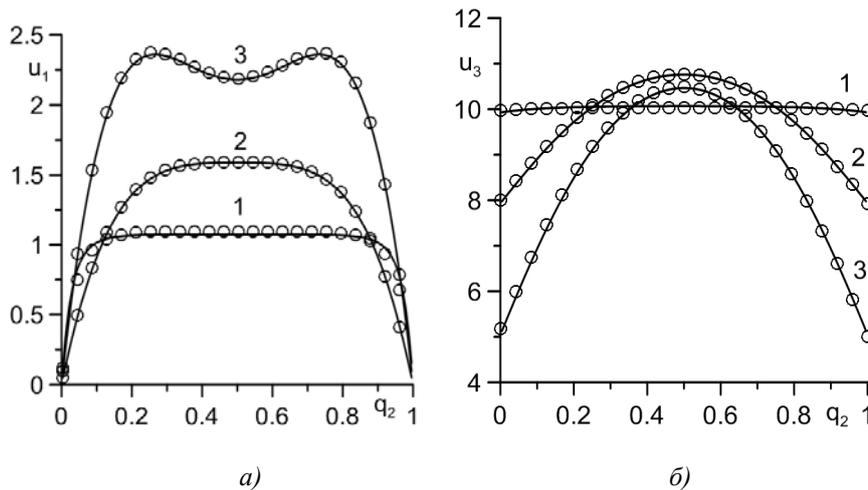


Рис. 1. Радиальная (а) и окружная (б) компоненты скорости в трех сечениях по радиусу: 1 – в области входного сечения; 2 – в среднем сечении; 3 – в выходном сечении (при $\text{Re}=10, \text{Rd}=1, \text{Rg}=1, m = -0,0001$)

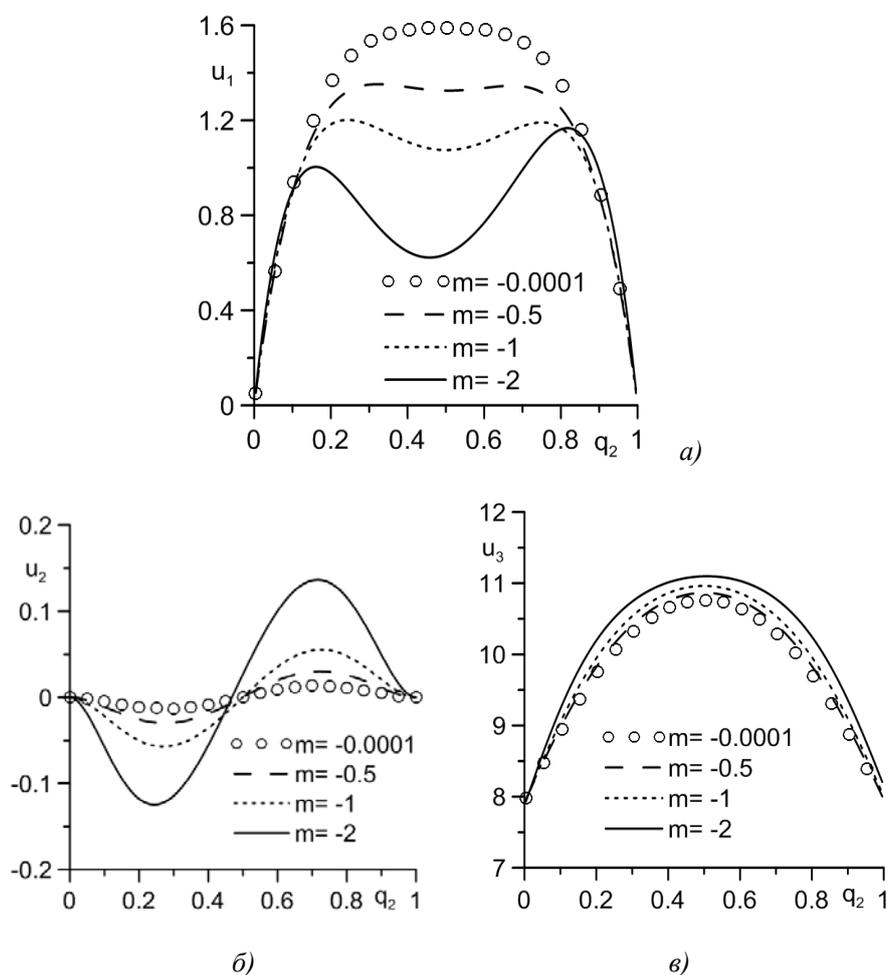


Рис. 2. Радиальная (а), аксиальная (б) и окружная (в) компоненты скорости в среднем сечении в зависимости от параметра m (при $Re=10$, $Rd=1$, $Rg=1$)

На рис. 2 показано влияние степени расширения канала m на динамику жидкости в зоне сепарации. Хорошо заметна тенденция уменьшения радиальной компоненты скорости в ядре потока при увеличении по модулю параметра m , т.е. при увеличении искривления профиля верхнего диска по степенному закону. В то же время аксиальная и окружная компоненты скорости возрастают при увеличении параметра m .

ЛИТЕРАТУРА

1. Хайруллина В.Ю. Моделирование течения между профилированными и плоскопараллельными вращающимися дисками // Сб. материалов IV Всерос. конф. молодых ученых (Томск, 22–25 апреля 2008 г.). Томск, 2008. С. 177–180.
2. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991. Т. 1. 504 с.
3. Singh A., Vyas B.D., Powle U.S. // Int.J. Heat and Fluid Flow. 1999. № 20. P. 395–401.

МАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ

Ю.П. Худобина, Э.Е. Либин

Рассматриваются собственные частоты и формы малых колебаний неоднородной жидкости. Такие колебания возможны, если жидкость в состоянии покоя устойчиво стратифицирована по плотности в вертикальном направлении.

SMALL OSCILLATIONS OF NON-HOMOGENEOUS LIQUID IN A RECTANGLE

Yu.P. Khudobina, E.Ye. Libin

In article eigenfrequency and forms of small oscillations of a non-homogeneous liquid are considered. Such oscillations are possible, if the liquid in a state of rest is steadily stratified on density in a vertical direction.

Пусть несжимаемая и невязкая жидкость заполняет прямоугольник с высотой h и шириной a . Если жидкость имеет неравномерную плотность, то система уравнений гидродинамики, записанная в переменных Эйлера, примет следующий вид [1]:

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla \rho) = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla) \mathbf{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \mathbf{g}. \quad (1)$$

В положении равновесия, когда скорость жидкости равна нулю, будем считать, что жидкость имеет заданный закон распределения плотности по высоте $\rho = \rho_0(y)$. В таком случае из уравнений (1) следует, что равновесное гидростатическое давление будет равно

$$p_0(y) = g \int_y^h \rho_0(y) dy. \quad (2)$$

Для решения задачи о малых колебаниях скорости, плотности и давления около положения равновесия будем предполагать, что $\rho = \rho_0(y) + \rho_1(x, y)$, $p = p_0(y) + p_1(x, y)$, где величины $\mathbf{V} = u + iv$, ρ_1 и p_1 имеют первый порядок малости. Таким образом, оставляя в уравнениях (1) члены первого порядка, после линеаризации получим линейную систему из четырех уравнений в частных производных

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_0}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p_1}{\partial y} = -g\rho_1. \quad (6)$$

Введем функцию тока Ψ такую, чтобы составляющие скорости выражались через нее по формулам $u = \partial\Psi/\partial y$, $v = -\partial\Psi/\partial x$. Тогда условие несжимаемости жидкости (3) будет выполняться автоматически. Из уравнений (4), (5) и (6) можно исключить величины p_1 и ρ_1 . Тогда для определения функции тока Ψ получится уравнение, имеющее следующий вид:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) + \rho_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right] = g \frac{\partial \rho_0}{\partial y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}. \quad (7)$$

Так как частицы жидкости при ее колебаниях должны скользить по контуру прямоугольной области, то на этом контуре должно выполняться граничное условие $\Psi = 0$. Уравнение (7) допускает решение вида

$$\Psi = \varepsilon \cos \omega t \sin \left(\pi n \frac{x}{a} \right) \frac{F(y)}{\sqrt{\rho_0(y)}}, \quad (8)$$

где n – целое число; ω – частота колебаний; ε – малый параметр, имеющий размерность функции тока. Если подставить (8) в (7), то получим, что функция $F(y)$ является решением двухточечной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменным коэффициентом:

$$\frac{d^2 F}{dy^2} = \left[\frac{R^2}{4} + \frac{R'}{2} + \frac{\pi^2 n^2}{a^2} \left(1 + \frac{gR}{\omega^2} \right) \right] F. \quad (9)$$

Здесь через $R(y) = \rho'_0/\rho_0$ обозначена логарифмическая производная начальной плотности жидкости. Функция $F(y)$ должна удовлетворять краевым условиям: $F(0) = F(h) = 0$. Возмущение плотности ρ_1 можно найти из уравнения (4). Тогда суммарная плотность жидкости $\rho = \rho_0 + \rho_1$ определяется по формуле

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \varepsilon \left(\frac{\pi n}{\omega a} \right) \cos \left(\frac{\pi n x}{a} \right) \rho_0^{-3/2} F(y) \sin \omega t \right]. \quad (10)$$

Таким же образом можно найти и выражение для давления, используя уравнение (6).

Наиболее простое решение получается в случае, когда плотность $\rho_0(y)$ убывает по показательному закону: $\rho_0 = \exp(-\alpha y/h)$. Тогда уравнение (9) будет иметь постоянный коэффициент в правой части:

$$\frac{d^2F}{dy^2} = \left[\frac{\alpha^2}{4h^2} + \frac{\pi^2 n^2}{a^2} \left(1 - \frac{g\alpha}{\omega^2 h} \right) \right] F. \quad (11)$$

Приравнивая множитель в квадратных скобках к величине $-\pi^2 m^2/h^2$ и разрешая полученное уравнение относительно частоты ω^2 , имеем

$$\omega^2 = \frac{g\alpha}{h} \frac{n^2}{n^2 + (am/h)^2 + (a\alpha/2\pi h)^2}. \quad (12)$$

Таким образом, частотный спектр колебаний является дискретным и зависит от целых чисел n и m . Характер линий тока и изолиний плотности жидкости показан на рис. 1.

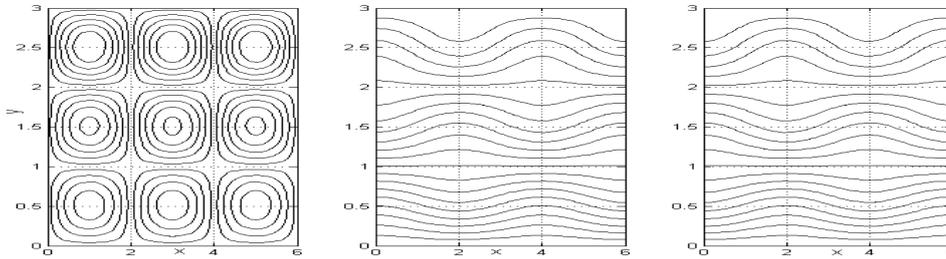


Рис. 1. Пример расчета линий тока и линий одинаковой плотности по формулам (8)–(10) для случая: $m = n = 3$; $\alpha=0.8$; $a=6$; $h=3$

Линии тока $\Psi = const$ представляют собой замкнутые овалы, по которым движутся частицы жидкости при малых колебаниях. Изолинии плотности показаны в двух предельных положениях, между которыми совершаются колебания в виде стоячей волны с частотой, определяемой формулой (12).

В общем случае, когда изменение плотности по высоте отличается от показательного закона, коэффициент в формуле (9) будет зависеть от y . Тогда для решения спектральной задачи необходимо прибегать к численным способам решения двухточечной краевой задачи для уравнения (9).

Так как при колебаниях неоднородной жидкости колеблется и ее центр тяжести, то рассмотренная задача является важной для изучения динамики твердых тел, содержащих полости с неоднородной жидкостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ламб Г. Гидродинамика: В 2 т. Москва; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2003. Т. 1–2. 934 с.
2. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ПОЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО МАГНИТА

Ю.П. Худобина, Э.Е. Либин

Приводится аналитическое решение задачи о магните цилиндрической формы. Напряженность магнитного поля представляется полными эллиптическими интегралами.

THE ANALYTICAL DECISION FOR A FIELD OF A CYLINDRICAL MAGNET

Yu.P. Khudobina, E.Ye. Libin

In article the analytical task solution on a magnet of the cylindrical form is resulted. Magnetizing force is represented in full elliptic integrals.

В различных физических приложениях необходимо вычислять поведение магнитного поля вокруг постоянных магнитов различной геометрической формы. Для сплошного цилиндра с радиусом R и с высотой $2d$ решение задачи можно получить в замкнутом виде. Если источником поля является вектор намагниченности \mathbf{m} , распределенный непрерывно внутри образца, то из магнитостатики известно [1], что напряженность поля определяется объемным интегралом:

$$\mathbf{H} = -\nabla \iiint (\mathbf{m}, \nabla) \frac{dv}{r}. \quad (1)$$

Предполагая, что цилиндр намагничен однородно, будем различать три разных случая намагниченности образца: продольное, радиальное и поперечное намагничивание. Тогда из (1) вытекают формулы напряженности магнитного поля для этих частных случаев, выраженные в цилиндрической системе координат ρ, φ, z :

$$\mathbf{H} = m_z \begin{vmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial z} \\ 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{vmatrix} \Phi, \quad \mathbf{H} = m_\rho \begin{vmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \\ 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial z} \end{vmatrix} \Phi, \quad \mathbf{H} = m_x \begin{vmatrix} \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \\ \sin \varphi \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \right) \\ \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial z} \end{vmatrix} \Phi, \quad \Phi = \iiint \frac{dv}{r}. \quad (2)$$

Здесь Φ – магнитный потенциал.

Из (2) видно, что магнитные поля для осевого и радиального случаев намагничивания являются осесимметричными и их силовые линии взаимно ортогональны. Для тела вращения магнитный потенциал $\Phi(\rho, z)$ не зависит от угла φ и для сплошного цилиндра выражается объемным интегралом

$$\Phi(\rho, z) = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-d}^d dz' \int_0^R \frac{\rho' d \rho'}{\sqrt{(z-z')^2 + \rho^2 + 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + \rho'^2}}. \quad (3)$$

Принимая во внимание равенство $(a^2 + b^2)^{-1/2} = \int_0^\infty e^{-\lambda a} J_0(\lambda b) d\lambda$ и теорему сложения для функции Бесселя $J_0(\lambda b)$, получим, что магнитный потенциал Φ будет иметь следующий вид:

$$\Phi(\rho, z) = 2\pi R \int_0^\infty \left(\int_{-d}^d e^{-\lambda|z-z'|} dz' \right) \frac{J_0(\lambda\rho) J_1(\lambda R) d\lambda}{\lambda}. \quad (4)$$

Для расчета напряженности поля \mathbf{H} по формулам (2) нужны частные производные функции Φ . Они очевидным образом представляются через линейные комбинации интегралов вида

$$I_{m,1}(p, \rho, R) = R \int_0^\infty e^{-\lambda p} J_m(\lambda \rho) J_1(\lambda R) d\lambda, \quad m = 0, 1, 2. \quad (5)$$

Так, например:

$$\Phi_{\rho z}(\rho, z) = 2\pi \left[I_{1,1}(|z-d|) - I_{1,1}(|z+d|) \right], \quad (6)$$

$$\Phi_{zz}(\rho, z) = 2\pi \begin{cases} I_{0,1}(|z-d|) - I_{0,1}(|z+d|) & z > d \\ -I_{0,1}(|z-d|) - I_{0,1}(|z+d|) & |z| \leq d \\ -I_{0,1}(|z-d|) + I_{0,1}(|z+d|) & z < -d \end{cases}. \quad (7)$$

Таким образом, расчет поля цилиндрического постоянного магнита сводится к расчету интегралов вида (5). Для них хорошо известно [2], что интеграл вида $I_{1,1}(p, \rho, R)$ выражается через полные эллиптические интегралы $K(k)$ и $E(k)$, т.е.

$$I_{1,1}(p, \rho, R) = \frac{(2-k^2)K(k) - 2E(k)}{\pi k \sqrt{\rho R}}, \quad k = \frac{2\sqrt{\rho R}}{\sqrt{p^2 + (R+\rho)^2}}. \quad (8)$$

Однако если индексы у функций Бесселя в интеграле (5) не равны, то такой интеграл не является табличным. В справочнике [2, с. 218] для него приводится ошибочная формула, расчет по которой дает неверный ход силовых линий. Правильная формула может быть получена, если, например, интеграл $I_{0,1}$ записать в виде

$$R \int_0^\infty e^{-\lambda p} J_0(\lambda \rho) J_1(\lambda R) d\lambda = - \int_0^R x dx \frac{d}{dp} \int_0^\infty e^{-\lambda p} J_0(\lambda \rho) J_0(\lambda x) d\lambda \quad (9)$$

и затем заменить внутренний интеграл выражением

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda p} J_0(\lambda \rho) J_0(\lambda x) d\lambda = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{p^2 + (\rho + x)^2 - 4\rho x \sin^2 \varphi}}. \quad (10)$$

Тогда после дифференцирования по p и интегрирования по переменной x интеграл (9) приведет к виду

$$I_{0,1}(p, \rho, R) = 1 - \frac{p}{\pi \sqrt{p^2 + (R + \rho)^2}} \left[\frac{\sqrt{p^2 + \rho^2} + R}{\sqrt{p^2 + \rho^2} - R} \Pi(m_1, k) + \frac{\sqrt{p^2 + \rho^2} - R}{\sqrt{p^2 + \rho^2} + R} \Pi(m_2, k) \right], \quad (11)$$

где $k = \frac{2\sqrt{R\rho}}{\sqrt{p^2 + (R + \rho)^2}}$, $m_1 = \frac{2\rho}{\sqrt{p^2 + \rho^2} - \rho}$, $m_2 = \frac{-2\rho}{\sqrt{p^2 + \rho^2} + \rho}$ и

$\Pi(m, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{dt}{(1 + m \sin^2 t) \sqrt{1 - k^2 \sin^2 t}}$ – полный эллиптический интеграл

третьего рода.

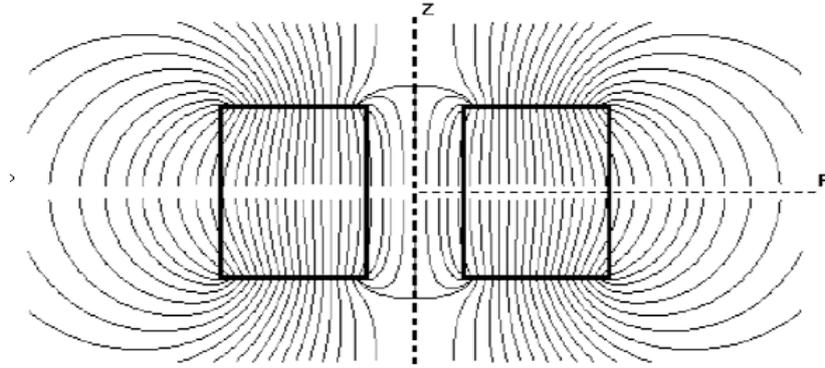


Рис. 1. Линии напряженности магнитного поля продольно намагниченного цилиндра

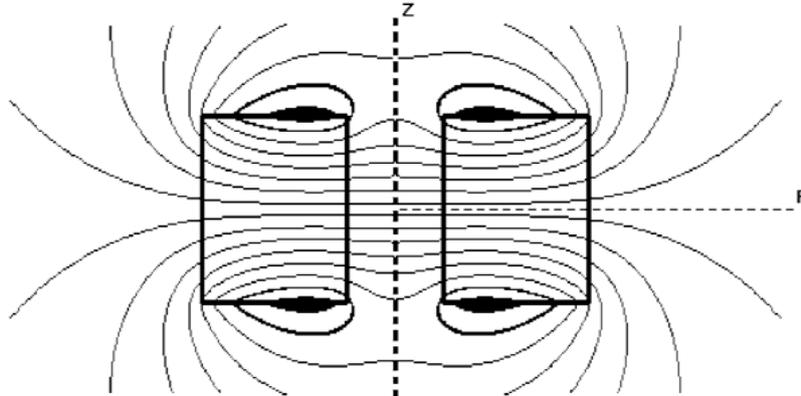


Рис. 2. Линии напряженности магнитного поля радиально намагниченного цилиндра.

С помощью формул (2), (6), (7), (8) и (11) был выполнен расчет силовых линий напряженности магнитного поля для цилиндрической трубы, намагниченной вдоль оси Oz и радиально. Результаты расчета показаны на рис. 1 и 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стреттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М.: Гостехиздат, 1948. 634 с.
2. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды (специальные функции). М.: Наука, 1983. 750 с.

ВОЛНЫ НА СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ**О.А. Шамак**

Исследуется волна, распространяющаяся по поверхности слоя воды или моря, которое покрывает шар. Предполагается, что шар не вращается, а также не учитывается взаимное притяжение частиц воды.

WAVES ON A SPHERICAL LAYER OF A LIQUID**O.A. Shamak**

The wave extending on surface of water, or sea, which covers a sphere, is investigated. It is supposed, that the sphere does not rotate, and also the mutual attraction of particles of water is not considered.

В качестве координатной сети на сфере выбираются параллели и меридианы, которые определяются широтой γ и долготой λ . Начало декартовой системы координат x, y, z расположено в центре сферы, ось Oz проходит через Северный полюс. Радиус сферы (в безразмерных переменных) считается равным единице. Координаты точек сферы, выраженные через величины γ и λ , записываются в виде

$$x = \cos \gamma \cos \lambda, \quad y = \cos \gamma \sin \lambda, \quad z = \sin \gamma. \quad (1)$$

Предположим, что шар не вращается, и пренебрежем притяжением частиц воды. Пусть a – есть радиус шара, h – глубина слоя жидкости, которая мала по сравнению с a . Отклонение уровня воды от среднего значения h будем обозначать через ζ . В приближении линейной теории мелкой воды [1, 2] ее скорость постоянна по толщине слоя и, следовательно, имеет только касательное направление к сфере. В таком случае условие несжимаемости жидкости будет иметь вид

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -h \operatorname{div} \mathbf{V}. \quad (2)$$

Уравнение движения в том же приближении будет следующим:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -g \operatorname{grad} \zeta. \quad (3)$$

Исключая скорость из уравнений (2) и (3), получим

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = gh \Delta \zeta. \quad (4)$$

Если волна распространяется по бесконечной плоскости, то уравнение (4), имеющее в данном случае вид $\zeta_{tt} = gh(\zeta_{xx} + \zeta_{yy})$, описывает плоские волны, движущиеся со скоростью $c = \sqrt{gh}$ без изменения своей формы. Поверхность сферы замкнутая, и поэтому подобных решений на ней быть не может. Из формул (1) можно вывести, что оператор Лапласа $\Delta\zeta$ на поверхности сферы, выраженный в координатах γ и λ , будет равен

$$\Delta\zeta = \frac{1}{a^2 \cos^2 \gamma} \left[\left(\cos \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right] \zeta,$$

Поэтому волновое уравнение (4) для движения поверхностного слоя воды будет уравнением следующего вида:

$$\cos^2 \gamma \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \frac{gh}{a^2} \left[\cos \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\cos \gamma \frac{\partial \zeta}{\partial \gamma} \right) + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda^2} \right]. \quad (5)$$

Если шар полностью покрыт водой, то решение уравнения (5) должны быть периодическим по долготе λ с периодом, равным 2π . Простейшими функциями с таким периодом являются $\sin(n\lambda)$ и $\cos(n\lambda)$, причем множитель n должен принимать только целые значения. Кроме того, будем считать, что по времени решение также является периодическим, колеблющимся с частотой σ . Если рассматривать бегущую волну, то тогда решение уравнения (5) нужно искать в форме

$$\zeta = b \cdot P(\gamma) \cdot \cos(n\lambda - \sigma t + \varepsilon), \quad (6)$$

где b — амплитуда волны и $P(\gamma)$ — функция широты. Подставляя (6) в уравнение (5), получим, что функция $P(\gamma)$ должна удовлетворять обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\cos^2 \gamma \frac{d^2 P}{d\gamma^2} - \cos \gamma \sin \gamma \frac{dP}{d\gamma} + \left(\frac{\sigma^2 a^2}{gh} \cos^2 \gamma - n^2 \right) P = 0. \quad (7)$$

Если ввести новую независимую переменную $\mu = \sin \gamma$, то уравнение (7) примет вид

$$(1 - \mu^2) \frac{\partial^2 P}{\partial \mu^2} - 2\mu \frac{\partial P}{\partial \mu} + \left(s(s+1) - \frac{n^2}{1 - \mu^2} \right) P = 0, \quad s(s+1) = \frac{\sigma^2 a^2}{gh}. \quad (8)$$

Уравнение (8) имеет решение в виде присоединенных функций Лежандра $P(\gamma) = P_s^n(\mu)$; причем ограниченные значения существуют только в том случае, когда $s \geq n$ — целое число. Поэтому удобно положить, что $s = n + k$, где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Формула (6), таким образом, записывается в виде

$$\zeta(\gamma, \lambda, t) = b \cdot P_{n+k}^n(\sin \gamma) \cdot \cos(n\lambda - \sigma t + \varepsilon). \quad (9)$$

Далее из определения числа s (8) следует, что частота колебаний σ и угловая скорость поворота волны ω могут принимать только дискретные значения вида

$$\sigma = \frac{\sqrt{gh}}{a} \sqrt{(n+k)(n+k+1)}, \quad \omega = \frac{\sqrt{gh}}{an} \sqrt{(n+k)(n+k+1)}. \quad (10)$$

Из-за большого размера Земли ($a \gg h$) эти величины имеют малые значения.

На рис. 1 показано графическое отображение бегущей вдоль экватора синусоидальной волны на поверхности сферы.

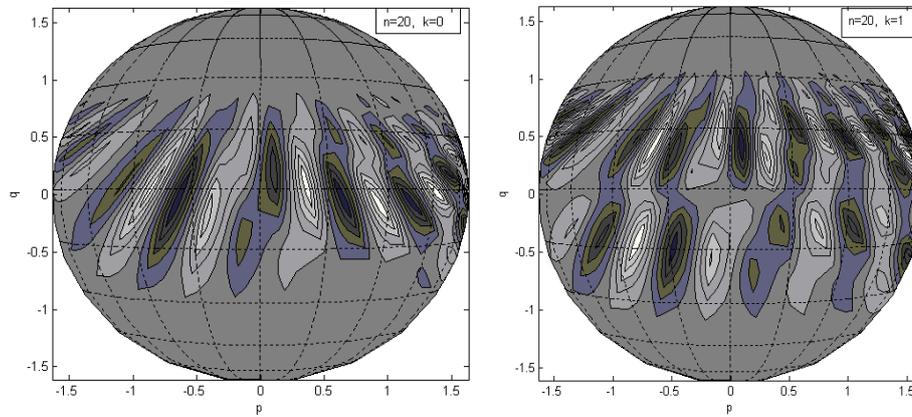


Рис. 1. Пространственное изображение волны на поверхности шара для $n=20$ и $k=0,1$

Ее амплитуда падает до нуля по направлению к полюсам с ростом географической широты γ . С увеличением числа k увеличивается и число нулей волновой функции в широтном направлении. Для расчета присоединенных функций Лежандра применялось их представление в виде гипергеометрического ряда Гаусса, т. е.

$$P_{n+k}^n(\sin \gamma) = (-1)^n \frac{(2n+k)!}{2^n k! n!} \cos^n \gamma \cdot F\left(-k, 2n+k+1, n+1; \frac{1-\sin \gamma}{2}\right). \quad (11)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. Стокер Д.Д. Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 618 с.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОБИТИЯ
ДЮРАЛЮМИНИЕВЫХ ПРЕГРАД КОМПАКТНЫМ
УДАРНИКОМ ПРИ СКОРОСТЯХ ВСТРЕЧИ ДО 5500 М/С***

Г.Н. Богомолов

Исследуется процесс пробития по нормали дюралюминиевых преград стальным сферическим ударником при начальных скоростях удара до 5500 м/с.

**MODELLING OF PROCESS PERFORATION OF ALUMINUM
DURAL BARRIERS BY THE COMPACT IMPACTOR AT
SPEEDS OF TO 5500 M/S**

G.N. Bogomolov

Process perforation on a normal of aluminum barriers the steel spherical impactor is investigated at initial speeds of blow to 5500 m/s.

В настоящее время развитие отечественной ракетно-космической отрасли требует создания новых материалов, так как существующая номенклатура конструкционных материалов уже не отвечает предъявляемым к ним требованиям. На начальных стадиях разработки отдельных элементов летательных аппаратов, как показывает практика, необходимо привлечение численных методов расчета динамических многоконтактных задач механики деформируемого твердого тела, как перспективного инструмента исследований поведения однородных и структурно-неоднородных материалов в широком диапазоне определяющих параметров начальных условий.

В конце прошлого столетия в НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета в лаборатории № 21 был разработан метод численного моделирования процессов ударно-волнового и взрывного нагружения однородных и структурно-неоднородных материалов и конструкций с учетом фрагментарного разрушения. В основе метода был положен лагранжев метод Джонсона (G.R. Johnson) расчетная часть которого был дополнена механизмами расщепления расчетных узлов и разрушения расчетных элементов. Оригинальность метода заключается в том, что он содержит новый способ выделения поверхностей разрывов сплошности материалов [1].

В дальнейшем был предложен «градиентный» способ расщепления расчетных узлов позволяющий описывать процессы разрушений с учетом силовых и объемных критериев разрушения. Предложен параметр поврежденности материалов для количественной оценки объемов разрушений взаимодействующих телх который также будет использоваться в настоящей работе [2].

* Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (Шифр лота 2010-1.2.2-111-007).

В работе при помощи средств математического моделирования исследован процесс пробития по нормали дюралюминиевой преграды толщиной 15,5 мм стальным сферическим ударником диаметром 6 мм при начальных скоростях до 5500 м/с.

Упруго-пластическое поведение материалов задавалось уравнениями Прандтля – Райса при условии текучести Мизеса. Модель среды учитывает свойства пористости, прочности, сжимаемости, ударно-волновые явления, а также совместное образование разрушений по типу отрыва и сдвига. Гидростатическое давление вычислялось при помощи уравнения состояния Уолша, одним из достоинств которого является доступность фигурирующих в нем постоянных.

Серия вычислительных экспериментов проведена для двумерного осесимметричного случая при помощи суперкомпьютера «СКИФ-Cyberia» на программе для ЭВМ «Удар Ос.1. Ударно-волновое нагружение конструкций. Осесимметричная задача» и состояла из 5 расчетов в каждом из которых начальная скорость V_0 была равной 2000, 3000, 4000, 5500 м/с [3].



Рис. 1. Экспериментальный стенд для проведения физического эксперимента (а) и лицевая сторона преграды (б) после взаимодействия со сферическим ударником при скорости $V_0 = 5500$ м/с

Достоверность результатов численного моделирования подтверждена корректностью физико-математической постановки и сравнением результатов расчетов с известным аналитическим решением и экспериментальными данными. В НИИ прикладной математики и механики имеется уникальный баллистиче-

ский стенд, состоящий из двухступенчатой легкогазовой установки с тяжелым поршнем и высокоточных приборов регистрации быстропротекающих процессов, посредством которого были получены необходимые для расчетов экспериментальные данные (рис. 1 а, б).

На рис. 2 приведены графические иллюстрации в виде исходных и рассчитанных конфигураций «ударник – мишень» для последнего варианта расчетов. Расчетным путем установлено, что первые очаги разрушения стали появляться как в материале ударника, так и в материале преграды уже на 2-й мкс процесса пробития. На 10-й мкс процесс пробития практически завершен, причем ударник практически «сработался». Отмечен выплеск приповерхностных слоев материала обусловленный инерционными силами.

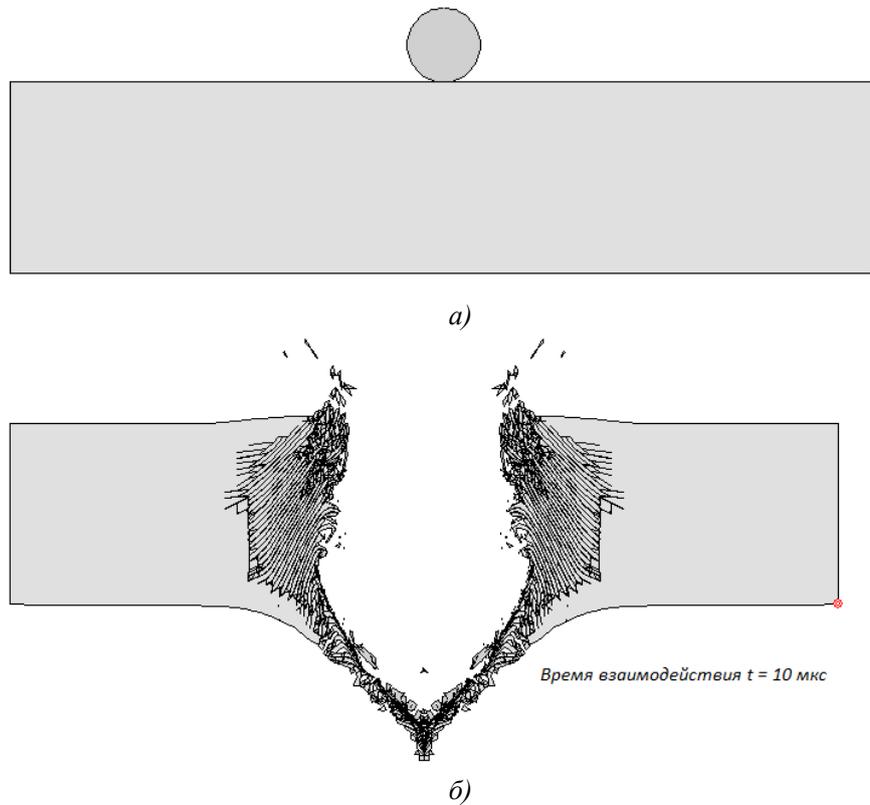


Рис. 2. Исходная (а) и рассчитанная (б) конфигурации «ударник – мишень»

Таблица

Результаты расчетов процесса пробития алюминиевой преграды

Номер эксперимента	Начальная скорость, V_0 , [м/с]	Объем поврежденности, D_{mg} , [%]	Скорость поврежденности [1/мкс]	Запреградная скорость, V_3 , [м/с]	Диаметр пробины d_p , [мм]
Вариант 1	2000	14	0,12	589	12,8
Вариант 2	3000	20	0,21	989	15,1
Вариант 3	4000	25	0,38	1510	20,5
Вариант 4	5500	30	0,65	2782	25,4

В таблице суммированы результаты расчетов серии вычислительных экспериментов по ударному нагружению алюминиевой преграды сферическим

ударником. В процессе счета фиксировались объем поврежденного материала D_{mg} и его скорость, а также запреградная скорость центра масс ударника V_3 и диаметр пробойны d_p .

Получено, что с ростом начальной скорости ударника отмечен рост рассчитанных интегральных характеристик процесса, что вполне объяснимо. Поврежденность алюминия достигала 1/3 первоначального объема, а диаметр образовавшейся пробойны был в 4 раза больше исходного. Сравнение расчетных и экспериментальных данных показало, что расхождение между вычислительным и физическим экспериментом не превысило 8%, что свидетельствует в пользу разработанного численного метода.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю к.ф.-м.н. Орлову М.Ю. и всем сотрудникам лаб. №21 НИИПММ ТГУ за предоставленную программу расчетов и полезное обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н. Метод расчета ударного взаимодействия твердых тел // Сб. докл. науч. конф. Волжского регионального центра РАН «Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения». Саров, РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2000. С. 164–167.
2. Глазырин В.П., Орлов Ю.Н., Орлов М.Ю. Моделирование разрушения материалов при ударе и взрыве // Вестник Академии военных наук. 2008. №3(24), Спец. выпуск, С. 94–99.
3. Орлов Ю.Н., Глазырин В.П., Орлов М.Ю. Программа для ЭВМ «Удар ОС.1. Ударно-волновое нагружение конструкций. Осесимметричная задача» // Российское агентство по патентам и товарным знакам: Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ №2010610911. М., 2010.

НАШИ АВТОРЫ

- Архипов Владимир Афанасьевич** д.ф.-м.н., проф., зав. отделом НИИПММ.
E-mail: leva@niipmm.tsu.ru
- Астанин Александр Владимирович** к.ф.-м.н., доц. каф. прикладной аэромеханики физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: astanin@ftf.tsu.ru
- Барановский Николай Викторович** к.ф.-м.н., с.н.с. НИИПММ ТГУ.
E-mail: firedanger@yandex.ru
- Барышникова Елена Владимировна** асп. Бийского технологического института (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова.
E-mail: el.baryshnikova@gmail.com
- Барсуков Виталий Дементьевич** д.т.н., зав. лаб. №12 НИИПММ ТГУ.
E-mail: barsukov@niipmm.tsu.ru
- Башуров Вадим Владимирович** Интеллект-Телеком, г. Саров
- Басалаев Сергей Александрович** м.н.с. лаб. №12 НИИПММ ТГУ.
E-mail: tarm@niipmm.tsu.ru
- Бельков Алексей Викторович** м.н.с. НИИПММ ТГУ.
E-mail: khirurg@sibmail.com
- Близнюк Андрей Михайлович** вед. инженер-исследователь РФЯЦ-ВНИИЭФ.
E-mail: tilkunova@dep16.vniief.ru
- Богомолов Геннадий Николаевич** Студ. 4-го курса физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: bogomol@mail2000.ru
- Ботов Евгений Вячеславович** начальник группы ИФВ РФЯЦ-ВНИИЭФ.
- Вейс Александр Владимирович** инженер-исследователь РФЯЦ-ВНИИЭФ.
E-mail: tilkunova@dep16.vniief.ru
- Веретенников Алексей Анатольевич** ассист. каф. ФН-11 факультета фундаментальных наук МГТУ им. Н.Э. Баумана.
E-mail: averetennikov@bmstu.ru
- Вишнякова Ирина Сергеевна** студ. 6-го курса физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: svii@vtomske.ru
- Гаркушин Геннадий Валерьевич** к.ф.-м.н., м.н.с. лаб. реологических свойств конденсированных сред при импульсных воздействиях, отдел экстремальных состояний веществ Института проблем химической физики РАН, Моск. обл., г. Черноголовка.
E-mail: garkushin@icp.ac.ru
- Гартман Светлана Сергеевна** студ. 5-го курса физико-технического факультета ТГУ.
Тел.: 89234127040

- Глазырин Вадим Александрович** инж. НИИПММ ТГУ.
E-mail: glazyrinvadim@sibmail.com
- Глазырин Виктор Порфирьевич** зав. лаб., д.ф.-м.н. НИИПММ ТГУ.
E-mail: glvp@list.ru
- Голдаев Сергей Васильевич** д.ф.-м. н., в.н.с. лаб. №12
НИИПММ ТГУ.
E-mail: SVGoldaev@rambler.ru
- Горельский Василий Алексеевич** к.т.н., с.н.с. НИИПММ ТГУ.
E-mail: vassili@mail2000.ru
- Гусев Сергей Игоревич** студ. 4-го курса механико-математического факультета ТГУ.
E-mail: Gusev@mexmat.org
- Гуськов Анатолий Васильевич** к.т.н., доц. каф. газодинамических импульсных устройств факультета летательных аппаратов НГТУ, проф. Академии военных наук.
E-mail: conf_pro@craft.nstu.ru
- Дектерев Александр Анатольевич** к.т.н., с.н.с. ИТ им. С.С. Кутателадзе СОРАН.
E-mail: dekterev@mail.ru
- Дик Иван Генрихович** д. естест. Н. ун-та Эрланген-Нюрнберг, Германия.
E-mail: Johann.Dueck@mbt.uni-erlangen.de
- Дмитриева Мария Александровна** д.ф.-м.н., доц., зав. лаб. моделирования связанных процессов ИБР РГУ им. И. Канта.
E-mail: Dmitrieva_m@inbox.ru
- Евдокимов Александр Семенович** м.н.с. НИИПММ ТГУ.
E-mail: eas1985@mail.ru
- Евсеев Иван Анатольевич** асп. физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: Steel_rus@sibmail.com
- Еремин Иван Владимирович** зав. лаб. №101, НИИПММ ТГУ
- Жданов Иван Владимирович** инженер-исследователь 3 категории ФГУП РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров.
E-mail: tilkunova@dep16.vniief.ru
- Жильцов Константин Николаевич** асп. физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: Konstantin@niipmm.tsu.ru
- Жуков Евгений Валерьевич** зам. начальника управления по связям с общественностью РГУ им. И. Канта.
E-mail: vseslav@gmail.com
- Зелепугин Сергей Алексеевич** проф. каф. МДТТ физико-технического факультета ТГУ, в.н.с. ОSM ТомНЦ СО РАН.
E-mail: szel@dsm.tsc.ru
- Иваницкий Максим Юрьевич** асп. ТГУ.
E-mail: ivanitskiy@gmail.com
- Илюшкина Наталья Юрьевна** н.с. отд.07 РФЯЦ-ВНИИЭФ
- Каннель Геннадий Исаакович** д.ф.-м.н., проф., член-корр. РАН, зам. директора ОИВТ РАН, г. Москва.
E-mail: kanel@fcr.ac.ru
- Капинос Сергей Александрович** с.н.с. РФЯЦ-ВНИИЭФ.
E-mail: tilkunova@dep16.vniief.ru
- Кискин Александр Борисович** к.ф.-м.н., с.н.с. ИХКГ СО РАН, г. Новосибирск.
E-mail: kiskin@HYPERLINK "mailto:kiskin@ns.kinetics.nsc.ru"ns.kinetics.nsc.ru

<i>Князев Александр Сергеевич</i>	с.н.с. ФГУП РФЯЦ–ВНИЭФ, г. Саров. E-mail: tilkunova@dep16.vniief.ru
<i>Князева Анна Георгиевна</i>	д.ф.-м.н., проф., г.н.с. ИФПМ СО РАН. E-mail: anna@ispms.tsc.ru
<i>Козулин Александр Анатольевич</i>	к.ф.-м.н., доц. физико-технического факультета ТГУ. E-mail: kozulyn@ftf.tsu.ru
<i>Колмакова Татьяна Витальевна</i>	к.ф.-м.н. доц. каф. проектирования и прочности физико-технического факультета ТГУ. E-mail: kolmakova@ftf.tsu.ru
<i>Коломийцев Владимир Емельянович</i> <i>Корепанов Алексей Викторович</i>	начальник лаб. отд. 07 РФЯЦ–ВНИИЭФ студ. 5-го курса физико-технического факультета ТГУ. E-mail: lex1989@mail2000.ru
<i>Коробенков Максим Викторович</i>	асп. физико-технического факультета ТГУ. E-mail: maxik_tomsk@mail.ru
<i>Коротких Александр Геннадьевич</i>	к.ф.-м.н., доц., преп. каф. физики энергетических установок ТПУ. E-mail: Korotkikh@sibmail.com
<i>Крайнов Алексей Юрьевич</i>	д.ф.-м.н., проф. каф. математической физики физико-технического факультета ТГУ. E-mail: akrainov@ftf.tsu.ru
<i>Крохина Алина Вадимовна</i>	асп. каф. экологии и промышленной безопасности факультета энергетического машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: alina@krokhina.com.ru
<i>Кудряшова Ольга Борисовна</i>	к.ф.-м.н., с.н.с. лаб. физики преобразования энергии высокоэнергетических материалов Института проблем химико-энергетических технологий СО РАН. E-mail: obk@bti.secna.ru
<i>Либин Эдуард Ефимович</i>	к.ф.-м.н., в.н.с. НИИ ПММ ТГУ. E-mail: libin@niipmm.tsu.ru
<i>Лизунов Константин Викторович</i>	начальник группы ИФВ РФЯЦ–ВНИИЭФ
<i>Лин Эмиль Эдипович</i> <i>Липунова Ксения Борисовна</i>	д. ф.-м. н., в.н.с. ИФВ РФЯЦ–ВНИИЭФ студ. 5-го курса физико-технического факультета ТГУ. E-mail: ksuwatomsk@mail.ru
<i>Литвинцев Кирилл Юрьевич</i>	инженер-программист, ООО «Торинс». E-mail: sttupick@yandex.ru.
<i>Маляров Дмитрий Владиленинович</i>	начальник сектора РФЯЦ–ВНИИЭФ. E-mail: tilkunova@dep16.vniief.ru
<i>Мамаев Алексей Сергеевич</i>	асп. КТИ ВТ СО РАН, г. Новосибирск. E-mail: mamaev_ac@mail.ru
<i>Маслов Евгений Анатольевич</i>	к.ф.-м.н., доц. каф. АТЭС ЭНИН ТПУ. E-mail: maslov_eugene@mail.ru
<i>Мейер Лотар</i>	доктор-инженер, проф., зав. каф. материаловедения и машиностроения Технического университета Кемница, г. Кемниц, Германия. E-mail: lothar.meyer@wsk.tu-chemnitz.de
<i>Милевский Константин Евгеньевич</i>	к.т.н., доц. каф. газодинамических импульсных устройств факультета лета-

- Миньков Леонид Леонидович**
 тельных аппаратов НГТУ, профессор Академии военных наук, г. Новосибирск. Тел.: 8(383) 3462565
 к.ф.-м.н., доц., доц. физико-технического факультета ТГУ.
 E-mail: lminkov@ftf.tsu.ru
- Михайловский Константин Валерьевич**
 асп. каф. СМ-13 факультета специального машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана.
 E-mail: konst_mi@mail.ru
- Орлов Максим Юрьевич**
 с.н.с. лаб. №21 НИИПММ ТГУ.
 E-mail: orloff_m@mail.ru
- Орлова Юлия Николаевна**
 асп. кафедры МДТТ ТГУ.
 E-mail: orlovaun@mail.ru
- Павленко Анатолий Александрович**
 д.ф.-м.н., зав. лаб. физики преобразования энергии высокоэнергетических материалов Института проблем химико-энергетических технологий СО РАН.
 E-mail: admin@ipcet.ru
- Павлов Михаил Сергеевич**
 асист. каф. теоретической и прикладной механики ТПУ.
 E-mail: mcpravlov@ftf.tsu.ru
- Павлов Станислав Владимирович**
 Интеллект-Телеком, г. Саров
- Пахомов Максим Александрович**
 д.ф.-м.н., доц. Каф., с.н.с. Института теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, г. Новосибирск.
 E-mail: pakhomov@ngs.ru
- Пеньков Виктор Борисович**
 д.ф.-м.н., проф. каф. теоретической механики. ГОУ ВПО «Липецкий ГТУ».
 E-mail: viktorp@lipetsk.ru
- Пестерев Алексей Викторович**
 асп. физико-технического факультета ТГУ.
 E-mail: paw_85@bk.ru
- Пономарев Сергей Васильевич**
 к. ф.-м.н., зав. лаб. №23 НИИПММ ТГУ.
 E-mail: psvh@psi.tsu.ru
- Потапов Константин Михайлович**
 студ. 6-го курса факультета летательных аппаратов НГТУ.
- Поушев Андрей Викторович**
 асп. каф. геологии и разработки нефтяных месторождений ТПУ.
 E-mail: AVPoushev@tnk-bp.com
- Владимир Викторович Руденко**
 зав. лаб. РФЯЦ-ВНИИЭФ,
 г. Саров
- Разоренов Сергей Владимирович**
 д.ф.-м.н., проф., зав. лаб. реологических свойств конденсированных сред при импульсных воздействиях, отдел экстремальных состояний веществ Института проблем химической физики РАН, Моск. обл., г. Черноголовка.
 E-mail: razsv@fcp.ac.ru
- Савельева Лилия Алексеевна**
 к.х.н., с.н.с. НИИПММ
- Савихин Игорь Олегович**
 асп. механико-математического факультета ННГУ им. Н.И. Лобачевского.
 E-mail: gogish83@mail.ru
- Савкина Надежда Валерьевна**
 асп. физико-технического факультета ТГУ.
 E-mail: pantera256@mail.ru

<i>Садретдинов Шамиль Рахирович</i>	асп. физико-технического факультета ТГУ. E-mail: shamil@sibmail.com
<i>Светашков Александр Андреевич</i>	д.ф.-м.н., проф. каф. теоретической и прикладной механики ТГУ. E-mail: asvetashkov@mail.ru
<i>Серебренников Дмитрий Сергеевич</i>	асп. ИИФиРЭ СФУ. E-mail: dr.rossingol@mail.ru.
<i>Синяев Сергей Витальевич</i>	к.ф.-м.н., с.н.с., в.н.с. НИИПММ ТГУ. E-mail: ssv@niipmm.tsu.ru
<i>Скрипняк Владимир Альбертович</i>	д.ф.-м.н., проф., зав. каф. механики деформируемого твердого тела физико-технического факультета ТГУ. E-mail: skrp@ftf.tsu.ru
<i>Скрипняк Владимир Владимирович</i>	студ. 5-го курса физико-технического факультета ТГУ. E-mail: bus083@mail2000.ru
<i>Соколов Александр Павлович</i>	к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11 факультета фундаментальных наук МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: alsokolo@bmstu.ru
<i>Стебеньев Иван Николаевич</i>	соискатель, ассист. каф. теоретической механики Липецкого ГТУ. E-mail: ivan-vanadiy@yandex.ru
<i>Суглобова Ирина Константиновна</i>	студ. 5-го курса физико-технического факультета ТГУ. E-mail: irina-ks@sibmail.com
<i>Танаков Захар Валерьевич</i>	н.с. ИФВ РФЯЦ-ВНИИЭФ. E-mail: zahartanakov@mail.ru
<i>Фарук Хоснутдинович Тазюков</i>	проф. факультета ЭМТО Казанского государственного технологического университета. tazyukov@mail.ru eng.hussam@mail.ru
<i>Терехов Виктор Иванович</i>	д.т.н., проф., зав. лаб. Института теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, г. Новосибирск. E-mail: terekhov@itp.nsc.ru
<i>Терновых Елена Юрьевна</i>	студ. 4-го курса физико-технического факультета ТГУ
<i>Титов Сергей Сергеевич</i>	м.н.с. лаб. физики преобразования энергии высокоэнергетических материалов Института проблем химико-энергетических технологий СО РАН. E-mail: turist.85@mail.ru
<i>Товпинец Александр Олегович</i>	асп. РГУ им. И. Канта. E-mail: Tovpinets_a@mail.ru
<i>Толкачев Владимир Фомич</i>	д.ф.-м.н., в.н.с. НИИПММ ТГУ. E-mail: tolk@niipmm.tsu.ru
<i>Тырышкин Илья Михайлович</i>	н.с. НИИПММ ТГУ. E-mail: tyryshki@niipmm.tsu.ru
<i>Тян Алексей Владимирович</i>	асп. физико-технического факультета ТГУ. E-mail: tav014@mail.tsu.ru
<i>Усанина Анна Сергеевна</i>	асп. физико-технического факультета ТГУ. E-mail: Usaninaanna@mail.ru

- Хуссам Али Халаф* асп. факультета ЭМТО Казанского Государственного Технологического университета
E-mail: eng.hussam@mail.ru
- Хайруллина Виктория Юрьевна* асп. физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: vikushka1985@inbox.ru
- Харик Екатерина Константиновна* асп. физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: kharik@sibmail.com
- Хворостин Владимир Николаевич* к.т.н., начальник лаб. ИФВ РФЯЦ–ВНИИЭФ
- Худобина Юлия Петровна* к.ф.-м. н., м.н.с. НИИПММ ТГУ.
E-mail: hudobina@mail2000.ru
- Шабуров Василий Михайлович* РФЯЦ–ВНИИЭФ, г. Саров
- Шабуров Михаил Васильевич* РФЯЦ–ВНИИЭФ, г. Саров
- Шамак Ольга Анатольевна* студ. 5-го курса физико-технического факультета ТГУ.
Тел.: 89528848079
- Шваб Александр Вениаминович* д.ф.-м.н., проф. физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: schw@sibmail.com
- Шеремет Михаил Александрович* к.ф.-м.н., доц. каф. теоретической механики механико-математического факультета ТГУ.
E-mail: sheremet@math.tsu.ru
- Шипачев Александр Николаевич* асп. физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: alex18023@mail.ru
- Широбоков Артем Евгеньевич* студ. 5-го курса физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: lex1989@mail2000.ru
- Шишкина Елена Владимировна* студ. 6-го курса физико-технического факультета ТГУ.
E-mail: Elen111@sibmail.com
- Шульц Денис Сергеевич* ассист. каф. прикладной математики и информатики ТУСУР.
E-mail: d_schulz@mail.ru
- Янилкин Юрий Васильевич* д.ф.-м.н., зам. начальника отдела РФЯЦ–ВНИИЭФ.
Тел.: 8 (83130) 27544

СОДЕРЖАНИЕ

К читателям «Трудов ТГУ».....	3
ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ	
<i>Бацуров В.В., Павлов С.В., Руденко В.В., Шабуров В.М., Шабуров М.В.</i> , Визуальное численное моделирование процессов физики взрыва и удара в программном комплексе MASTER Professional.....	4
<i>Миньков Л.Л., Крохина А.В., Дик И.Г.</i> Влияние инжектирования воды на характеристики гидроциклона.....	9
<i>Терехов В.И., Пахомов М.А.</i> Обзор современного состояния исследований структуры течения и тепло- и массопереноса в отрывных двухфазных потоках.....	19
СЕКЦИЯ I	
<i>Архипов В.А., Пестерев А.В., Савельева Л.А.</i> Горение высокоэнергетических материалов на основе смешанных окислителей НАЛПХА и НА/НМХ.....	26
<i>Борисенко Д.И., Ерёмкин О.И.</i> Поведение поверхности угля под воздействием лазерного излучения.....	31
<i>Вейс А.В., Близнюк А.М.</i> Экспериментальные данные о размерах лицевой откольной воронки в прочном бетоне при ударно-волновом нагружении.....	34
<i>Гаркушин Г.В., Разоренов С.В., Канель Г.И., Мейер Л.</i> Влияние структурных факторов на прочность алюминиевых сплавов при импульсном нагружении.....	38
<i>Глазырин В.А., Горельский В.А.</i> Исследование взаимодействия снарядов с массивными преградами.....	41
<i>Глазырин В.А., Горельский В.А., Орлов М.Ю.</i> К расчету процесса пробития слоистых преград удлиненным ударником.....	44
<i>Гуськов А.В., Милевский К.Е., Потапов К.М.</i> Механические свойства материала корпуса.....	48
<i>Орлов М.Ю.</i> Моделирование ударно-волнового нагружения стальных преград с градиентной подложкой.....	52
<i>Орлова Ю.Н., Глазырин В.П.</i> Математическое моделирование процесса пробития тонкого льда цилиндрическим ударником.....	56
<i>Суглобова И.К., Шипачев А.Н., Зелепугин С.А.</i> Моделирование канально-углового прессования по динамической схеме нагружения.....	60
<i>Танакоев З.В., Ботов Е.В., Брюханов Н.В., Илюшкина Н.Ю., Коломийцев В.Е., Лизунов К.В., Лин Э.Э., Хворостин В.Н.</i> Экспериментальное изучение проникания группы ударников в мишени из сплавов алюминия.....	63
СЕКЦИЯ II	
<i>Архипов В.А., Евсеенко И.А., Коротких А.Г.</i> Особенности зажигания высокоэнергетических материалов монохроматическим световым потоком.....	70
<i>Герасимов А.В., Черепанов Р.О.</i> Моделирование высокоскоростного соударения горячих частиц с подложкой методом SPH.....	73
<i>Крайнов А.Ю., Шульц Д.С.</i> Срыв горения конического образца свс-состава при внешнем теплоотводе прибор для измерения реактивной силы.....	77
<i>Мамаев А.С., Кискин А.Б.</i> Прибор для измерения реактивной силы продуктов горения.....	82
СЕКЦИЯ III	
<i>Астанин А.В., Харик Е.К.</i> Математическое моделирование вентиляции горной выработки.....	86
<i>Барановский Н.В.</i> Трехмерная физико-математическая модель зажигания хвойного дерева наземным грозовым разрядом.....	90
<i>Басалаев С.А., Барсуков В.Д., Голдаев С.В.</i> Анализ влияния отрывного сопротивления на начальную стадию всплывания подъемного устройства с грузом.....	95
<i>Бельков А.В., Пономарев С.В.</i> Компьютерное моделирование космического рефлектора надувного типа.....	98

<i>Вишнякова И.С., Синяев С.В.</i> Температурные скин-слои при нагреве топлива фольговым проводником.....	101
<i>Гусев С.И., Шерemet М.А.</i> Численный анализ режимов конвективно-теплопереноса в горизонтальном канале.....	106
<i>Евдокимов А.С., Пономарев С.В.</i> Совместный механический и электродинамический анализ зонтичных космических рефлекторов.....	109
<i>Ерёмин И.В., Жильцов К.Н.</i> Численное моделирование отрывных течений в соплах Лавала.....	113
<i>Иванецкий М.Ю., Крайнов А.Ю.</i> Расчет скорости горения пороха Н с примесью порошка Алюминия.....	120
<i>Капинос С.А., Маляров Д.В., Янилкин Ю.В.</i> Расчетно-экспериментальная проработка схемы отсечки вторичных осколков во взрывных метающих устройствах кумулятивного типа.....	125
<i>Козулин А.А., Корепанов А.В., Щиробоков А.Е.</i> Моделирование глубокой вытяжки образцов из алюминиевых сплавов при динамических испытаниях.....	130
<i>Корепанов А.В., Козулин А.А.</i> Исследование вязкости разрушения металлов и сплавов методами численного моделирования.....	133
<i>Павленко А.А., Кудряшова О.Б., Барышникова Е.В., Титов С.С.</i> Математическая модель влияния физических процессов в угольной пыли и влажности воздуха на ослабление оптического излучения.....	136
<i>Павлов М.С., Светашков А.А.</i> Представление граничной задачи плоской теории упругости в случае прямоугольного контура как задачи Дирихле для гармонической функции.....	143
<i>Поушиев А.В.</i> Методы повышения эффективности разработки водоплавающих нефтяных залежей.....	151
<i>Савихин И.О.</i> Численное моделирование динамики противоткатных устройств.....	155
<i>Савкина Н.В.</i> Восстановление экспериментальных данных в задачах траекторной баллистики.....	158
<i>Скрипняк В.В., Коробенков М.В., Козулин А.А., Скрипняк В.А.</i> Исследование разрушения пористой нанокерамики при динамических нагружениях.....	162
<i>Соколов А.П., Михайловский К.В., Веретенников А.А.</i> Автоматизированные средства и численные методы анализа механических свойств дисперсно-армированных композиционных материалов.....	165
<i>Стебнев И.Н., Пеньков В.Б.</i> Численно-аналитические решения двумерных задач о колебаниях упругой среды.....	170
<i>Тазоков Ф.Х., Халаф Х.А., Алиев К.М.</i> Бифуркация решения задачи течения жидкости через плоский симметричный канал с резким расширением.....	173
<i>Товтинец А.О., Жуков Е.В., Дмитриева М.А.</i> Моделирование процессов уплотнения порошковых сред типа Zr-V при динамических воздействиях.....	177
<i>Тян А.В., Князева А.Г.</i> Трехкомпонентная диффузия с учетом влияния напряжений в двухслойном сплаве при электронно-лучевой обработке.....	180
<i>Шишкина Е.В., Дмитриева М.А., Колмакова Т.В.</i> Особенности формирования фаз в системе Ti-Al при самораспространяющемся высокотемпературном синтезе.....	185

СЕКЦИЯ IV

<i>Гартман С.С.</i> Применение теории вихревых дорожек в гидродинамике колеблющихся тел.....	190
<i>Жданов И.В., Князев А.С., Маляров Д.В.</i> Получение высокоскоростных компактных элементов требуемых масс при пропорциональном изменении размеров кумулятивных устройств.....	193
<i>Литинова К.Б.</i> Функция Грина для разностного уравнения Пуассона.....	196
<i>Литвинцев К.Ю., Дектерев А.А., Серебренников Д.С.</i> Расчетное исследование термогазодинамики пожара в офисных помещениях.....	199
<i>Маслов Е.А.</i> Исследование процесса взаимодействия с поверхностью двухфазной струи продуктов сгорания аэрозвеси порошков металлов.....	202
<i>Садретдинов Ш.Р., Шваб А.В.</i> Численный расчет движения тонкодисперсных частиц в воздушно-центробежном классификаторе.....	206
<i>Терновых Е.Ю.</i> Применение матричных разностных операторов для решения уравнения теплопроводности.....	209
<i>Тыррышкин И.М., Толкачев В.Ф.</i> Аэробаллистика высокоскоростных стержневых ударников.....	212
<i>Усанина А.С.</i> Растекание капли на твердой горизонтальной поверхности.....	216
<i>Хайруллина В.Ю., Шваб А.В.</i> Расчет закрученного течения между профилированными дисками на основе ортогональной криволинейной системы координат.....	219
<i>Худобина Ю.П., Либин Э.Е.</i> Малые колебания неоднородной жидкости в прямоугольнике.....	223
<i>Худобина Ю.П., Либин Э.Е.</i> Точное решение для поля цилиндрического магнита.....	226
<i>Шамак О.А.</i> Волны на сферическом слое жидкости.....	230
<i>Богомолов Г.Н.</i> Моделирование процесса пробития дюралюминиевых преград компактным ударником при скоростях встречи до 5500 м/с.....	233
Наши авторы.....	237

Программный комплекс MASTER-Professional для расчета задач физики взрыва и удара



Многофункциональный пользовательский программный комплекс предназначен для обучения и проведения расчетно-теоретического моделирования быстропотекающих газодинамических, гидродинамических, магнитогидродинамических, упругопластических течений, сопровождающихся звуковыми, ударными и детонационными волнами, высокими сжатиями и удельными энергиями изучаемых сред.

Содержит различные алгоритмы численного моделирования физических процессов, в том числе:

- 1D – газо-, гидродинамики, упругопластики, детонации взрывчатых веществ, магнитной гидродинамики (метод Лагранжа);
- 1D – линейной и лучистой теплопроводности;
- 2D-3D – газодинамики, упругопластики, детонации взрывчатых веществ (метод сглаженных частиц, SPH);
- 2D-3D – газо-, гидродинамики, упругопластики, детонации взрывчатых веществ, теплопроводности (метод Эйлера);
- 2D-3D – молекулярной динамики (метод Verlet).

Легок для освоения. Автоматизация математических процессов привела к простоте обучения работе пользователей, сокращению времени подготовки задач. Комплекс рассчитан на персональные компьютеры с операционными системами Windows, в том числе, на 64-разрядные системы и на многопроцессорные (многоядерные) машины. Работает в сетевом и локальном вариантах. Защищается программируемым электронным антипиратским ключом.

Контактная информация:

www.master-ware.com

rudenko@sarov.ru

Master-software, 607190, Россия, Нижегородская обл., Саров., пр. Ленина, 2, к. 46

Тел. 78313069136

Генеральный директор: Руденко Владимир Викторович

Научное издание

Труды Томского государственного университета
Том 276

Серия физико-математическая:

ВСЕРОССИЙСКАЯ МОЛОДЁЖНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ
СОВРЕМЕННОЙ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД»

Томск, 16–19 октября 2010 г.

Редакторы *Е.В. Лукина*
Подготовка оригинал-макета *Г.П. Орловой*

Подписано в печать 24.11.2010 г. Формат 70×108¹/₁₆.
Печ. л. 15,13; усл. печ. л. 21,18; уч.-изд. л. 20,68.
Тираж 300. Заказ

ОАО «Издательство ТГУ», 634029, г. Томск, ул. Никитина, 4
ООО «Издательство «Иван Федоров», 634026, г. Томск, ул. Р. Люксембург, 115/1